

مركز دراسات الوحدة العربية

سلسلة تاريخ العلوم عند العرب (١)

رياضيّات الخوارزمي
تأسيس علم الجبر

الدكتور رشدي راشد

ترجمة: د. نقولا فارس

الفهرسة أثناء النشر ـ إعداد مركز دراسات الوحدة العربية
راشد، رشدي
رياضيات الخوارزمي: تأسيس علم الجبر / رشدي راشد؛ ترجمة نقولا فارس.
٤١٦ ص. ـ (سلسلة تاريخ العلوم عند العرب؛ ١١)
ببليوغرافية: ص ٣٩٧ ـ ٤٠٦.
يشتمل على فهرس.
ISBN 978-9953-82-313-3
١. الرياضيات. ٢. الخوارزمي، محمد بن موسى. ٣. الجبر. ٤. المنطق الرياضي. أ. فارس، نقولا (مترجم). ب. العنوان. ج. السلسلة.
512.9

العنوان الأصلي بالفرنسية

AL-Khwārizmī
Le Commencement de L'Algèbre
Texte établi, traduit et commenté
par Roshdi Rashed
(Paris, Editions Albert Blanchard, 2007)

مركز دراسات الوحدة العربية

بناية «بيت النهضة»، شارع البصرة، ص. ب: ٦٠٠١ ـ ١١٣
الحمراء ـ بيروت ٢٠٣٤ ٢٤٠٧ ـ لبنان
تلفون: ٧٥٠٠٨٤ ـ ٧٥٠٠٨٥ ـ ٧٥٠٠٨٦ ـ ٧٥٠٠٨٧ (+٩٦١١)
برقياً: «مرعربي» ـ بيروت
فاكس: ٧٥٠٠٨٨ (+٩٦١١)
e-mail: info@caus.org.lb
Web Site: http://www.caus.org.lb

الطبعة الأولى
بيروت، أيار/مايو ٢٠١٠

المحتويـــات

القسم الثاني

نصّ كتاب الخوارزمي

كلمة المترجِم

هذه ليست المرّة الأولى التي أواجه فيها مسألةَ تقديم الصيغة العربيّة لكتاب في تاريخ الرياضيّات، ألّفَه رشدي راشد في الأصل بالفرنسيّة. لكنّها لا تشبه المرّات السابقة إلاّ في القليل من النواحي.

فكُتُب رشدي راشد في تاريخ الجبر، التي سبق أن تُرجِمت إلى العربيّة، متشابهة من حيث البنية، وأيضاً من حيث الأسلوب، بمعنى أنها تتناول أعمالاً رياضيّة، من التراث، يُحَقّقها ويشرحها ويعلّق عليها بلغة رياضيّات عصرنا، مبيّناً ما قدّمته من جديد بالنسبة إلى الرياضيّات السابقة (اليونانيّة بشكل خاص) والدور الذي لعبته في انطلاق رياضيّات أوروبا اللاتينيّة، أو أيضاً في ما يسمّى بالرياضيّات الكلاسيكيّة. كانت كلّ دراسة تستند في بعض تحليلاتها إلى تفاصيل وردت في سابقاتها، وغالباً دون أن تردّ القارئ بشكل صريح ودقيق إلى هذه التفاصيل؛ فالهمّ الأساسيّ للمؤلّف، كان تسجيلَ الوقائع الجديدة أمام مجتمع الباحثين، أمّا الهمّ التربويّ فيأتي في الدرجة الثانية أو يغيب؛ هذا بالإضافة إلى ضيق المساحة المخصّصة للدراسة، إذا ما قيست بغزارة المعلومات والأفكار المطروحة فيها؛ ولكن، إلى كلّ ذلك، يضاف تأثير المدرسة البورباكيّة في أسلوب رياضيّي النصف الثاني من القرن العشرين (بمن فيهم منتقدوها)، حتّى بعد انقضاء عقود على «انتهاء» هذه المدرسة. أسلوب رشدي راشد يحمل بوضوح بصمات هذه المدرسة من حيث رفض التراداد، وعدم الاكتراث بالوقوع في الإغلاق. كلّ هذه الأمور كانت تزيد من صعوبة ترجمة أعمال هذا الباحث، لأنّ القيام بها يتطلّب إلماماً بتفاصيل أعماله في المجالات التي يعالجها بحثه أو يتطرّق إليها. ولكنّها كانت، من جهة أخرى، تشكّل مادّة دسمة لكتابة «مقدّمة المترجِم» التي تهتمّ عادة بتقديم شروح تُسهّل فهم فقرات الكتاب من قِبَل القارئ غير الباحث.

أمّا هنا، في هذا الكتاب، فالوضع يختلف في العديد من النواحي. فكتاب

الخوارزمي الجبري من الكتب التي كثرت الدراسات عنها وحولها، ورشدي راشد نفسه وضع العديد منها. وإذا عرفنا الهمّ الذي دفعه إلى تأليف هذا الكتاب، نستطيع بسهولة إدراك التغيّر الملحوظ في الأسلوب، الذي نجده هنا استنفادياً، صريحاً، لا يُجبرنا على العودة إلى سابق كتاباته إلاّ في القليل من الحالات. هذا ما سنحاول أن نشرحه في ما يلي من السطور. وسنضيف بعضاً ممّا تعمّد المؤلّف عدم ذكرِه ونجده ضرورياً للقارئ العربيّ ذي الثقافة العاديّة في تاريخ الرياضيّات، مرتكزين، للأمانة، بشكل شبه حصريّ، على أبحاث سابقة للمؤلّف نفسه.

١ ـ لماذا تأخر تحقيق «جبر الخوارزمي»؟ ـ قضيّة المصادر

يقول ر. راشد في بداية كتابه، وبعد أن يشير إلى الأهميّة الاستثنائيّة لكتاب الخوارزمي الجبريّ: «لا بدّ من أن نتعجّب، إذن، من كون هذا الكتاب لم يَنَلْ حتّى الآن، التحقيقَ النقديَّ الذي يستحقّ، أو الترجمة إلى لغة أوروبيّة تتناسب مع أهميّته؛ وهذا واقع يخصّ التاريخ، يستحقّ التوقّف عنده. أمّا نحن، فقد كان همّنا التعويض عن هذا النقص. وسنقدّم فيما يلي، أوّل تحقيق نقديّ لجبر الخوارزمي، وأوّل ترجمة لنصّه إلى الفرنسيّة، صارمة الدقّة، إضافة إلى دراسة وشرح لهذا النصّ، نجهد فيهما إلى استرجاعه، في سياقه، متفادين بقدر الإمكان الرؤى الخاطئة والمسالك المُستَهلَكة». وهنا نعتقد أنّ الأستاذ ر. راشد يُغفِل (على غير عادة) أمراً مهمّاً من شأنه أن يُخفّف من تعجّبه... فهو لا يضع نفسه مكان ذلك الباحث الذي يُفترض به القيام بتحقيق كتاب الخوارزمي. فهذه المهمّة تتطلّب إمكانيّات ضخمة:

- الإحاطة بكلّ تأثيرات كتاب الخوارزمي على معاصريه وخلفائه في الحضارة العربيّة والإسلاميّة.

- معرفة الحدّ الأدنى من تأثيرات هذا الكتاب، المباشرة وغير المباشرة، في العلم العالمي.

- البحث الجدّي عن مصادر جبر الخوارزمي.

- معرفة متضلّعة من اللغة العربيّة، وبخاصّة من لغة فقهاء الإسلام وحقوقيّيه، المتعلّقة بشرائع الإرث والوصايا، نظراً إلى أن ما يقارب نصف كتاب الخوارزمي يعالج مسائل في هذا المجال.

وكلّ واحد من هذه الأمور يشكّل قضيّة شائكة بذاتها.

وقد استطاع ر. راشد، خلال مسيرة سنين طويلة من العمل المتواصل الهادف، تكوين المعطيات الكافية حول تأثير جبر الخوارزمي في الرياضيّات العربيّة ولم ينقطع بحثه، مباشرة أو من خلال أعمال زملائه وطلاّبه، عن تأثير الخوارزمي، وتأثير الجبر العربي بشكل عام في الرياضيّات الأوروبيّة(١). ولكنّ الباحث العاديّ، إن في أوروبا، أو في الوطن العربي، لم يكن بإمكانه الحصول على كلّ هذه المعطيات التي تقتضي مشروعاً يستدعي إمكانيّات بشريّة كبيرة ووقتاً طويلاً لصياغته وإنجازه.

أمّا مسألة البحث عن مصادر جبر الخوارزمي فترتدي صعوبة إضافيّة؛ ففي ظلّ غياب إفصاح الخوارزمي عن مصادره، وعدم توفّر الدراسات الكافية حول الأبحاث الجبريّة بالعربيّة التي تلت الكتاب والتي تسبّب بها تأليفه، كثُرت التخمينات حول هذا الموضوع؛ وبعض هذه التخمينات تَرَسَّخ فَشابَه المسلّمات بسبب المكانة العلميّة لمطلقيها، وتبنّي خلفائهم لها دون نقاش.

وكان من الطبيعي أن تتناقض هذه التخمينات فيما بينها، بسبب غياب إسنادها بشكل دقيق، وأن يحصل نوع من الخلط بين «مصادر» كتاب الخوارزمي وبين «أصول الجبر». كان من المسلّمات، مثلاً، اعتبار كتاب المسائل العدديّة لديوفنطس عملاً جبريّاً(٢) أو، على الأقلّ، اعتبارُه أحد أصول الجبر، أو اعتبار الكتاب الثاني من «أصول» أقليدس بداية للجبر الهندسي(٣). وقيل الكثير عن الأعمال الجبريّة في الرياضيّات البابليّة(٤)؛ فمنذ بداية القرن العشرين انتشرت أفكار ترى في بعض الأعمال الهنديّة من القرنين السادس والسابع للميلاد مصادر لكتاب الخوارزمي. فكان على الباحث الذي يلتزم مشروع تحقيق كتاب الخوارزمي أن يعيد دراسة جميع هذه المسلّمات، بالتفصيل ودون مواقِف مُسبَقة.

---

(١) تحوي لائحة المراجع، في نهاية المقال [13]. . . [23]، عناوين عدد من كتب ر. راشد ومقالاته في تاريخ الجبر. تحتوي مقدّمات هذه الكتب على فقرات هامّة حول هذا الموضوع.

(٢) يذكر ر. راشد في الفقرة ٢ ـ ٤ من كتابه هذا الذي بين أيدينا، عدداً من الكتب الحديثة المهمّة التي تتبنّى هذا الموقف. ونقرأ في كتابه: **تاريخ الرياضيات العربية ـ بين الجبر والحساب** [15، ص ٦٣ ـ ٦٤]، أنّ بول تانّري (Paul Tannery) يعتبر أنّ الجبر العربي «لم يتجاوز المستوى الذي بلغه ديوفنطس»؛ انظر أيضاً مقال هـ. بلّوستا [٤]، التي تعود إلى الصفحة ٦ من كتاب بول تانّري: *La Géométrie grecque*. انظر أيضاً: [25, p. 344].

(٣) انظر ما ورد حول اعتبار هذا الكتاب كتاباً في الجبر الهندسي، بدءاً من بول تانّري (Paul Tannery)، في [5, p. 76].

(٤) وذهب البعض إلى اعتبار أنّ البابليّين «هم مخترعو الجبر»؛ انظر على سبيل المثال الفصل الثاني من الكتاب [25, p. 116]. وتُسهم عناوين بعض المقالات أو الكتب بإلقاء الضباب حول بداية هذا العلم. ومن هذه العناوين «٤٠٠٠ عام من الجبر»: *4000 Jahre Algebra, Geschichte, Kulturen, Menschen*. H. W. Alen; A. Djafari Naini; M.Folkerts; H.Schlosser; K.H.Schlote; H.Wussing Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2003.

يقتضي البحث عن المصادر إذن، تحليل جميع المؤلّفات السابقة لكتاب الخوارزمي، التي درج، لسبب أو لآخر، إلصاق الطابع الجبري بها، أو التي تستخدم وسائل وعمليّات يمكن وصفها، الآن، أي بعد تأليف الخوارزمي لكتابه، بأنّها جبريّة. ويقتضي أيضاً معرفة ما إذا كانت هذه المؤلّفات بمتناول الخوارزمي ودراسة مدى تأثيرها في كتابه.

لقد أخذ البحث عن المصادر الحيّز الأكبر من دراسة ر. راشد. هذا البحث شكّل همّاً لم يخفه رشدي راشد، شغل باله طوال سنوات، وعبّر عنه منذ عام ١٩٨٤ كما يلي: «ويبقى السؤال التالي دون جواب: لماذا يبدو علم الجبر بالغ النضج بطرائقه رغم أنّه مولود جديد؟ وما هو السبب في أنّ هذا الإسهام ـ الذي توحي مظاهر عديدة منه بأنّه تتويج لنشاط سابق ـ يظهر مع ذلك كبداية أصيلة» [15، ص ٢١]. يوضِح ر. راشد جيّداً، في مقدّمة الكتاب، ما يقصده بعبارة «بداية أصيلة» (الفقرة ١ ـ ١)؛ ويتعمّد استبدال كلمة «المصادر» بعبارة «قراءات الخوارزمي الرياضيّة»، الأكثر تعبيراً عن غياب المصادر الفعليّة لكتاب الخوارزمي.

الدراسة التفصيليّة لـ «قراءات الخوارزمي الرياضيّة»، ولظروف حياته، أثبتت اطّلاعه الأكيد على «أصول أقليدس» ومن ضمنها الكتاب الثاني من هذا المؤلّف، كما أثبتت اطّلاعه على أعمال هيرون الإسكندري الهندسيّة واستخدامه بعض مسائلها. ولكنّها من جهة أخرى، دحضت أو استبعدت نظريّات سابقة حول كون كتاب ديوفنطس المعروف بالـ «حساب» أو بـ «المسائل العدديّة»، أحد مصادر الخوارزمي أو، حول اعتباره عملاً جبريّاً سابقاً لكتاب الخوارزمي. واستبعدت كذلك اعتبار أعمال الرياضيّين الهنود (وبشكل خاصّ، برَهمغوبتا وآريبهاطا) من بين مصادر جبر الخوارزمي. وكان رشدي راشد قد أشار إلى هذه النتائج بأشكال مختلفة في مقالات سابقة أو في مداخلات غير منشورة.

لم يسمح الرجوع إلى الرياضيّات اليونانيّة أو الهنديّة، إذن، بحسم قضيّة مصادر كتاب الخوارزمي.

هنا نحا رشدي راشد منحىً أصيلاً، حاد فيه عن كلّ التوجّهات التي قد يتوقّعها الباحث التقليدي. فقد توجّه إلى «علوم العرب» السابقة لجبر الخوارزمي أو المعاصرة له، لعلّه يجد فيها ما يساعده على حلّ لغز مصادر هذا الجبر. فقام بدراسة شيّقة استعرض فيها منجزات علماء اللغة والعروض وتأليف المعاجم، والتعمية وحساباتهم المبنيّة على التوافيق، التي أسّست لعلم التحليل التوافيقي.

أظهرت هذه الدراسة انسجاماً واضحاً بين أسلوب الخوارزمي (في اختياره القَبْلي للأنواع الستة من المعادلات الجبريّة، من الدرجة الثانية وما دون، وتصنيفها)، وأساليب من سبقوه في هذا المجال(٥).

ومن ثمّ، قاده البحث باتجاه الجذور العربيّة إلى النظر بمزيد من الدقّة إلى تفاصيل نصّ الخوارزمي، ومنها ذكره بعض أعمال الفقهاء في شرع المعاملات، ومنها أيضاً مقدّمة كتابه. ولقد كان ر. راشد صريحاً بالقول إنّ قراءته الدقيقة لهذه المقدّمة المقتضبة، البسيطة في الظاهر، دعته إلى القيام ببحث صعب نظنّ أنّه غير مسبوق، تناول فيه علوم الفقه والشرع وحساباتها. أدّى هذا البحث إلى وضع اليد بشكل أكيد على أحد أهمّ مصادر الخوارزمي، أو، على الأقلّ، على أحد أهمّ دوافع ذلك العالم لصياغة كتابه الجبري. ولسنا هنا لنعيد استدلالات ر. راشد، لكنّنا لا يمكن أن نشرح ما أوردناه دون أن نعيد هذه المقدّمة التي لفت إلى أهمّيتها، وإلى كونها تعبّر عن واقع الأمر، لا عن تمنّيات الكاتب أو إعلانه عن نواياه:

> «[...] ألّفتُ من حساب الجبر والمقابلة كتاباً مختصَراً، جعلتُه حاصراً للطيف الحساب وجليله لما يلزم الناس من الحاجة إليه في مواريثهم ووصاياهم وفي مقاسماتهم وأحكامهم وتجاراتهم، وفي جميع ما يتعاملون به بينهم من مساحات الأرضين وكرى الأنهار والهندسة وغير ذلك من وجوهه وفنونه»(٦).

ويقول ر. راشد «إنّ تأكيدات الخوارزمي التي تحمل دلالات مُهمّة للغاية، إضافة إلى «كتاب الوصايا»(٧)، تسمح منذ البداية، بوضع إسهام الخوارزمي ضِمنَ

---

(٥) يستعرِض بحث ر. راشد بشكل خاصّ أعمال الخليل بن أحمد، والأعمال في «التشفير» الذي اتخذ اسم علم «التعمية» في أعمال الكندي (... ـ ٨٦٦م). ويخلص إلى ما يلي: «شهدت الفترة الواقعة بين النصف الثاني من القرن الثامن للميلاد وبداية القرن الذي تلاه، بناء باقة من الموادّ العلميّة (تأليف المعاجِم، والصرف، والعَروض، والتعمية، وتحليل الرموز...) التي تُطَبِّق طريقة جديدة. القاعدة الأولى من هذه الطريقة هي تحديد مجموعة من العناصر المنتهية والمتقطّعة. القاعدة الثانية هي تحديد توافيق تسمح بأن نحصل قَبليّاً، أي استباقاً لأيّ انتقاء واعٍ، على «العناصر الممكِنة»، انطلاقاً من عناصر المجموعة كلّها. القاعدة الثالثة هي أن نأخذ العناصر (أو الحالاَت) الممكنة ونعزل من بينها تلك التي تكون فعليّة أو «مقبولة» نسبة إلى معايير القبول المفروضة في الحقل العلمي الذي يجري فيه العَمَل... هذا التصوّر نفسه، للعلم ولموضوعه، المزوّد بالطرائق نفسها، هو الذي نجده مجدَّداً في كتاب الخوارزمي، قبل أن يجتاح مجالات رياضيّة أخرى في الجبر أو في الهندسة أو في نظريّة الأعداد». (انظر الكتاب فيما يتبع ص ٦٩ ـ ٧٠).

(٦) انظر الكتاب فيما يتبع ص ١٦٦.

(٧) الذي يحتلّ ما يقارب النصف الثاني من كتاب الخوارزمي الجبري.

تقليد معينٌ، وفي الوقت عينه في بداية هذا التقليد المُجَدِّد، الذي ارتبط مصيره نهائياً بمصير الجبر، متّخذاً اسم «حساب الفرائض». فمجال الحقوق «كان من بين أشدّ مجالات البحث نشاطاً في القرن الثامن. فالمجتمع الجديد والدولة الجديدة، اللذان يرتكزان على أساس تعاليم القرآن والحديث النبويّ، تطلّبا بالضرورة تصوّراً للحقوق وللقواعد الشرعيّة، يختلف عن القواعد الحقوقيّة الموروثة عن بيزنطية وعن بلاد فارس . . . . وكان المطلوب من الشرع الجديد أن يصوغ، انطلاقاً من النصّ القرآنيّ ومن السيرة النبويّة، تعاليم تصلح كونيّاً، أي لكلّ شعوب الإسلام. فكان لا بد من العودة إلى البدء بالبحث الشرعي من جذوره. لذا، ومنذ العهد الأمويّ، انكبّ الفقهاء على هذه المهمّة؛ فشهد القرن الثامن ولادة ثلاث من المدارس الفقهيّة الأربع، التقليديّة، التي تُسيطر على الشرع الإسلامي حتّى عصرنا الراهن». وقد ذكر ر. راشد هذه المدارس كما ذكرعدداً كبيراً من المؤلّفات في علم الفرائض وحسابها، سابقة للخوارزمي، وبيّن استناداً إلى النص أنّ هذا الرياضي كان يعرف أعمال مؤسّس إحداها (أبي حنيفة) وأعمال فقهي آخر في هذا المجال، لم يذكر الخوارزمي اسمه.

وفي نهاية الدراسة يستنتج ر. راشد: «يبدو إذن أنّ البحث في فقه المعاملات (الشرع والحقوق) كان من بين الحقول التي استند إليها الخوارزمي في تصوّره للجبر وفي تأليف كتابه، ذلك البحث الذي بدأ قبل الخوارزمي بمدّة لا بأس بها والذي تواصل بنشاط في عصره. ففي مجال الشرع واجه هذا الرياضيّ الدراسات المُكَرَّسة للعديد من المسائل التي يتطلّب حلُّها التعامل، لا مع الكميّات المعلومة فحسب، بل أيضاً مع الكمّيات المجهولة. وقد عمد الفقهاء، من أجل حلّ تلك الحسابات، إلى وسائل جبريّة ـ أوّليّة إذا صحّ التعبير . . . وأنّ سير الأمور إذن يؤدّي إلى الاعتقاد بأنّ الخوارزمي، ومن أجل أن يُعَقلِن الممارسات الحسابيّة للفقهاء، تعمّد دمْجها في مجال أوسع هو مجال الحسابات على المجاهيل الذي أسّسه كنَظَريّة. بهذا المعنى يمكن القول إنّ أبحاث الفقهاء كانت إحدى نقاط انطلاق هذا الرياضيّ»(٨).

نسوق كلّ هذا لنقول إنّ هناك أسباباً أخرى مهمّة، تتعدّى الإطار الإيديولوجي(٩)، أخّرت تنفيذ مشروع تحقيق كتاب الخوارزمي، وترجمته مع تحقيقه،

---

(٨) انظر الكتاب فيما يتبع ص ٧٨ ـ ٧٩.

(٩) غيّبت مواقف أيديولوجيّة من نهاية القرن التاسع عشر وبداية القرن العشرين أهميّة العلوم العربيّة، وأخّرت تحقيق وترجمة العديد من الأعمال العربيّة. انظر [15]، الفصل الأخير، و[22]، «نظريّة انتماء العِلم إلى الغرب».

إلى الفرنسيّة. أسبابُ تأخّرِ التصدّي لهذا المشروع (المُغري، والذي يملك كلّ ما يجتذب الباحث للقيام به، نظراً إلى أهميّة الكتاب وشهرته ومكانة مؤلّفِه)، تتعلّق كما بيّنا في ما سبق من سطور، بالإمكانات العلميّة والثقافيّة التي يتطلّبها هذا المشروع.

٢ ـ كتاب الخوارزمي كعمل تأسيسيّ للجبر

يقول ر. راشد وهو يعلن عن الهدف من تأليف كتابه[١٠]، إنّه عند القيام بشرحه ودراسته لكتاب الخوارزمي، سيتفادى بقدر الإمكان «الرؤى الخاطئة والمسالك المُستَهلَكة». وهو، بهذا التصريح، يعترف بوجود الرؤى الخاطئة بل ينبّه إلى وجودها وينتقدها ويعلن أنّه سيتّبع في دراسته مسلكاً يختلف عن المسالك السابقة التي أدّت إلى هذه الرؤى، وأنّه لن يتبنّى دون نقاش أيّاً من المواقف أو المسلّمات في موضوع كتاب الخوارزمي الجبريّ. هذا الأمر يلمسه القارئ في الدراسة التي وضعها ر. راشد في صدر كتابه؛ ونذهب إلى أبعد من ذلك لنؤكّد أنّ الدراسة المذكورة وُضِعت خصّيصاً لتصحيح هذه الرؤى. ففي بداية مقدّمته يُثبِت ر. راشد الاسم الصحيح للرياضي: «محمّد بن موسى الخوارزمي»، منعاً لأيّ التباس قد تتسبّب به صفة «المجوسي القطربوليّ» التي قد تكون أضيفت خطأً إلى الاسم في بعض المراجع القديمة، وتبنّتها بعض المراجع الحديثة. وينتقل من ثمّ إلى عنوان الكتاب فيثبت أنّه «كتاب الجبر والمقابلة»، لا «الكتاب المختصر في الجبر والمقابلة» كما شاع إلى يومنا بسبب خطأ وقع فيه فريديريك روزن (Frederic Rosen) الذي حقّق عمل الخوارزمي الجبري استناداً إلى مخطوطة أوكسفورد، وترجمه إلى الإنكليزيّة عام ١٨٣٠ [24]. تصويب العنوان كان مهمّاً جدّاً نظراً إلى أنّ استخدام صفة «المختصر» تعني أنّ هناك صيغة غير مختصرة سابقة لكتاب الخوارزمي، أو أنّ هناك جبراً سابقاً لكتابه، ممّا يُضيِّع فترة بداية الجبر أو يلفّها بالضباب ويزيد البلبلة حول موضوع يهمّ رشدي راشد أن يحسمه نهائيّاً، ألا وهو كون الجبر كعلم بدأ مع كتاب الخوارزمي المذكور، لا قبل ذلك الكتاب.

يقول ر. راشد في بداية كتابه، إنّ كتاب الخوارزمي عمل تأسيسيّ لـ «علم الفرائض» الذي يقع على ملتقى الرياضيّات والعلوم الفقهيّة، ويشرح ذلك في كتابه بوضوح[١١].

(١٠) انظر الفقرة السابقة، أعلاه.

(١١) انظر الفقرة ١ ـ ٥ فيما يتبع من الكتاب، وراجع الفقرة السابقة، أعلاه.

ويقول إنّ الكتاب عمل تأسيسيّ أيضاً لأسلوب جديد: «فلقد أجاز الجبر ما لم يكن بالإمكان تصوّره من قبل، وهو توسّع تطبيق العلوم الرياضيّة، بعضها على البعض الآخر، مما أدّى إلى فصول علميّة جديدة؛ نقصد هنا، تطبيق الحساب على الجبر، والجبر على الهندسة، والهندسة على الجبر، والجبر على علم المثلّثات، إلخ. فبفضل هذا التطبيق، ودون تأخير، ظهرت الهندسة الجبريّة الابتدائيّة، وبدأ جبر كثيرات الحدود، والتحليل التوافيقي، إلخ. ومن بين نتائج هذا التطبيق، النتيجة الكبرى المتمثّلة بالتعديل العميق لموسوعة المعارف الرياضيّة، التي جعلها إدخال الجبر تتجاوز إطار المجموعة «الرباعيّة»(*) الشهيرة. ولم يكن التحوّل في فلسفة الرياضيّات أقلّ أهمّية؛ فالاطّلاع على أعمال فلاسفة مثل الفارابي وابن سينا، يَكفي لكي نفهم مدى تأثير هذه المادّة الرياضيّة الجديدة على عِلمِهم وعلى تصنيفهم للعلوم». أمّا لماذا أجاز الجبر مثل هذا التطبيق، فلأنه من حيث تكوينه علم يزوّج بين الهندسة والحساب مطبّقاً أحدهما على الآخر، أي بين أسلوبين أحدهما ألغوريتمي (حسابي) والآخر برهاني (هندسي). وفي مكان آخر يُشير ر. راشد إلى أنّ أسلوب تطبيق علم على آخر هو أحد أهمّ مميّزات العلم العربيّ، وأنّه «بداية حقّة للعلم الكلاسيكي»، وهو أسلوب «مناقض لفكرة سادت في التراث اليوناني حول انفصال الأجناس وعدم اللجوء في ميدان إلى ما هو ليس من جنسه» [٢٢، ص ١٥٧]. إنّ شرح هذه الفكرة التي يسوقها رشدي راشد وتبيان كيف أنّ تزويج علم بعلم آخر يتسبّب بولادة فصول علميّة جديدة، أمرٌ في غاية الأهمّيّة بالنسبة إلى فلاسفة ومؤرّخي العلوم. وهو ما لن نتمكّن من التعرّض له، على الأقلّ في حدود ما تسمح به هذه الصفحات. على كلّ حال، نال هذا الأمر شروحاً وافية في عدد من مقالات ر. راشد وغيرها(١٢).

لذا سنكتفي هنا بشرح صفة لكتاب الخوارزمي هذا، يسوقها رشدي راشد في المرتبة الأولى، وهي كونه عملاً تأسيسياً لعلم الجبر. والقارئ المتمعّن لدراسة ر. راشد يلاحظ أنّ هذا الأمر يُشكّل همّاً أساسياً لهذه الدراسة؛ فبعد إثباته لهذا الأمر في الفصل الأوّل من دراسته، يعود ويدعّم إثباته هذا في الفصول والفقرات اللاحقة، كلّما قدّم سياق الحديث فرصة مناسبة لذلك.

(*) Quadrivium، مجموعة العلوم الأربعة، بحسب تصنيف القدماء: الحساب والهندسة وعلم الفلك والموسيقى.

(١٢) انظر: ر. راشد، [23] وانظر أيضاً مقال ن. فارس [9].

إثبات كون الجبر بدأ، كعلم مستقلّ، مع كتاب الخوارزمي، يستدعي الحديث عن المكوّنات الأساسيّة لهذا العلم. وهو يستدعي أيضاً البحث عن مصادر هذا الكتاب، علماً بأنّ الخوارزمي لم يأت على ذكر أيّ منها باستثناء تلميح إلى أعمال فقهيّة في القسم الأخير من كتابه الذي يُطبّق فيه الجبر على حساب الإرث والوصايا. وقد تحدّثنا بإسهاب في الفقرة السابقة عن دراسة ر. راشد لمصادر الخوارزمي ولقراءاته الرياضيّة، الأكيدة والمحتملة. هذه الدراسة، إضافة إلى القراءة المعمّقة لمحتوى كتاب الخوارزمي بيّنت أصالة الكُتاب وأظهرته كعمل تأسيسي لمجال رياضيّ جديد: «الجبر».

وعندما نقول إنّ الجبر وُلِد مع كتاب الخوارزمي، فهذا القول لا يعني أنّ التاريخ لم يعرف قبل هذا الكتاب ممارسات أو عمليّات يمكن وصفها الآن بأنّها جبريّة (من حيث تعاملها مع المعادلات والمجاهيل). فالعديد من المسائل التي تتعامل مع الأعداد أو الأطوال أو المساحات أو غيرها من الأعظام، كانت ومنذ بداية التاريخ، تؤدّي إلى مثل هذه الممارسات. ولكنّ المعادلات والمجاهيل وكثيرات الحدود لم تُعامل بتاتاً، قبل الخوارزمي، ككائنات رياضيّة مستقلّة بذاتها، بل كان التعامل معها يتم في سياق حلّ هذه المسألة المحدّدة العرضيّة أو تلك. ولادة هذه الكائنات الرياضيّة الجديدة وولادة القوانين التي تحدّد تفاعلها والتعامل معها، هو الخطوة النوعيّة الجديدة التي حدّدت ولادة علم الجبر. فقراءة القسم النظري من الكتاب، والذي يحتلّ نصفه الأوّل، تُظهر ما يلي:

١) أدخل الخوارزمي في بداية كتابه، ما نُسمّيه اليوم «التعابير الأوّليّة» (Termes primitifs) لهذا العلم: «الجذر» أو «الشيء» (وهو ما يُكتب x في اصطلاحاتنا، أي المجهول)؛ («المال» x^2 في اصطلاحاتنا)؛ «العدد المفرد» («الأعداد المفردة» بالنسبة إليه هي مقادير مُنطَقة موجبة، يمكننا تمثيلها باصطلاحات عصريّة بـ $a, b, c,$ حيث: $a, b, \ldots \in \mathbb{Q}_+^*$، مع الإشارة إلى أنّ تمثيلنا هذا هو تجاوز على مفاهيم عصر الخوارزمي). وأدخل كلِمتَيْ «الجبر» و«المقابلة» للدلالة على عمليّتين جبريّتين[١٣].

---

(١٣) «الجبر» يأخذ عنده معناه اللغوي (كعِلاج لـ «الكَسر»): هو العمليّة التي تتلخّص بإزالة أيّ حد سالب من أحد طرفي المعادلة عند وجوده فيه، عن طريق إضافة الحدّ الموجب المقابل إلى طرفي المعادلة (انظر: مقدّمة ابن خلدون، تحقيق المستشرق الفرنسي كاترمير (M. Quatremère) (بيروت: مكتبة لبنان، [د. ت.])، مج ٣، حيث يكتب ابن خلدون: «. . . فيقابلون بعضها ببعض ويجبرون ما فيها من الكسر حتى يكون صحيحاً. . .»). مثلاً على ذلك، المعادلة التي يمكن كتابتها على الشكل التالي: $2x^2 + 100 - 20x = 58$ =

٢) أدخل مفهوم المعادلة (بإدخاله ما نسمّيه االيوم المعادلات الجبريّة من الدرجة الأولى والثانية) ومفهوم الشكل الطبيعي للمعادلة، وصيغ (أو ما يسمّى باللغة العصريّة «ألغوريتمات» أو «خوارزميّات») الحلول والتبرير الهندسي لهذه الخوارزميّات:

أ ـ صنّف معادلات الدرجة الثانية (وما دون) إلى ستّة أصناف[١٤]:

$$\text{(I) } ax^2 = bx \quad , \quad \text{(II) } ax^2 = c \quad , \quad \text{(III) } bx = c$$
$$\text{(IV) } ax^2 + bx = c \quad , \quad \text{(V) } ax^2 + c = bx \; ,$$
$$.\text{(VI) } ax^2 = bx + c \quad / \, a, b, \ldots \in \mathbb{Q}^*_+ \, .$$

ب ـ ردّ كلاً من هذه المعادلات[١٥] إلى شكلها الطبيعي (canonique) أو «القانوني»، الذي يكون فيه معامل القوّة الأكبر للمجهول مساوياً لِـ ١، بحيث تأخذ المعادلات المذكورة الشكل التالي:

$$\text{(I) } x^2 = \frac{b}{a}x \quad , \quad \text{(II) } x^2 = \frac{c}{a} \quad , \quad \text{(III) } x = \frac{c}{b} \; ,$$
$$\text{(IV) } x^2 + \frac{b}{a}x = \frac{c}{a} \quad , \quad \text{(V) } x^2 + \frac{c}{a} = \frac{b}{a}x \; ,$$
$$.\text{(VI) } x^2 = \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}$$

ج ـ أعلن عن الطريقة الحسابية لإيجاد الجذور (أي «خوارزميّة» الحلّ) وهي الطريقة المستخدمة إلى الآن $x = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - c}$ [١٦]، مع الملاحظة بأنّه أهمل الجذور السالبة لعدم اعترافه بها[١٧]. نشير إلى أنّ صيغ خوارزميّات الحلول التي

= تتحوّل بواسطة «الجبر» إلى الشكل: $2x^2 + 100 = 58 + 20x$

التي، بقسمة طرفيها على 2 تُصبح: $50 + x^2 = 29 + 10x$

ثمّ، يردّها الخوارزمي بواسطة «المقابلة» إلى $(50-29) + x^2 = 10x$، أي إلى: $21 + x^2 = 10x$

(انظر «المسألة الخامسة» في باب «المسائل الست»، في ما يلي من هذا الكتاب، ص ١٩٥).

(١٤) تعدّد أنواع المعادلات أو أصنافها يعود إلى جهل مفهوم العدد السالب في ذلك العصر ممّا أدّى إلى رفض كتابة المعادلة على الشكل $p(x) = 0$، «هذا الرفض الذي استمرّ طيلة عدّة قرون وترك آثاره حتّى في «هندسة» ديكارت» [انظر الملحوظة ٣٨، ص ٧١، من هذا الكتاب].

(١٥) باستثناء المعادلة من النوع (III).

(١٦) عندما نكتب المعادلة على الشكل المستخدم في عصرنا: $ax2 + bx + c = 0$.

(١٧) استمرّ أيضاً تجاهل الجذور السالبة طوال قرون عديدة، حتّى أنّ ديكارت كان يسمّيها الجذور الخاطئة («Racines Fausses»).

أعطاها كانت صِيَغاً عامّة. وكان إدخاله أحياناً لقِيَم عدديّة يعود بشكل بديهي إلى أسباب تربويّة أو رغبة في الإيضاح، ولا يؤثّر بتاتاً في عموميّة طرائقه في الحل أو في عرض المسألة أو في صرامة أسلوبه.

د ـ أعطى تبريراً لطرائق حساب الجذور فيما يخص أنواع المعادلات (IV) و(V) و(VI)؛ وهذا التبرير هندسي يعتمد على حساب المساحات للمربّعات والمستطيلات، ويُذكّر بأسلوب أُقليدس في الكتاب الثاني من «الأصول». يجب أن نلحظ هنا أنّه، في غياب نظام مصادراتي للجبر (وهو نظام لم ير النور في الواقع قبل بداية القرن العشرين)، كانت الهندسة الأقليديّة هي الوسيلة الوحيدة التي من شأنها أن تؤمّن للخوارزمي براهينه في الجبر.

٣) بعد تقديمه حلول أنواع المعادلات الستة، مباشرةً، أعطى الصيغ الجبريّة لحساب كثيرات الحدود مُقَدّماً، بأسلوب تجريدي، ما يمكن كتابته اليوم على الشكل التالي:

$$(\pm a \pm bx).(\pm c \pm dx)$$

و

$$\left(\pm ax^2 \pm bx \pm c\right) \pm \left(\pm a'x^2 \pm b'x \pm c'\right)$$

حيث $a, b, a', b', \ldots \in \mathbb{Q}_+^*$.

إنّ إعلان هذه الصيغ، وإن كانت بدائيّة، حدثٌ رياضيٌّ مهم جدّاً، كما يُعبّر عن ذلك ر. راشد: «مهما بدت هذه الدراسة بدائيّةً فهذا لن يُنقِص من كونها المحاولة الأولى المكرّسة للحساب الجبري كمادّة علميّة قائمة بذاتها، احتلّت عناصرها فيما بعد فصولاً مستقلّةً نسبيّاً» [19، مج ٢، ص ٤٦٧]. ومن المهمّ التذكير بأنّه، مع ولادة هذه الصيغ الجبريّة، ظهرت براعِم «البرهان الجبري» الذي يسمّيه الخوارزمي «البرهان باللفظ»، لتفريقه عن «البرهان بالعلّة» أي البرهان بواسطة الهندسة(١٨).

نتبينّ ممّا تقدّم، أنّ الخوارزمي قد أرسى القواعد التي لم تزل تُعتبر، إلى الآن أُسس الجبر وهدف الجَبر، وهي:

أ ـ الحلول الجذورية (أي بالجذور) للمعادلات الكثيرة الحدود.

ب ـ حسابات كثيرات الحدود.

---

(١٨) انظر ص ١٠٧ ـ ١١٥ من هذا الكتاب.

ويُقدّر ر. راشد، بحقّ، أن توقّف الخوارزمي عند الدرجة الثانية كان «انسجاماً مع متطلّبات الحل بواسطة الجذور ومع مستوى معارفه في هذا المجال» [19، مج ٢، ص ٤٦٤].

٣ ـ كتاب الخوارزمي كبداية لتيار من البحث الرياضي

٣ ـ ١ تأثير الكتاب في معاصري الخوارزمي وخلفائه المباشرين

نحن إذن أمام ولادة علم جديد. ولكنّ ما يلفت الانتباه في هذه الولادة، لا يعود فقط إلى الموضوع أو إلى الفِكر التركيبي لكتاب الخوارزمي، بل أيضاً، كما يلحظ ر. راشد، إلى تأثيره الواضِح في معاصريه وخلفائه المباشرين. فلقد تبنّى هؤلاء نظريّته بدون تحفّظ، وبحماس مدهش (إذا أخذنا بعين الاعتبار حداثة هذه النظريّة) وأمعنوا في دراستها وتطويرها كما تبنّوا مصطلحاتها: «الجبر»، «الشيء». . . وقد يكون هذا التبنّي السريع أحد دوافع ر. راشد لوصف هذا العلم الناشئ بالنضوج وهو «المولود الجديد». ويذكر ر. راشد أسماء عدد من خلفاء الخوارزمي، أوردها ابن النديم في **الفهرست**، ظهرت كلمة «الجبر» في عناوين أعمال أغلبهم، وطوّروا الأبحاث التي بدأها في مجالات المعادلات التربيعيّة والحسابات الجبريّة والتحليل غير المُحَدَّد ومسائل الوصايا والإرث؛ من بين هؤلاء، ابن تُرك وسِند بن علي، والصيدناني، وسنان بن الفتح، والمَصِيصي، والاصطخري، وأبو الوفاء البوزجاني (٩٤٠ ـ ٩٩٧ م)، . . . إنّ إطلاق الكتاب لهذا التيّار غير المسبوق من الأبحاث الجبريّة هو دليل آخر على أنّ الجبر كعلم مستقلّ وُلِد مع هذا الكتاب.

٣ ـ ٢ الاتجاهان الرئيسيّان لتطوّر الجبر العربي

يبرهن رشدي راشد، أنّ الجبر تطور في اتجاهين رئيسيين: اتجاه حسابي واتجاه هندسي، توجد جذورهما على كلّ حال في كتاب الخوارزمي.

٣ ـ ٢ ـ ١ الاتجاه الحسابي للجبر. كرّس ر. راشد كتاباً لدراسة هذا الاتجاه هو **تاريخ الرياضيات العربية ـ بين الجبر والحساب** [15]، نحاول في هذه الفقرة أن نستعيد بما أمكن من الإيجاز بعض ما ورد فيه من المعلومات التي من شأنها إلقاء الضوء على هذا الاتجاه.

من أوائل أعلام هذا الاتجاه سنان بن الفتح (أوائل القرن ١٠م) وأبو كامل شجاع بن أسلم المصري (٨٥٠ ـ ٩٣٣م). حلّ ابن الفتح معادلات حدودها ax^{2n+p} وbx^{n+p} وcx^{p} متوقّفاً كما فعل ديوفنطس عند القوّة n=6 («مال كعب»). واستخدم ابن الفتح تحديداً ضربيّاً للقوّة، بعكس أبي كامل الذي يستخدم تحديداً جَمعيّاً ويَصِل إلى القوّة الثامنة للمجهول x (x^4 هي «مال مال»، x^5 هي «مال مال شيء» x^6 هي «كعب كعب» وx^8 هي «مال مال مال مال» [26، ص. ٥٢]. ولن يكون بالإمكان هنا الحديث عن العمل الجبري للرياضي الكبير أبي كامل الذي تؤكّد أهميّته جميع المراجع المذكورة في مقالنا هذا، والذي لم تقتصر إنجازاته على الحسابات الجبريّة بل تعدّتها إلى نُظم المعادلات وإلى المعادلات غير محدودة الحلول. نشير فقط إلى أنّ أبا كامل وسّع الحسابات الجبريّة إلى ثلاثيّات الحدود، وأعطى قواعد حسابيّة على كسور المجهول.

ويجب أن نشير أيضاً إلى أنّه استخدم معادلات جبريّة ذات مُعامِلات غير مُنطَقة (مُعامِلات من أنواع المقادير غير المُنطَقة التي نجدها في الكتاب العاشر من «أصول» أقليدس). ويقول عادل أنبوبا أنّ حلّ بعض المعادلات قاد أبا كامل إلى التعامل مع أنواع من المقادير غير المُنطقة، ليست موجودة عند أقليدس [3، ص ٨٤].

وقد تطوّر الاتجاه الحسابي للجبر إلى أن أصبح مشروعاً واضحاً في أعمال الكرجي (... ـ القرن ١١م)، عبّر عنه خليفته وشارح أعماله، السموأل بن يحيى المغربي (... ـ ١١٧٥م) عندما اعتبر أنّ الجبر هو «الطريق إلى التصرّف في المجهولات بجميع الأدوات الحسابيّة كما يتصرّف الحاسب في المعلومات» [2، ص ٩، من النص العربي].

يتضمّن هذا الاتجاه بشكل أساسي المواضيع التالية:

١ ـ تطوير الحساب على كثيرات الحدود:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i x^i \quad \text{و} \quad \sum_{i=1}^{n} a_i \cdot \frac{1}{x^i} \ (\text{حيث } a_i \in \mathbb{Q})؛$$

بما في ذلك إعطاء توسيع ذي الحدّين بشكله العام، وبناء المثلّث الحسابي المنسوب لباسكال، وهو إنجاز قام به الكَرَجي [2، ص. ٨٦].

٢ ـ توسيع العمل في معادلات الدرجة الثانية: معالجة المعادلات من الشكل

$$ax^{2n+p}+bx^{n+p}=cx^{p}$$

من الأسماء البارزة في هذا المجال، نذكر سنان بن الفتح، والكرجي [15، ص ٣١ ـ ٣٢].

٣ ـ الحسابات العدديّة والتحليل العددي: استخراج الجذور النونية، إيجاد الحلول التقريبيّة للمعادلات. من الأسماء البارزة في هذا المجال، نذكر الكَرَجي، والبيروني والخيّام والسموأل، وشرف الدين الطوسي، والكاشي (القرن ١٥م)...

٤ ـ الحسابات على المقادير الصمّ التي نشّطتها القراءات الجبريّة للكتاب العاشر من أصول أقليدس. من الأسماء التي عملت في هذا المجال، الماهاني (القرن التاسع) أبو جعفر الخازن (... ـ ٩٦١م)، الكَرَجي، السُلَمي (القرن ١٢م)، السموأل بن يحيى المغربي الذي ارتبط اسمه بالكسور العشرية، ... واليَزدي (القرن ١٧م)...

٥ ـ نظرية الأعداد. من الأسماء البارزة في هذا المجال، ثابت بن قرّة، أبو جعفر الخازن (... ـ ٩٦٠م)، السجزي (... ـ ١٠٠٠م)، أبو الجود بن الليث، ابن الهيثم، كمال الدين الفارسي (القرن ١٤م)، اليَزدي (القرن ١٧م)، ....

٦ ـ المسائل العدديّة والمعادلات غير المحدّدة («السيّالة»)، استناداً بشكل خاصّ إلى القراءة الجبريّة لكتاب «المسائل العدديّة» لديوفنطس. تجدر الملاحظة هنا بأنّ تأثّر المجتمع الرياضي بكتاب الخوارزمي جعل قسطا بن لوقا (... ـ الربع الأوّل من القرن ١٠م) ينقل كتاب ديوفنطس «المسائل العدديّة» هذا إلى العربيّة تحت عنوان «صناعة الجبر»، وينقل مسائله بلغة الخوارزمي الجبريّة، متسبّباً بأخطاء لاحقة في المنظور التاريخي للرياضيّات [15، ص ٢٣٦]. من أهمّ العاملين في هذا المجال وأوائلهم، أبو كامل الذي «من المؤكّد عدم اطّلاعه على كتاب ديوفنطس» [3، ص ٨٤].

٣ ـ ٢ ـ ٢ **الاتجاه الهندسي للجبر.** قام ر. راشد بدراسة عميقة لهذا الاتجاه في مقدّمة كتاب «الجبر والهندسة في القرن الثاني عشر ـ مؤلفات شرف الدين الطوسي» [16]. ويمكن تمييز مراحل ثلاث في فترة القرون الثلاثة التي عرفها تطوّر الجبر في هذا الاتجاه.

أولاً: مرحلة ما قبل الختام

خلال هذه المرحلة، تضمّنت النشاطات في الاتجاه الهندسيّ للجبر الترجمة الهندسية لمعادلات الدرجة الثانية، والترجمة الجبريّة لبعض مسائل الهندسة.

١ ـ **الترجمة الهندسية لمعادلات الدرجة الثانية**، بما يشبه أسلوب الخوارزمي نفسه وبما يطوّر براهينه ويركّزها: أعمال ابن ترك (معاصر للخوارزمي)، وابن قرّة (. . . ـ ٩٠١م)، . . .

يبرهن ر. راشد أهميّة أعمال ثابت بن قرّة في هذا المجال. فقد «عاد ثابت إلى «أصول» أقليدس من أجل إثبات براهين الخوارزمي على قواعد متينة وأيضاً من أجل أن يُترجِم هندسيّاً معادلات الدرجة الثانية». وقد برهن أنّ المعادلة من النوع (IV): $x^2 + px = q$، يمكن أن تُحلّ بواسطة القضيّة (II. 6) (السادسة من الكتاب الثاني من «الأصول»)، وأنّ المعادلتين (V): $x^2 - px + q$، و (IV): $x^2 + q = px$، يمكن حلّهما بواسطة القضيّتين (II. 5) و (II. 6).

ويلاحظ ر. راشد أنّ ابن قرّة كان «أوّل من ميّز بوضوح بين الطريقتين، الجبريّة والهندسيّة وحاول أن يبرهن أنّ الطريقتين كلاهما تؤدّيان إلى النتيجة نفسها، أي إلى التفسير الهندسي للطرائق الجبريّة» [19، مج ٢، ص ٤٦٨]. وفي نهاية برهانه المتعلّق بالمعادلات من النوع (IV)، يتكلّم ابن قرّة على «أصحاب الجبر»، معتبراً أنّ هذا العلم أصبح علماً قائماً بذاته، وبات يجوز على المختصّين به [19، مج ٢، ص ٤٦٨].

٢ ـ **الترجمة الجبريّة لبعض مسائل الهندسة** تقع في هذا الباب، القراءة الجبريّة لعدد من فصول «أصول» أقليدس وخاصّة للكتاب العاشر منه. إنّ القراءة الجبريّة لهذا الكتاب الصعب للغاية وذي الطابع الهندسي، والمعالجة الجبريّة لعدد من مسائله والشروحات الجبريّة له (والتي تواصلت في التقليد العربي منذ النصف الثاني للقرن التاسع للميلاد) أسهمت كثيراً في تطوير نظريّة المقادير غير المُنطَقة (الجبريّة) وتوسيع مجال تطبيقها وفي إغناء الجبر بالذات وإظهار فعاليّة وسائله في معالجة المسائل الرياضيّة المختلفة[١٩].

---

(١٩) يقول ر. راشد في هذا المجال: «ليس بالإمكان إطلاقاً فهم تاريخ الجبر إذا لم نُشر إلى إسهامات تيّارين من الأبحاث تطوّرا خلال الفترة التي تحدّثنا عنها (القرنين التاسع والعاشر). أوّل هذين التيّارين درَسَ الكمّيات غير المُنطَقة، إمّا عبر قراءة الكتاب العاشر من الأصول، أو من خلال طريق أخرى =

ويقع في هذا الباب أيضاً تحويل عدد من المسائل الهندسيّة إلى معادلات جبرية، مثل «مسألة أرخميدس» التي حوّلها الماهاني (. . . ـ ٨٨٠م) إلى معادلة من الدرجة الثالثة[٢٠].

وابتداء من القرن العاشر، أدّت بعض مسائل الهندسة «المجسّمة» الموروثة من اليونانيين، إلى استخدام وتطوير تقنيّة بدأت أيضاً لدى اليونانيين وهي تقنيّة تقاطع القطوع المخروطيّة. من هذه المسائل، بالإضافة إلى مسألة المتوسّطَينْ، مسألة أرخميدس سابقة الذكر، ومسألة تثليث الزاوية (أي تقسيمها إلى ثلاثة أقسام متساوية) ومسألة تسبيع الدائرة ومسائل قياس أضلاع بعض المضلّعات المنتظمة . . . . واستخدمت التقنيّة المذكورة لحل هذه المسائل ولحلّ مسائل هندسيّة طرحها تيّار البحث الرياضي بحد ذاته، وأخرى طرحها البحث في مجالات أخرى («مسألة ابن الهيثم»[٢١]. أغلب هذه المسائل مكافئة لمسائل حل معادلات من الدرجة الثالثة. وقد دفعت صعوبة حلّ هذه المعادلات بالجذور، بعض الرياضيين إلى اعتماد تقاطع القطوع المخروطيّة من أجل التحديد الهندسي لجذورها.

من مكوّني تيّار البحث في الاتجاه الهندسي للجبر، قبل الخيّام: ثابت بن قرة، الماهاني (. . . ـ ٨٨٠م)، أبو جعفر الخازن، أبو الجود ابن الليث (القرن ١٠م)، القوهي (القرن ١٠م)، السجزي (القرن ١٠م)، أبو نصر بن عراق (القرن ١١ م)، البيروني (٩٧٣ ـ ١٠٥٠م)، . . .

ثانياً: جبر الخيّام (التصدّي لحل معادلات الدرجة الثالثة ـ ولادة الجبر الهندسي كمشروع).

الأعمال في الاتجاه الهندسي للجبر، التي أتينا على ذكرها، التي بدأت مع

= مستقلّة. . .» [19، ١٩٩٧، مج ٢، ص ٤٧٠]. انظر في هذا الصدد: Marwan Ben Miled, «Les Commentaires d'Al-Māhānī et d'un anonyme, du livre X des Eléments d'Euclide,» *Arabic Sciences and Philosophy*, vol. 9 (1999), pp. 89-156.

الذي يورِد أسماء رياضيّين عملوا في هذا المجال: الجوهري، سِند بن علي، الماهاني (القرن ٩م)، سليمان بن عِصمة، الخازن، الأهوازي (القرن ١٠م)، الهاشمي، البغدادي (القرن ١١م)، . . .

(٢٠) مسألة أرخميدس: قسمة الكرة بواسطة سطح قاطِع، إلى قسمين بحيث تكون نسبة حجم أحدهما إلى حجم الآخر معلومة. حوّل الماهاني هذه المسألة إلى المعادلة التي عرفت فيما بعد باسمه: $x^3 + b = ax^2$.

(٢١) التي عُرِفت في الغرب اللاتيني تحت اسم «Problème d'al-Hazen»، وهي إيجاد نقطة على الدائرة يقع عليها الضوء، انطلاقاً من نقطة معيّنة، لينعكس على نقطة أخرى معيّنة (النقطتان والدائرة في السطح نفسه). هذه المسألة التي طرحها ابن الهيثم وحلّها بواسطة دائرة وقطع زائد، تؤدّي إلى معادلة من الدرجة الرابعة.

الخوارزمي نفسه وثابت بن قرّة، تطوّرت على مدى قرنين من الزمن ومهّدت الطريق للعمل الجبري لعمر الخيّام (١٠٤٨ ـ ١١٣١م)، هذا العمل الذي يشكّل مفصلاً في تاريخ الجبر الهندسي، والذي يعتبره ك. هوزيل (C. Houzel) «الانطلاقة الأولى للهندسة الجبريّة»(٢٢). فمع الخيّام لم تعد المسألة مسألة حلّ هذه أو تلك من معادلات الدرجة الثالثة التي يطرحها بحثٌ ما، بل مسألة مشروعِ لحلّ جميع أصناف المعادلات من الدرجة الثالثة (وما دون).

يبدأ الخيام رسالته بتقديم لمحة تاريخيّة قصيرة، ولكن مهمّة، عن جهود عدد من أسلافه، في تحويل بعض المسائل إلى معادلات تكعيبيّة ومحاولتهم حلّ بعض هذه المعادلات. ثمّ يقول صراحة إنّه، لا هو ولا الذين سبقوه، استطاعوا حلّ هذه المعادلات بالجذور، ولكنه لا ينسى أن يُعبّر عن أمله في أن يأتي اليوم الذي سيحلّها فيه أحدهم بهذه الطريقة [21، ص. ١٧٥]؛ وهذا ما حصل بعد ذلك بأربعة قرون مع الإيطاليين كاردان (Cardan, 1501-1576) وتارتاغليا (Tartaglia, 1500-1557)(٢٣).

يُقدّم الخيّام تصنيفاً للمعادلات من الدرجة الثالثة وما دون، مبنيّاً على شكل المعادلة (بحسب درجاتها وعدد حدودها وتوزّع هذه الحدود)، إلى ٢٥ نوعاً. وبعد أن يحلّ معادلات الدرجة الثانية وما دون، يبرهن بعض المقدّمات التي يحتاجها لحلّ الأنواع الأربعة عشر من معادلات الدرجة الثالثة [21، ص ١٨٩](٢٤)، ويقوم بحلّ كلٍّ منها هندسياً، بتقاطع قطعين مخروطيين يختلفان من نوع إلى آخر.

ولا تسمح المساحة المُخصّصة لهذا المقال بإعطاء القارئ فكرة وافية عن هذه الرياضيّات المهمّة، فذلك يتطلّب مراجعة كتاب رشدي راشد حولها، الذي تُرجِم إلى العربيّة بعنوان **رياضيات عمر الخيّام** [21]؛ لكنّ بإمكانِنا إبراز بعض الملاحظات التي من شأنها توضيح الإسهامات اللاحقة في مجال الهندسة الجبريّة في التقليد العربي (شرف الدين الطوسي) أو فيما بعد (ديكارت Descartes):

---

(٢٢) نقرأ في التمهيد، الذي يكتبه رشدي راشد لكتاب كريستيان هوزيل (C. Houzel)، [12, p. iii]: «كان على البشريّة أن تنتظر خمسة قرون لتشهد انطلاقة ثانية للهندسة الجبريّة، مع ديكارت، الذي يستعيد في كتابه «الهندسة» (La Géométrie)، مشروع الخيّام ويُعلنه كما يُعلن مشروعاً متمّماً».

(٢٣) يذكر ديكارت اسماً إيطالياً ثالثاً هو سكيبيو فيرّوس (Scipio Ferreus) من الحقبة التاريخيّة نفسها.

(٢٤) تعدّد الأنواع يعود إلى جهل مفهوم العدد السالب في ذلك العصر، ممّا أدّى إلى رفض كتابة المعادلة على الشكل $p(x) = 0$.

١) لكي ينتقل الخيّام من الهندسة إلى الحساب الجبري، يستخدم مفهوم وحدة القياس: «الوحدة الخطّيّة» (التي تتمثّل بقطعة من خطّ مستقيم) والوحدة السطحيّة (التي تتمثّل بمربّع ضِلعه الواحد الخطّي) والوحدة المُجسّمة (التي تتمثّل بمُكعب ضِلعه الواحد الخطّي). وقد سبق أن استخدم بنو موسى (القرن ٩م) مفهوم الوحدة هذا، واستخدمه من بعدهم ابن الهيثم (. . . ـ حوالى١٠٤٠م). أمّا شرف الدين الطوسي الذي أتى بعد الخيّام، فلم يكتف باستخدام مفهوم الوحدة، بل أعطى لها تحديداً دقيقاً واسماً في كلّ من هذه الأبعاد الثلاثة: «الواحد الخطّي» و«الواحد السطحي» و«الواحد الجسميّ» [16، ص ٤٤٨].

٢) يعتمد الخيّام في نظريّته على خصائص القطوع المخروطيّة؛ وهو على كلّ حال لم ينس تنبيه القارئ في بداية رسالته «مقالة في الجبر والمقابلة»، إلى «أنّ هذه الرسالة لا يفهمها إلاّ من يكون مُتقِناً لكتاب أقليدس في الأصول، وكتابه في المُعطَيات ومقالتين من كتاب أبلونيوس في المخروطات، وأنّ من شذّ عنه معرفة واحدٍ من هذه الثلاثة فلا سبيل له إلى تحقّقها» [21، ص ١٧٤].

٣) يعتمد الخيّام تصنيفاً استباقيّاً (قَبْليّاً) لأنواع المعادلات التكعيبيّة الـ١٤، (بحسب شكلها وعدد حدودها، لا بحسب ما تمليه حلولها).

٤) أسلوب حلّه في كلّ معادلة، أي اختياره للقطعين المخروطيّين، اللذين يُعطي التقاؤهما حلّ هذه المعادلة، هو أسلوب تركيبيّ، لا يُرافِقه أيّ تحليل صريح يدلّ على سبب اختياره لهذا الثنائيّ من القطوع (انظر أيضاً [8]).

٥) يُلاحظ الخيّام (دون برهان) إمكانيّة استحالة المعادلات التي يمكن أن تكون مستحيلة (بالجذور الموجبة). وهو من جهة أخرى لا يُقدّم البرهان على وجود الجذور للمعادلات غير المستحيلة (بمعنى أنّه لا يبرهِن التقاء المنحنيَين المخروطيينّ المستخدمين في حلّ المعادلة[٢٥].

٦) لا يُعطي الخيّام حلاّ عدديّاً تقريبيّاً للمعادلات (باستثناء معادلة من النوع ٢٤: $x^3 + bx = ax^2 + c$، يعالِجها في رسالته ذات العنوان «في قسمة ربع الدائرة»).

٧) يُعطي جذراً (موجِباً) واحِداً للمعادلة، حتّى في حالة حيازتها على جذرين أو ثلاثة جذور (موجبة).

---

(٢٥) حاول أن يبرهن ذلك في المعادلة من النوع ٢٤ فقط: $x^3 + bx = ax^2 + c$.

ويعتبر ر. راشد أنّ الخيّام انتهى في رسالته إلى فئتين من النتائج الهامّة في تاريخ الجبر كثيراً ما تنسبان إلى ديكارت؛ أمّا الفئة الأولى فتتعلّق بالحلّ العام لكلّ معادلات الدرجة الثالثة، باللجوء إلى تقاطع قطوع مخروطيّة؛ وأمّا الفئة الثانية فهي تخصّ الحساب الهندسي الذي أصبح ممكناً نتيجة لتحديد وحدة قياسيّة للأطوال، على الرغم من بقائه، خلافاً لديكارت، أميناً لقاعدة التجانُس [19، مج ٢، ص ٤٧٩].

وسنعرض في الفقرة التالية إلى مشروع أتى ليكمل مشروع الخيّام يتمثّل في رسالة «المعادلات» لشرف الدين الطوسي.

ثالثاً: جبر شرف الدين الطوسي

وصل الجبر العربي إلى ذروته مع شرف الدين الطوسي (نهاية القرن الثاني عشر). وكاد هذا الرياضيّ أن يكون مغموراً قبل نشر كتاب رشدي راشد **الجبر والهندسة في القرن الثاني عشر: مؤلّفات شرف الدين الطوسي**، عام ١٩٨٩ [16]، وإذا به يحتلّ فجأة مركزاً مرموقاً إلى جانب الخوارزمي والخيّام وديكارت.

دراسة العمل الجبري لكل من الخيّام والطوسي تظهر أنّ هذا الأخير يتعهّد إكمال مشروع سلفه وبأنّه لا بدّ أن يكون قد انطلق من دراسة وافية لجبر الخيّام. ففي كلٍّ من معادلات الدرجة الثالثة التي لها جذر (حقيقي موجب) على الأقل (أي في المعادلات من الأنواع ١٣ ـ ٢٠ حسب ترتيب الطوسي) يعتمد الطوسي القطوع المخروطية عينها التي يستخدمها الخيّام من أجل الحل، حتى أنه في المعادلة من النوع ٢٠، يتغاضى عن الأمر نفسه الذي تغاضى عنه الخيّام فلا يحسب سوى جذر واحد لهذه المعادلة التي قد يكون لها جذران أو ثلاثة جذور، تبعاً لقيم مُعامِلاتها.

ولكن التقارب في الطرق الهندسية لمعالجة هذه المعادلات لا يخفي اختلافاً في الأسلوب، كما لا يخفي تفاصيل لافتة للانتباه، تدلّ بوضوح على أن هناك مسألتين مهمّتين تقودان مشروع الطوسي، كانتا غائبتين (أو شبه غائبتين) في عمل الخيّام:

أ ـ مسألة وجود الجذور (الحقيقية الموجبة) للمعادلات من الدرجة الثالثة وما دون.

ب ـ مسألة الحساب العددي للجذور (عندما توجد).

لن نتكلّم في دراستنا هذه على النقطة الثانية (مسألة الحساب العددي

للجذور) رغم أهميتها، ورغم احتلال طرائق الحلول العددية حجماً يزيد على نصف حجم الرسالة. نشير فقط إلى ما يلي:

ـ أعطى الطوسي حلاً عددياً لجميع المسائل المطروحة من الدرجة الثانية والثالثة.

ـ عمّم الطوسي، على استخراج جذور المعادلات، الطريقة المنسوبة إلى روفّيني ـ هورنر(٢٦)، وهي طريقة سبق وطبّقها الجبريون ـ الحسابيون العرب في استخراج الجذر النوني لعدد ما.

ـ أدّت ممارسات الطوسي في مجال الحساب العددي للجذور إلى بحث عميق في مجال كثيرات الحدود، أوصله إلى استخدام ما نسميه اليوم «متعدد حدود مهيمن». وفي هذا المجال أيضاً ظهر تعبير المشتق مجدّداً بعد أن كان قد ظهر في القسم الجبري لدى حساب النهاية العظمى (انظر أيضاً [10 و11]). وظهرت تعابير لغويّة معقّدة(٢٧) أغنت القاموس الرياضي، ولكنّها أظهرت الحاجة إلى ترميز متطوّر لسدّ عجز اللغة المتداولة في التعبير عن المفاهيم الجديدة.

وعلى حدّ علمنا لم يكرّس سوى رياضي واحد باستثناء رشدي راشد دراسة لهذا الجانب المهم من رياضيات الطوسي وهو الرياضي المعروف ك. هوزيل [10]. لذلك نظن أنّ عمل الطوسي في مجال الحسابات العددية ما زال يشكل مادة غنية للراغبين في البحث، الذين قد يجدون في بعض التفاصيل ما ينير بعض جوانب هذه الرياضيات، هذا مع التنبيه إلى صعوبة مثل هذا العمل، خاصة بالنسبة إلى غير المتمرسين بالخوارزميات العددية.

مسألة وجود الجذور

هذه المسألة مركزية في تفكير الطوسي. وهي التي جعلته يعتمِد تصنيفاً للمعادلات يختلف عن تصنيف الخيّام، فقد قسم معادلات الدرجة الثالثة إلى فئتين؛ المعادلات التي لها دائماً جذر (موجب) على الأقل، وتلك التي قد لا يكون لها أي جذر (موجب)؛ وهذا ما جعل الرسالة ـ كما يقول رشدي راشد ـ تنقسم طبيعياً وعملياً إلى قسمين أساسيين. نجد في **القسم الأول**، إلى جانب معادلات الدرجة الثالثة التي لها حكماً حلّ (موجِب)، معادلات الدرجتين الأولى والثانية. أما

---

(٢٦) باولو روفيني (Paolo Ruffini) (١٧٣٧ ـ ١٧٨٦) وجورج هورنر (George Horner) (١٧٦٥ ـ ١٨٢٢).

(٢٧) مثل «المرتبة السُمّيّة للجذر الأخير» و«الجذر السمّي للكعب الأخير»، و«العدد الأعظم»، . . .

القسم الثاني فيقتصر على معادلات الدرجة الثالثة الخمس، التي قد لا يكون لها أيّ حلّ. إضافة إلى ذلك، تُبَيِّنُ قراءة القِسم الثاني من رسالة الطوسي أنّ ترتيب هذه المعادلات الخمس أيضاً لم يكن أبداً عشوائيّاً. ونشير هنا إلى ملاحظتين:

ـ يُمكِن أن يكون للمعادلة ٢٠، جذر أو جذران أو ثلاثة جذور موجِبة. لا يُعطي الخيّام سوى جذر واحد لهذه المعادلة؛ وكذلك يفعل الطوسي (مّما يدلّ على أنّ اهتمامه الأساسي كان منصبّاً على مسألة وجود الجذور، لا على عددها).

ـ المنحنيان اللذان يستخدمهما الطوسي في حلّ المعادلات ١٣ ـ ٢٠، التي لها جذر موجب على الأقلّ، هما المنحنيان نفسهما اللذان يستخدمهما الخيّام؛ ولكنّ هذا الأمر لا يجِب أن يحجب الفوارق الأساسيّة في مسارَي الحلّ، كما سنبينّ في النقطة التالية.

الطرائق الهندسية ـ التحليلية لبرهان وجود الجذور (القسم الأوّل من رسالة الطوسي)

١ ـ في بداية الرسالة، يعلن الطوسي ويبرهن خصائص للقطعين المخروطيّين، المكافىء والزائد، تكافىء إعطاء معادلات هذين القطعين بالنسبة إلى محاور متعامدة، ويعطي للقطع الزائد خصائص تكافىء معادلتين بالنسبة إلى نظامين من المحاور المتعامدة. أمّا الخاصية التي تكافىء معادلة الدائرة بالنسبة إلى محورين متعامدين، أحدهما القطر والآخر المماس العمودي على هذا القطر، فيعتبرها معروفة. ومن الواضح أنّ الطوسي لم يدرس خواص القطوع لذاتها بل أنه فعل ذلك كوسيلة فحسب، من أجل معالجة معادلات الدرجة الثالثة، وخاصة من أجل تقديم البرهان على وجود الجذر عندما يوجد. نلاحظ أن الخيّام لم يقم بهذه المقدمات بل اكتفى بالاستناد إلى خصائص القطوع، كما وردت في كتاب أبولونيوس.

٢ ـ من أجل أن يبرهن تقاطع منحنيين (مخروطيين)، يُدخِل الطوسي مفهوم النقطة الداخلية (داخل القطع) والنقطة الخارجية ويستخدمه، كما يستخدم (ضمناً) مفهوم تواصل فروع بعض هذه المنحنيات. ويعتمد هذه الطريقة الهندسيّة ـ التحليليّة لإيجاد جذور جميع معادلات الدرجة الثالثة التي لها حكماً جذر (موجب) واحد على الأقل.

٣ ـ إنّ البرهان على وجود الجذر، وهو الهمّ الأساسي للطوسي، يطغى على همّه في إعطاء الحل فيما يخص المعادلات من الدرجة الثانية: ٧ و٨ و٩. فهنا يُقدِّم البرهان

الهندسي على هذا الوجود دون تقديم خوارزمية الحل (خلافاً لما فعل الخيام)، وذلك يعود بتقديرنا لاعتباره أنّ هذه الخوارزميّة معروفة منذ زمن الخوارزمي. وبرهان الطوسي الهندسي في هذه المعادلات يقع في النهج التقليدي للخوارزمي.

٤ ـ يُبرهن الطوسي بشكل منهجي التقاء منحنيَي الحل، بينما يكتفي الخيّام بملاحظة ذلك.

٥ ـ يُعطي الطوسي حلاً عددياً تقريبياً لكلٍّ من المعادلات. ولا يردّ (بواسطة تبديل أفّيني للمتغيّر) أيّاً من المعادلات ١٣ ـ ٢٠، إلى أخرى سبق أنّ حلّها (حتّى من أجل إيجاد حلّها التقريبي).

ورغم هذه الفوارق التفصيليّة والفوارق المهمّة في الطرائق، يمكن إدراج عمل الطوسي الجبري في القسم الأول من المؤلف (المعادلات من الأنواع ١ إلى ٢٠)، ضمن التقليد الجبري الهندسي الذي أرساه الخيّام.

الطرائق الجبريّة ـ التحليليّة (القسم الثاني من رسالة الطوسي)

في القسم الثاني من رسالته، حيث يعالج المسائل التي يمكن ألاّ يكون لها حل موجب، تظهر المفاهيم التحليليّة، كما تظهر الوسائل والتقنيات الجبرية التي ميّزت رياضيات الطوسي، ويظهر ما يشبه الانقلاب في توجّهه الذي كان حتّى الآن منسجماً مع توجّه الخيّام. وهنا نلحظ بشكل خاص:

١ ـ استخدام وسيلة التبديل الأفّيني $x \to x \pm \alpha$، لكي يحوّل معادلة ما إلى معادلة سبق له أن حلّها.

٢ ـ إدخال عمليّ لمفهوم «النهاية العظمى» لتعبير جبري، وهو ما سمّاه «العدد الأعظم»، واستخدام منهجي للنهاية العظمى، كمفهوم وكقيمة فعليّة، في برهان وجود الجذور وتحديدها.

٣ ـ حساب النهاية العظمى، الذي قاد الطوسي (عجباً) إلى استخدام منهجي لما يوازي إعدام تعبير المشتق(*) لبعض التعابير الجبريّة.

٤ ـ العمل في «التحليل الموضعي» لدى حصر جذور المعادلات من النوع ٢٤ و٢٥.

(*) أي مساواته بالصّفر.

ويلحظ القارئ في هذا القسم من «الرسالة» انعدام وجود الطرائق أو البراهين الهندسيّة (عملياً) ممّا يجعلنا نصنّف محتواه عملاً جبرياً ـ تحليلياً.

التطوّر اللاحق لجبر الخيّام وجبر الطوسي

تشير كلّ الدلائل إلى أنّ خلفاء الطوسي في التقليد الرياضي العربي، لم يتمكّنوا من تطوير المفاهيم الأساسيّة التي أدخلها في الجبر الهندسي.

وفيما يتعلّق بالطرائق العدديّة، يقول ر. راشد، إنّ الأعمال المهمّة للكاشي (. . . ـ ١٤٣٦م) في الحلّ العددي للمعادلات هي تتويج لتقليد بدأ مع جبريّي القرنين الحادي عشر والثاني عشر [15، ص ١٨١]. ولم تتطوّر هذه الطرائق، في التقليد العربي بعد الكاشي، رغم أنّها استمرّت حتّى القرن التاسع عشر. يذكر ر. راشد، على سبيل المثال، عملاً لرياضيٍّ إيرانيٍّ من القرن التاسع عشر(٢٨)، يستعيد طرائق عدديّة كان قد استخدمها الطوسي [16، الملحوظة الإضافيّة 2.9، ص ٢٤٥].

يذكر ر. راشد أيضاً أنّ هناك تشابهاً بين رياضيّات فييت (François Viète, 1540-1603) وتلك الرياضيّات، إلى حدّ دفعه إلى طرح تخمين على المؤرّخين هو كون «هذا التقليد الجبري (تقليد الخيّام والطوسي) استطاع البقاء وكان معروفاً من قِبل جبريّي القرن السادس عشر، بمن فيهم فييت بالدرجة الأولى» [15، ص ٢٣١].

وفي مجال الجبر الهندسي أيضاً، لا تتوفّر حالياً مُعطيات مخطوطة موثوقة حول تأثير أبحاث الخيّام والطوسي في الأعمال اللاحِقة في أوروبا اللاتينيّة. ولكنّ ر. راشد يُشير إلى التشابه بين أفكار شرف الدين الطوسي حول النهايات العُظمى وأفكار الرياضي الفرنسي فيرما (P. Fermat, 1601-1665) [16، ص ٤٤، ٤٩، . . .]. ويدرس ر. راشد القرابة بين كتاب «الهندسة» لديكارت ورياضيّات عُمَر الخَيّام في كتابه ذي العنوان «رياضيّات عُمر الخيّام» [21]؛ القرابة الرياضيّة موجودة ولا شكّ بين عَملَيْ هذين الرياضيَّيْنِ؛ وتوجد، من جهة أخرى، دلائل تاريخيّة على قرابة فِعليّة محتملة بين العملين(٢٩).

---

(٢٨) «تكملة العيون»، لميرزا علي محمد الأصفهاني، طهران، مخطوطة رقم ٣٥٥٢.

(٢٩) يذكر ر. راشد أنّ المستعرب جكوبو غوليوس (Golius, Jacobus)، ١٥٩٦ ـ ١٦٦٧ عاد من الشرق في العام ١٦٣١ «وفي جعبته حصاد وفير من المخطوطات الرياضيّة ـ من بينها نسخة إضافيّة من رسالة الخيّام الجبريّة ـ ووضع أمام ديكارت مسألة لم تلبث أن غيّرت، في العمق، اتّجاه تفكيره الرياضي، وهي مسألة بابوس». انظر بشكل خاص [21، ص ٥٢] وانظر أيضاً مقال هيلين بلّوستا (H. Bellosta) حول استقبال العلم العربي في أوروبا» [4].

٤ ـ تأثير كتاب الخوارزمي في الغرب الأوروبي

الوضع يختلف تماماً فيما يخصّ تأثير «كتاب الجبر والمقابلة» للخوارزمي. فقد تُرجِم هذا الكتاب إلى اللاتينيّة، ثلاث مرّات، ابتداءً من القرن الثاني عشر للميلاد من قِبَل روبير دو شستر (Robert de Chester) عام ١١٤٥م، في سيغوفي (Ségovie)، وجيرار دو كريمون (Gérard de Crémone, 1114-1187) في طُليطِلة، وغيّوم دو لونا (Guillaume de Luna)، ١١١٠ ـ ١١٨٠م). ولم يقتصر تأثيره على اعتماد كلمة «الجبر» اسماً لهذا العلم الجديد وتبنّي مصطلحاته بما فيها «الجذر» و«المال» و كلمة «الشيء»(٣٠) ذات الدور الأساسي في هذا العلم(٣١).

وتستند هيلين بلّوستا [4]، بشكل خاصّ إلى دراستين لأندريه آلارد [1]، ورشدي راشد [20]، فتعطي موجزاً عن تأثير الخوارزمي وخلفائه المباشرين في الجبر الذي انطلق في أوروبا اللاتينيّة في القرن الثاني عشر على يد الرياضي ليوناردو بيزانو المعروف بـ «فيبوناتشي» (Fibonacci, vers 1170-1250)(٣٢). ونفضّل إعادة هذا الموجز كما ورد:

«وحصلت ترجمة لاتينية، يعود تاريخها بحسب آندريه آلارد إلى نهاية القرن الثاني عشر، للمؤلَّف الجبري لأبي كامل، خليفة الخوارزمي المباشر. هذه الترجمات قدّمت الأسس التي استندت إليها أوروبا للاطّلاع على مبادئ الجبر(٣٣). بالإضافة إلى هذه الترجمات التي وصلتنا، لا بد من الإشارة أيضاً إلى احتمال اطّلاع العلماء الأوروبيين بشكل غير مباشر على نصوص غير مترجمة، بالرغم من

---

(٣٠) نقرأ في كتاب A. Dahan Delmico et J. Peiffer [5، ص ١٠٤] ما يلي:

«إنّ تعبيرَي الشيء والمال اللذين استخدمهما العرب للدلالة على المجهول ومربّعه هما في أساس التعابير res, radix, cosa، التي استخدمت في القرون الوسطى المسيحيّة للدلالة على المجهول (cosa بالإيطاليّة، coss بالألمانيّة) وفي أساس تعبير census الذي كان يدلّ على مربّع المجهول. والمدرسة الرياضيّة الألمانيّة التي عُنيت بإعداد رموز رياضيّة واختصارات لتعابير res, radix, cosa وcensus، لُقّبت بالمدرسة «الشيئيّة» La Coss كما سمّيت اختصاراتها ورموزها بالـ «شيئيّة» («cossiques») وسُمّيَ الرياضيّون من هذه المدرسة الألمانيّة من القرن السادس عشر بالـ «شيئيّين» (cossistes). نستطيع بخصوص ترميز «المجهول» مراجعة مقال ك. هوزيل (Christian Houzel) في: *Mathématiques en Méditerranée*, Edisud, France, pp. 65-67.

(٣١) يشير رشدي راشد إلى اعتبار هذه الكلمة، من قِبل اللغويّين العرب، الأكثر لا تحديداً من بين الكلمات العربيّة («أنكر المنكرات»). فهي بالتالي أقرب إلى «اللا محدّد» («l'indéterminée, x») من كلمة «المجهول» («l'inconnue, x»). ودور «اللا محدّد»، X، في الجبر أعمّ من دور المجهول x.

(٣٢) انظر أيضاً [18].

(٣٣) تُرجِع هـ بلّوستا إلى مقال أندريه آلارد: «تأثير الرياضيّات العربيّة في الغرب في القرون الوسطى»، في الصيغة الفرنسيّة، من [19]؛ بالعربية: [19، مج ٢، ص ٦٦٩ ـ ٧٣٦].

صعوبة التحقّق من هذا الاحتمال؛ ففي صقلية، بشكل خاص، كان بعض علماء الرياضيّات، أمثال جان دو بالرم (Jean de Palerme) وتيودور الإنطاكي (Théodore d'Antioche)، الذين يعرفون العربية أو يتكلمون بها، يتردّدون إلى بلاط فريديريك الثاني هوهنستاوفن (Frédéric II Hohenstanfen)؛ وكان تيودور الإنطاكي نفسه تلميذاً لعالم الرياضيّات المتحدّر من البصرة، كمال الدين بن يونس (١١٥٦ ـ ١٢٤١م) الذي كان بدوره تلميذاً لشرف الدين الطوسي، ومراسلاً لفريديريك الثاني[٣٤].

مع ذلك، كان لا بدّ من انتظار بداية القرن الثالث عشر، حتى يصبح الجبر مفهوماً بالفعل في أوروبا، وذلك مع كتاب جوردان دو نيمور (Jordan de Nemore)، ذي العنوان (*De Numeris datis*)، وبخاصّة مع كتاب فيبوناتشي (Fibonacci)، والمعروف أيضاً بـ (Leonard de Pise) ذي العنوان (*Liber abaci*) الذي نُشر للمرة الأولى في العام ١٢٠٢م، ثمّ أعيد نشره بعد مراجعته في العام ١٢٢٨م، وكتابه الثاني ذي العنوان *Liber quadratorum*. وكانت هذه المؤلّفات من الكتب الأساسية لتعلّم الجبر في الغرب.

كان فيبوناتشي مؤلّف الابتكارات اللاتينيّة الأولى الأصيلة في الجبر. وبخلاف ما أكّده ويبكه (F. Woepcke) الذي رأى في أعمال فيبوناتشي تأثيراً لديوفنطس والكرجي، فإنّ دراسات حديثة قام بها رشدي راشد تبيّنُ بالأحرى أنّ أعمال فيبوناتشي تشكّل امتداداً لاتينياً للرياضيّات العربية العائدة للحقبة الأولى، وتبيّنُ أنّها مرتبطة حصرياً بالتقليد الجبري للخوارزمي وأبي كامل وبعلم الحساب الأقليدي، ولكنّها منقطعة عن البحث الذي كان يجري في ذلك العصر (نهاية القرن الثاني عشر) في الشرق العربي، في ميادين الجبر والهندسة الجبرية[٣٥]...

ونُشير إلى أنّ التصنيف الذي وضعه الخوارزمي للمعادلات التربيعية وفق ستة نماذج، هو التصنيف نفسه الذي نجده لاحقاً عند فيبوناتشي، ومن ثمّ عند كاردان (Cardan)، وعند فييت.

---

(٣٤) تُرجع هـ. بلّوستا إلى مقال ر. راشد [20].

(٣٥) تقول هـ. بلّوستا: ما زال السؤال مطروحاً حول ما إذا كان فيبوناتشي يتقن اللغة العربية، ذلك أنّه يستشهد بالخوارزمي مستخدماً مصطلحات مختلفة عن مصطلحات الترجمات اللاتينية المعروفة، ويستخدم نصوصاً عربيّة غير مترجمة. ولا بد من الإشارة إلى أنّه كان بإمكانه الاطّلاع المباشر أو غير المباشر على نصوص عربيّة ليست لدينا ترجمات لاتينية لها، وذلك في بلاط فريديريك الثاني ومن خلال اتصال مع جان دو بالرم وتيودور الإنطاكي.

٥ ـ خلاصة

البحث الذي بدأ مع الخوارزمي وتوبع مع خلفائه المباشرين، ابن ترك، وابن قرّة، وأبي كامل، ولمعت فيه مئات الأسماء قبل أن يصل إلى أوجه مع الكرجي والسموأل، في المنحى الحسابي، ومع الخيّام وشرف الدين الطوسي، في المنحى الهندسي، وتواصل في التقليد العربي حتّى القرن الخامس عشر مع الكاشي والفارسي والقلصادي، . . . ، وتواصل من جهة الغرب مع فيبوناتشي وكاردان وتارتاغليا وديكارت، . . . ، يدلّ كما قال ر. راشد على أنّه «انطلاقاً من هذا الكتاب فقط (أي كتاب الخوارزمي الجبري)، وليس من قبلِه بتاتاً، تكوّنت تقاليد البحث في الجبر وتطوّرت». وبتعبير «وليس من قبلِه بتاتاً» نظنّ أنّ ر. راشد يشير إلى الفراغ الكليّ في الأبحاث الجبريّة في الفترة التي تلت الكتاب الثاني من «أصول أقليدس» أو تلك التي تلت كتاب «المسائل العدديّة» لديوفنطس، أو مؤلّفات «السيدهانتا» الهنديّة. إنّ إطلاق هذا التيّار من البحث، غير المسبوق، المستمرّ إلى يومنا والذي لن يتوقّف في مستقبل منظور، هو أحد أهمّ الأدلّة على كون كتاب الخوارزمي، البداية لهذا العلم الجديد، الذي (والتاريخ يُنصِف أحياناً) أخذ اسمه من هذا الكتاب.

المراجــع

[1] آلارد، أندريه. «تأثير الرياضيّات العربيّة في الغرب في القرون الوسطى.» في: **موسوعة تاريخ العلوم العربية** (المرجع [19]، المذكور أدناه، مج ٢، ص ٦٦٩ - ٧٣٦).

[2] السموأل، بن يحيى بن عباس المغربي. **الباهر في الجبر** = Al-Bâhir en algebra d'As-Samaw'al. تحقيق وتحليل صلاح أحمد وشدي راشد. دمشق: جامعة دمشق، ١٩٧٢. (سلسلة الكتب العلميّة؛ ١٠)

[3] Anbouba, A. «L'Agèbre arabe aux IX^{e} et X^{e} siècles - Aperçu général.» *Journal for the History of Arabic Science* (Aleppo): vol. 1, no. 2, 1978, pp. 66 - 100.

[4] بلّوستا، هيلين (Bellosta, H.). «استقبال العلم العربي في أوروبا.» في: **موسوعة العلاقات الاجتماعية بين العالم الإسلامي والغرب**. إشراف سمير سليمان. بيروت؛ طهران: مجمع التقريب بين المذاهب الإسلاميّة، ٢٠٠٩ (تحت الطبع).

[5] Dahan Delmico, A. et J. Peiffer, *Une histoire des mathématiques: Routes et dédales*. Paris: Seuil, 1986.

[6] Farès, N. «Le Calcul du maximum et la «dérivée» selon Sharaf al-Dīn al-Tūsī.» *Arabic Sciences and Philosophy*. Cambridge, MA: Cambridge University Press, 1995, vol. 5.2, pp. 219-238.

[7] Farès, N. «Aspects analytiques dans la mathématique de Sharaf al-Dīn al-Tūsī.» *Historia Scientorium: The History of Science Society of Japan* (Tokyo): vol. 5, no. 1, 1995, pp. 39-55.

[8] Farès, N. «Note sur le choix des courbes fait par al-Khayyâm dans sa résolution des équations cubiques et comparaison avec la méthode de Descartes.» *Lebanese Science Journal* (CNRS, Beyrouth): vol. 6, no. 1, 2005, pp. 95-117.

[9] نقولا فارس. «قراءة في عدد من أعمال رشدي راشد حول بعض مظاهر عالميّة العلم العربي: العلم العربي كمكوّن أساسي من مكوّنات العلم العالمي.» في: **تاريخ العلوم العربية: التفاعل العلمي بين الثقافات**. إعداد وترجمة فريق الدراسة والبحث في التراث العلمي العربي. بيروت: اللجنة الوطنيّة اللبنانيّة للتربية والعلم والثقافة (اليونيسكو)؛ المنظّمة العربيّة للتربية والثقافة والعلوم (الألكسو)؛ الجمعيّة اللبنانيّة لتاريخ العلوم العربيّة، ٢٠٠٧. ص ١٥١ ـ ١٧٢.

[10] Houzel, C. «Œuvres matématiques: Algèbre et géométrie au XII^{ème} siècle; Sharaf al-Dīn al-Tūsī.» Compte-rendu du livre du même titre; *Gazette des mathématiciens*: no. 39, janvier, 1989, pp. 59-63.

[11] Houzel, C. «Sharaf al-Din al-Tusi et le polygone de Newton.» *Arabic Sciences and Philosophy*. Cambridge, MA: Cambridge University Press, 1995. vol. 5.2, pp. 239 - 262.

[12] Houzel, C. *La Géométrie algébrique-Recherches historiques*. Paris: Librairie Blanchard, 2002.

[13] Rashed, Roshdi. *Diophante: Les Arithmétiques*, vol. 3, Livre IV. Paris: Les Belles Lettres, 1984. (Collection des Universités de France)

[14] Rashed, Roshdi. *Diophante: Les Arithmétiques*, vol. 4, Livres V, VI, VII. Paris: Les Belles Lettres, 1984. (Collection des Universités de France)

[15] راشد، رشدي. **تاريخ الرياضيات العربية بين الجبر والحساب**. ترجمة حسين زين الدين. بيروت: مركز دراسات الوحدة العربية، ١٩٨٩. (سلسلة تاريخ العلوم عند العرب؛ ١) عن صيغته الفرنسيّة: Rashed, Roshdi. *Entre arithmétique et algèbre: Recherches sur l'histoire des mathématiques arabes*. Paris: Les Belles Lettres, 1984.

[16] راشد، رشدي. **الجبر والهندسة في القرن الثاني عشر: مؤلفات شرف الدين الطوسي**. ترجمة نقولا فارس. بيروت: مركز دراسات الوحدة العربية، ١٩٩٨. (سلسلة تاريخ العلوم العربية؛ ٥) عن الأصل الفرنسي: Rashed, Roshdi. *Sharaf al-Dīn al-Tūsī: Œuvres mathématiques. Algèbre et géométrie au XII^{e} siècle*. Paris: Les Belles Lettres, 1986. 2 tomes.

[17] Rashed, Roshdi. «Indian Mathematics in Arabic.» paper presented at: *The Intersection of History and Mathematics*. Edited by Sasaki Chikara, Sugiura Mitsuo and Joseph W. Dauben. Basel; Boston, MA: Birkhäuser-Verlag, 1994, pp. 143-148. (Science Networks Historical Studies; v. 15)

[18] Rashed, Roshdi. «Fibonacci et les Mathématiques arabes.» dans: *Micrologus*: vol. 2, 1994, pp. 145-160. Traduction italienne: «Fibonacci e la matematica araba.» dans: *Federico II e le scienze*, Palermo, pp. 324-337.

[19] **موسوعة تاريخ العلوم العربية**. إشراف رشدي راشد وريجيس مورلون. بيروت: مركز دراسات الوحدة العربية، ١٩٩٧. ٣ ج (سلسلة تاريخ العلوم عند العرب؛ ٤) نشرت الموسوعة بالإنكليزية: *Encyclopedia of the History of Arabic Science*. London: Routledge, 1996.

وبالفرنسية: Rashed, Roshdi. (Sous la direction de, avec la collaboration de R. Morelon). *Histoire des sciences arabres*. Paris: Seuil, 1997.

ومن ثمّ بلغات أخرى: الإسبانيّة والفارسيّة.

[20] Rashed, Roshdi. 1994. «Fibonacci et le prolongement latin des mathématiques arabes.» *Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche* (Istituti Editoriali e Poligrafici Internazionali): Anno XXIII, Numero 2, dicembre 2003, pp. 55-73.

[21] راشد، رشدي وبيجان وهاب زاده. **رياضيات عمر الخيام**. ترجمة نقولا فارس. بيروت: مركز دراسات الوحدة العربية، ٢٠٠٥. عن الأصل الفرنسي: Rashed, R. et B. Vahabzadeh. *Al-Khayyâm mathématicien*. Paris: Librairie Blanchard, 1999.

[22] راشد، رشدي. «تاريخ العلم والعطاء العلمي في الوطن العربي.» ورقة قدمت إلى: **تهيئة الانسان العربي للعطاء العلمي: بحوث ومناقشات الندوة الفكرية التي نظمها مركز دراسات الوحدة العربية بالتعاون مع مؤسسة عبد الحميد شومان**. بيروت: مركز دراسات الوحدة العربية، ١٩٨٥. ص ١٤٧ ـ ١٦٤.

[23] راشد، رشدي. «العلم في الحضارة الإسلاميّة والحداثة الكلاسيكيّة.» ورقة قدمت إلى: اللقاء السوري ـ اللبناني حول البحث في التراث العلمي العربي، صدر في مطلع كتاب: **أبحاث في التراث العلمي**، إعداد فريق الدراسة والبحث في التراث العلمي العربي. بيروت: منشورات الجامعة اللبنانيّة، ٢٠٠٤. ص ١٩ ـ ٣٦؛ وُضِع في الأصل بالفرنسيّة، ص ٥ ـ ١٩.

[24] *The Algebra of Mohamed ben Musa*. Edited and translated by Frederic Rosen. Zurich; New York: Georg Olms Verlag, 1986.

الخوارزمي، محمد بن موسى. **الكتاب المختصر في حساب الجبر والمقابلة**. تحقيق وترجمة فردريك روزن. طبعة ١٨٣٠.

Taton, René (dir.). *Histoire générale des sciences*, vol. 1: *La Science antique et médiévale*. Paris: Presses Universitaires de France, 1957. 3 vols. [25]

Youschkevitch, Adolf P. *Les Mathématiques arabes (VIII^e-XV^e siècle)*. traduction francaise de M. Cazenave et K. Jaouiche; préf. de René Taton. Paris: J. Vrin, 1976. (Collection d'histoire des sciences; 2) [26]

نقولا فارس
«فريق الدراسة والبحث في التراث العلمي العربي»
الملحق بالمجلس الوطني للبحوث العلمية ـ لبنان(*).

(*) هذا المقال («كلمة المترجم») هو جزء من مشروع علمي مدعوم من المجلس الوطني للبحوث العلمية.
ولا بدّ من تسجيل الشكر للزملاء الذين أسهموا إن علمياً أو لغوياً في إنجاز الترجمة، وبشكل خاص، للدكتور بدوي المبسوط والأستاذة منى غانم والأستاذ حبيب فارس والدكتور فتحي حجازي.

تمهيـــد

حوالى سنة ٨٢٠ للميلاد، نشر الخوارزمي أولى صِيغ كتابه الشهير الذي يحمل عنوان: **كتاب الجبر والمقابلة**. يتألّف هذا الكتاب من قسمين رئيسيين، يحوي الأوّل منهما النظريّة الجبريّة، والثاني حسابَ الإرثِ والوصايا؛ وما لبث هذا المؤلّف أن فرض نفسه، دون تأخير، كعمل تأسيسيّ، في نواحٍ ثلاث.

هو أوّلاً عمل تأسيسيّ للجبر؛ ففي صفحاته تمّ تصوّر الجبر، وللمرّة الأولى في التاريخ، كمادّة رياضيّة مستقلّة عن الهندسة وعن علم الحساب. وقد شكّل إصدار هذا الكتاب حدثاً لم يكتفِ خلفاء الخوارزمي بالتنبّه إلى أهميّته، بل أسرعوا إلى استغلال كلّ الإمكانات التي أتاحها كمشروع علميّ. فلم ينقَضِ قرنان من الزمن على صدوره، حتّى أصبحت الفصول القصيرة التي يتألّف منها، موادَّ جبريّة قائمة بذاتها.

هو ثانياً عمل تأسيسيّ (وبفضل الجبر) لمادّة علميّة هي على ملتقى الرياضيّات والعلوم الفقهيّة. فلا بدّ من الإشارة إلى أنّ الخوارزمي كرّس أكثر من نصف كتابه لتحويل ممارسات رجال الفقه المتعلّقة بحسابات الإرث والوصايا، إلى مادّة علميّة خاصّة هي «علم الفرائض». وقد واصل خلفاء الخوارزمي من رياضيين وفقهاء، إغناء هذا الفصل العلميّ بالعديد من الكتب والرسائل.

هو ثالثاً، عملٌ تأسيسيّ لنهجٍ ولّدته الإمكانات الجديدة التي طرحها الجبر والتي تلازمت معه. فلقد أجاز الجَبر ما لم يكن بالإمكان تصوّره من قبل، وهو توسّع تطبيق العلوم الرياضيّة، بعضها على البعض الآخر، ممّا أدّى إلى فصول علميّة جديدة؛ نقصد هنا، تطبيق الحساب على الجبر، والجبر على الهندسة، والهندسة على الجبر، والجبر على علم المثلّثات، إلخ. فبفضل هذا التطبيق، ودون

تأخير، ظهرت الهندسة الجبريّة الابتدائيّة، وبدأ جبر كثيرات الحدود، والتحليل التوافيقي، إلخ[١]. ومن بين نتائج هذا التطبيق، النتيجة الكبرى المتمثّلة بالتعديل العميق لموسوعة المعارف الرياضيّة، التي جعلها إدخال الجبر تتجاوز إطار المجموعة «الرباعيّة»[*] الشهيرة. ولم يكن التحوّل في فلسفة الرياضيّات أقلّ أهمّية؛ فالاطّلاع على أعمال فلاسفة مثل الفارابي وابن سينا، يَكفي لكي نفهم مدى تأثير هذه المادّة الرياضيّة الجديدة على عِلمِهم وعلى تصنيفهم للعلوم.

أخذ لحظ كتاب الخوارزمي والرجوع إليه في الأدبيّات العلميّة العربيّة يخفّان تدريجيّاً مع مرور الوقت، وذلك بسبب التطَوُّرِ السريع للجبر بعد الخوارزمي، وهو التطوّر الذي كان هذا الكتاب دافعه الأساسيّ. إلاّ أنّ الحال اختلفت تماماً في الأدبيّات العلميّة اللاتينيّة، حيث تُرجِم ثلاث مرّات إلى اللاتينيّة، ومن ثمّ إلى اللغات الأوروبيّة المحلّيّة، وتواصلت قراءاته من قِبل الرياضيّين، وتفسيراتهم له واستعاراتهم منه (وفي هذا السياق لا بدّ من تذكّر فيبوناتشي وافتكار العاملين في مجال الحِساب من القرنين الرابع عشر والخامس عشر). واستمرّ «كِتاب الجبر والمقابلة» يؤثّر، حتّى القرن السادس عشر، في مجرى تطوّر الجبر والرياضيّات بشكل عام.

لا بدّ من أن نتعجّب، إذن، من كون هذا الكتاب لم يَنَلْ حتّى الآن، التحقيقَ النقديَّ الذي يستحقّ، أو الترجمة إلى لغة أوروبيّة تتناسب مع أهمّيته؛ وهذا واقع يخصّ التاريخ، يستحقّ التوقّف عنده. أمّا نحن، فقد كان همّنا التعويض عن هذا النقص. وسنقدّم فيما يلي، أوّل تحقيق نقديّ لجبر الخوارزمي،

---

(١) انظر: Roshdi Rashed: *Entre arithmétique et algèbre: Recherches sur l'histoire des mathématiques arabes* (Paris: Société d'édition Les Belles lettres, 1984).

صدر بالعربيّة بعنوان: **تاريخ الرياضيات العربية: بين الجبر والحساب**، ترجمة حسين زين الدين، سلسلة تاريخ العلوم عند العرب؛ ١ (بيروت: مركز دراسات الوحدة العربية، ١٩٩٨)؛ وبالإنكليزيّة بعنوان: *The Development of Arabic Mathematics: Between Arithmetic and Algebra*, translated by A. F. W. Armstrong, Boston Studies in Philosophy of Science; v. 156 (Dordrecht; Boston, MA: Kluwer Academic, 1994).

وانظر أيضاً فصل الجبر في كتاب: *Histoire des sciences arabes*, sous la dir. de Roshdi Rashed; avec la collab. de Régis Morelon, 3 vols. (Paris: Seuil, 1997).

الذي صدر بالعربيّة تحت عنوان: **موسوعة تاريخ العلوم العربية**، إشراف رشدي راشد وريجيس مورلون، سلسلة تاريخ العلوم عند العرب؛ ٤، ٣ ج (بيروت: مركز دراسات الوحدة العربية، ١٩٩٧).

(*) *Quadrivium*، مجموعة العلوم الأربعة: الحساب والهندسة وعلم الفلك والموسيقى، بحسب تصنيف القدماء (المترجِم).

وأوّل ترجمة لنصّه إلى الفرنسيّة، صارمة الدقّة، إضافة إلى دراسة وشرح لهذا النصّ، نجهد، فيهما، إلى استرجاعه، في سياقه، متفادين بقدر الإمكان الرؤى الخاطئة والمسالك المُستَهلَكة.

أشكر الأستاذ كريستيان هوزيل، لتشجيعه المستمرّ ونصائحه القيّمة، وأتوجّه بشكري أيضاً إلى الأستاذ بدوي المبسوط لقراءته هذا العمل.

وقد قامت السيّدة ألين أوجيه، مهندسة الدراسات في المركز القومي (الفرنسي) للبحث العلمي، بتحضير هذا الكتاب للطباعة وبإعداد قاموس المصطلحات العلميّة والفهرس؛ أرجو منها أن تتقبّل، هنا، التعبير عن عميق امتناني.

رشدي راشد

بور لا رين – فرنسا، ٢٠٠٦.

القسم الأوّل

الخوارزمــي الرِياضــي

مقدّمة

قلّةٌ هم الرياضيّون الذين تردّد ذكر أسمائهم بالوتيرة التي تردّد بها اسم محمّد بن موسى الخوارزمي، الذي عاش في الفترة الواقعة ما بين العقود الأخيرة من القرن الثامن ومنتصف القرن التاسع للميلاد. ونادرون هم الذين اقترن اسمهم بعلم كما اقترن اسمه (بالجبر) أو الذين حملوا اسماً أضحى مرادفاً لطريقة علميّة، كما هي الحال مع اسمه (ألغوريتم)*. من الطبيعيّ إذن أن يتوقّع المرء وجود كمّ كبير من المعلومات، حول حياته وحول أعماله، إن في الوثائق القديمة أو في الشهادات التي تحويها الأدبيّات الخاصّة بالذاكرة الجماعيّة. ولكنّ الأمر ليس كذلك؛ فالمؤلّفات التي تتناول سِيَر الكُتّاب والتي تعود إلى القرن العاشر وإلى ما بعده[1]، لا تكرّس للخوارزمي سوى مقالات مقتضبة تأتي على ذكر

* كلمة «خوارزميّة» (Algorithme) تعني «طريقة حسابيّة عمليّة»؛ وإحدى الكلمات المشتقّة منها «Algorithmique» تدلّ على فصل علمي أساسيّ في برمجة الحواسيب. وردت هذه الكلمة للمرّة الأولى في القرن ١٢م، في الصِيَغ اللاتينيّة لكتاب الخوارزمي الحسابي. إحدى هذه الصيغ تبدأ بعبارة: ... Dixit Algorismi (قال ألغوريسمي. . .)، التي بدت وكأنّها عنوان للكتاب اللاتيني. وبدءاً من القرن ١٣م، أخذت هذه الكلمة تشير إلى مجمل العمليّات الحسابيّة الوضعيّة بواسطة النظام الرقمي العَشْريّ؛ واختلفت آراء المتعاطين بعلم الحساب، بخصوص أصلها ومعناها، إلى أن حسم المستشرق الفرنسيّ ف. ت. رينو (F. T. Reinaud) الأمر، عام ١٨٤٥، ببرهانه أنّ الكلمة هي اسم مؤلّف ذلك الكتاب، محمّد بن موسى الخوارزمي. ولم تنتقل كلمة «خوارزميّة» إلى اللغة العربيّة سوى حديثاً، وبشكل خاصّ مع تأسيس فصل الحسابات العدديّة والتحليل العدديّ في الرياضيّات، ومع انتشار علوم الحاسوب (الكومبيوتر) (المُترجِم).

١ نقرأ في كتاب: أبو الفرج محمد بن أبي يعقوب بن النديم، **الفهرست**، تحقيق ر. تجدّد (طهران: [د. ن.]، ١٩٧١)، ص ٣٣٣. ما يلي: «واسمه محمّد بن موسى. وأصله من خوارزم. وكان منقطعاً إلى خزانة الحكمة للمأمون. وهو من أصحاب علوم الهيئة. وكان الناس قبل الرصد وبعده يعوّلون على زيجيه الأوّل والثاني، ويعرفان بالسندهند. وله من الكتب؛ **كتاب الزيج**، نسختين، أوله وثانيه. **كتاب الرخامة**. **كتاب العمل بالاسطرلاب**. **كتاب عمل الاسطرلاب**. **كتاب التاريخ**». ويبدو أنّ نصّ ابن النديم قد تعرّض لحادث خلال تاريخه؛ فالنبذة التي تلي نبذة الخوارزمي والمخصّصة لسند بن علي، تنسب إلى هذا الأخير ثلاثة من مؤلّفات الخوارزمي هي كتاباه الحسابيّان، **كتاب الحساب الهندي** و**كتاب الجمع والتفريق**، إضافة إلى مؤلّفه الجبري، **كتاب الجبر والمقابلة** (ص ٣٣٤). ويأخذ القفطي، فقرة النديم هذه كما هي ويسجّلها في كتابه: =

اسمه وبعضٍ من عناوين مؤلّفاته. ويسوق المؤرّخون القدماء بعض الطرائف التي تأتي على ذكر الخوارزمي في سياق أحداثٍ ونشاطاتٍ خارجة عن مجال التأليف[٢]. ولم يكن معاصرو الخوارزمي من رياضيّين وفلكيّين، أكثرَ إسهاباً في الحديث عنه وعن أعماله[٣].

هذا الواقع الذي تطبعه شهرة كونيّة للرجلِ ولأعماله، مصحوبةٌ بضآلة في المعلومات حول شخصه وحياته، يشكّل مناخاً مؤاتياً لحياكة الأساطير؛ وهذا، بالفعل، ما نجده في حالة الخوارزمي، حيث نَقَعُ على روايات قديمة، تزعُمُ أنّ ابن عمّ النبيّ وصهره، هما من أسلاف هذا الرياضيّ في علم الجبر[٤]؛ وبحسب روايات أخرى، كان الخوارزمي رفيق الخليفة المأمون قبل تولّيه سدّة الحكم[٥]؛ وهناك

= أبو الحسن علي بن يوسف القفطي، **تاريخ الحكماء: وهو مختصر الزوزني المسمى بالمنتخبات الملتقطات من كتاب إخبار العلماء بأخبار الحكماء**، تحقيق يوليوس ليبرت (ليبزيغ: ديتريخ، ١٩٠٣)، ص ٢٨٦.

٢ نقصد هنا الأرصاد الفلكيّة التي شارك فيها الخوارزمي.

٣ يذكر جبريّون مثل أبي كامل وسنان ابن الفتح، الخوارزمي وعناوين بعض كتاباته، كما يذكره فلكيّون مثل البيروني والهاشمي، ولكنّ أحداً منهم لا يقدّم أيّة معطيات قيّمة عن حياته.

٤ في الرواية ـ الأسطورة التي يسوقها الخزاعي في شرحه لجبر الخوارزمي (مخطوطة اسطنبول، يني كامي (Yeni Cami) 803)، الورقة ١ ـ ظهر)، نقرأ: «أنّ قوماً من فارس وصلوا في خلافة عمر بن الخطّاب بعلم الجبر والمقابلة، فأشار عليّ بن أبي طالب ـ رضي الله عنه ـ على عمر بن الخطّاب ـ رضي الله عنه ـ بأن يجرى لهم نفقة من بيت المال، ويعلّمون الناس. فأجابه إلى ذلك. فيروى أنّ علياً ـ رضي الله عنه ـ أدرك ما معهم من الجبر والمقابلة في خمسة أيّام. ثمّ كان الناس بعد ذلك يتداولون هذا العلم بألسنتهم من غير أن يوضع في كتاب حتّى انتهت الخلافة إلى المأمون وقد اندرس على الناس. فذُكر ذلك للمأمون، فسأل عمّن له خبرة بذلك. فلم يوجد من له خبرة بذلك غير الشيخ أبي بكر محمّد بن موسى الخوارزمي. فطلب منه المأمون وضع كتاب في الجبر والمقابلة ليحيي به ما درس منه، فأجابه إلى وضع ذلك الكتاب ليقيّد به أصول الجبر والمقابلة ويقاس عليه».

وتعود هذه الرواية ـ الأسطورة وتظهر فيما بعد، بصيغة أخرى عند فقيه مثل ابن تيميّة، في كتابه ذي العنوان: **في الردّ على المنطقيين** (بومباي: المطبعة القيمة، ١٩٤٩)، ص ٢٥٦، حيث نقرأ: «وبعض الناس يذكر عن عليّ بن أبي طالب رضي الله عنه أنّه تكلّم في ذلك [. . .]».

٥ انظر على سبيل المثال: Aristide Marre, *Le Messahat*, p. 270، ومقدّمة Aydin Sayili، تحقيق/ ترجمة «روزن» لجبر الخوارزمي: Rosen (*Al-Khwārizmī's Algebra*, Islamabad, 1989, p. 4).

وقد تولّد رأي مشابه، من غموض بسيط في نصّ لابن الآدمي، نقله صاعد (صاعد بن أحمد الأندلسي، **التعريف بطبقات الأمم** = *The World History of Sciences and Scholars up to the 5th Century A. H.*، حقّقه وقدّم له غلام رضا جمشيدنزاده أفال (إيران، هجرة، ١٩٩٧، ص ٢١٧)، ثمّ أعاد نقله القفطي، **تاريخ الحكماء: وهو مختصر الزوزني المسمى بالمنتخبات الملتقطات من كتاب إخبار العلماء بأخبار الحكماء**، ص ٢٧١)؛ ففي فقرة أولى من هذا النصّ، نقرأ أنّ الخوارزمي قام بتلخيص الزيج الهندي المسمّى السندهند لصالح الخليفة المأمون. وفي بداية الفقرة الثانية نقرأ أنّ الخلافة آلت إلى عبد الله المأمون. . . وأنّ علماء عصره عرفوا المجسطي. . . فما من دليل، من خلال هذا النصّ، على أنّ الخوارزميّ عرف المأمون قبل تولّيه سدّة الحكم، أو أنّه عرفه عندما كان حاكماً لخراسان.

روايات نَسَبت إليه دوراً سياسياً مرموقاً، هو دور الممثّل الشخصيّ للخليفة الواثق بالله، لدى ملك الخزر[6]؛ وكلُّ هذه الروايات القديمة يجمعها همّ واحد هو، إضفاء هالة اجتماعيّة على شخصيّة الخوارزمي، تتناسب مع الأهميّة الكبرى لإسهامه الرياضيّ. أمّا حديثاً، فقد تبنّى البعض، بسبب خطأ في القراءة، رواية تقول بأنّ الخوارزمي كان من عائلة زرادشتيّة[7]؛ ومن هذه الرواية ـ الأسطورة الجديدة، نشأت استنتاجات حول أصل الجبر، أقلّ ما يقال فيها أنّها استنتاجات كيفيّة.

هذه الروايات ـ الأساطير، قديمها وحديثها، لا تستحقّ التوقّف عندها؛ فلنلتفت إذن إلى الأخبار المؤكّدة أو ذات القَدْرِ العالي من الاحتمال.

نبدأ بالإشارة إلى إجماع معاصري الخوارزمي وخلفائه من مختلف الاختصاصات (مؤرّخين ورياضيّين وفقهاء...) على اسمه: محمّد بن موسى الخوارزمي. تدلّ النسبة الجغرافيّة لاسمه، بأنّ أصله من خوارزم. إلاّ أنّنا نجهل تاريخ مجيء والديه أو جدّيه إلى بغداد، وما إذا كانوا من بين الذين توافدوا من مختلف الأنحاء للعمل في بغداد، استجابة لنداء الخليفة الذي أسّس هذه المدينة وجعلها عاصمة الخلافة عام ٧٦٢م.

---

٦ المقدسي هو الوحيد من بين مؤلّفي سِيَر الكتّاب القدامى، الذي ينقل مثل هذا الخبر، في كتابه **أحسن التقاسيم في معرفة الأقاليم**، حيث نقرأ: «يقول حدّثني سلام المترجِم أنّ الواثق بالله لما رأى في المنام كأنّ السدّ الذي بناه ذو القرنين بيننا وبين ياجوج وماجوج مفتوح، وجّهني وقال لي عاينه وجئني بخبره؛ وكان الواثق وجّه محمّد بن موسى الخوارزمي المنجّم إلى طرخان ملك الخزر [...]». يأتي هذا الخبر من مصدر وحيد، كما ذكرنا، من ضمن حكاية أسطوريّة يختلط فيها منام الخليفة بذكر السور الذي زُعِم أنّ الإسكندر بناه لبردّ غارات شعب ياجوج وماجوج، وهذا الشعب، كما هذا السور، لا يشكّل وجود أيّ منهما حقيقة تاريخيّة.

٧ من الذين تبنّوا هذا الرأي، ج. ج. تومر، انظر الصفحة ٣٥٨ من: G. J. Toomer, «Al-Khwārizmī,» *Dictionnary of Scientific Biography* (New York), vol. 8 (1973), pp. 358-365.

ولكنّ المؤرّخ الطبري كتب في **تاريخ الرسُل والملوك**، في سياق روايته لأحداث العام ٢١٠ للهجرة: «يُروى عن محمّد بن موسى الخوارزمي أنّه قال [...]». انظر: أبو جعفر محمد بن جرير الطبري، **تاريخ الرسُل والملوك**، تحقيق محمد أبو الفضل ابراهيم (القاهرة: دار المعارف، ١٩٦٦)، مج ٨، ص ٦٠٩. فنلاحظ أنّ اسم هذا الرياضيّ، مكتوب بالشكل الذي كان يُذكر فيه أينما كان ومن قبل أيّ كان. لكنّ الطبري، عند ذكره لأحداث العام ٢٣٢ للهجرة، يورد قائمة بأسماء فلكيّين حضروا لحظات الواثق الأخيرة: «بين الحضور الحسن بن سهل شقيق الفضل بن سهل والفضل بن اسحق الهاشمي واسماعيل بن نوبخت ومحمّد ابن موسى الخوارزمي المجوسي القطر بوليّ وسنان مرافق محمّد بن الهيثم ومجموعة أولئك الذين يهتمّون بالنجوم» (مج ٩، ص ١٥١). فلو قابلنا هاتين الشهادتين للطبري نفسه، ولو أخذنا بالاعتبار إجماع غيره من الكتّاب، فلن نحتاج بتاتاً إلى خبير بتقاليد ذلك العصر أو إلى فقيه في اللغة، لكي ندرك أنّ علينا أن نقرأ في الرواية الثانية: «ومحمّد بن موسى الخوارزمي والمجوسي القطر بوليّ»؛ فالمقصود إذن شخصان مختلفان سقط سهواً من بين اسميهما الحرف «و».

نعرف أنّه كان في بغداد، عضواً في المكتبة ومؤسّسة الترجمة والبحث الشهيرة المعروفة، «بيت الحكمة»، وأنّ من بين زملائه في هذه المؤسّسة، الفلكيّ يحيى بن أبي منصور، والحجّاج بن مطر الذي ترجم أقليدس وبطلميوس. وكان من بين العلماء الملحقين بمرصد «الشمّاسيّة» الذي أسّسه الخليفة المأمون. ويَذكر الرياضيّ والفلكيّ، البيروني، أنّ الخوارزمي كان برفقة يحيى بن أبي منصور لدى قياس مَيْل فلك البروج في هذا المرصد، تنفيذاً لأوامر الخليفة المأمن[8].

ولا نملك أيّة معلومات حول التكوين العلمي للخوارزمي، سوى تلك التي تُقدّمها مؤلّفاته، التي تدلّ على أنّه تلقّى تثقيفاً علميّاً في مجالات ثلاثة على الأقلّ. المجال الأوّل هو علم الفلك؛ فالأزياج التي كتبها[9] والرسائل التي ألّفها حول الأدوات الفلكيّة[10] تدلّ على أنّه تلقّى تعليماً صلباً في علم الفلك الهندي، وعلى أنّه كان مطّلعاً على علم الفلك اليونانيّ[11]. وتدلّ كتبه الحسابيّة على أنّه كان مطّلعاً على علم الحساب الهندي كما على العربيّ والرومانيّ. ونرى، من خلال كتابه في الجبر، أنّه كان ذا تكوين جدّي في العلوم الفقهيّة بحسب تقليد المدرسة الحنفيّة،

---

٨ انظر: أبو الريحان محمد بن أحمد البيروني، «كتاب تحديد نهايات الأماكن،» تحقيق ب. بولغاكوف؛ مراجعة إمام ابراهيم أحمد، **مجلة معهد المخطوطات العربية** (القاهرة)، السنة ٣، العددان ١ ـ ٢ (١٩٦٢)، ص ٨٩ ـ ٩٠. انظر أيضاً الترجمة الإنكليزية لجميل علي: Muhammad Ibn Ahmad Al-Bīrūnī, *The Determination of the Coordinates of Cities*, trad. Jamil Ali (Beyrouth: American University of Beirut, 1966), p. 60.

٩ انظر: Heinrich Suter, *Die astronomischen Tafeln des Muhammed ibn Mûsâ al-Khwârizmî, in der Bearbeitung des Maslama ibn Ahmed al-Madjrîtî* (Copenhague: Herausgegeben und Kommentiert, 1914). انظر أيضاً: O. Neugebauer, *The Astronomical Tables of al-Khwārizmī*, translation with Commentaries of the Latin Version edited by H. Suter, supplemented by Corpus Christi College MS 283 (Copenhague: Herausgegeben und Kommentiert, 1962).

١٠ ينسب ابن النديم إلى الخوارزمي كتاباً حول الربعيّة الشمسيّة («الرخامة»)، وآخر حول استخدام الاسطرلاب، وثالثاً حول صناعة الاسطرلاب. ومن المعروف أنّ ضمن مجموعة مخطوطات آيا صوفيا ٤٨٣٠ في المكتبة السليمانيّة (اسطنبول)، هناك رسالتين منسوبتين إلى الخوارزمي، هما: «عمل الساعات في بسيط الرخامة» الأوراق ٢٣١ وجه ـ ٢٣٥ ظهر، و«طرائف من عمل محمّد بن موسى الخوارزمي: معرفة السمت بالاسطرلاب» الأوراق ١٩٨ وجه ـ ١٩ ٩وجه، انظر: J. Frank, «Die Verwendung des Astrolabs nach al-Chwārizmī», *Abhandl. z. Gesch. d. Nat. Wiss. u. Med.*, Heft III, Erlangen, 1922, p. 1-32; F. Sezgin, *Geschichte des arabischen Schrifttums, Band VI: Astronomie* (Leyde: Brill, 1978), p. 143; et A. A. Ahmedov, J. al-Dabbāgh, B. A. Rosenfeld, «Istanbul, Manuscripts of al-Khwārizmīs Treatises», 3, 7, *Erdem*, 1987, pp. 163-186.

١١ استناداً إلى ابن الآدَميّ، تبع الخوارزمي بطلميوس فيما يخصّ المَيل الزاويّ للشمس؛ انظر: صاعد، **التعريف بطبقات الأمم**، ص ٢١٧ وانظر الملحوظة ١٠٥، فيما يتبع من كتابنا هذا.

أي مدرسة أبي حنيفة نفسه وأبي يوسف[١٢] والشيباني[١٣]، وكان يعرف بشكل خاصّ الحساب الفقهي الذي ابتكروه. ولقد حصل الخوارزمي على كلّ هذا التكوين العلمي قبل صياغته لكتابه الجبري، أي قبل خلافة المأمون (٨١٣ ـ ٨٣٣م)، كما تشير مقدّمة ذلك الكتاب.

يمكننا إذن أن نستنتج دون مجازفة، بأنّ الخوارزمي ولِد خلال العقود الأخيرة من القرن الثامن للميلاد، وأنّه تلقّى تكوينه العلميّ في الوسط الثقافيّ والعلميّ الذي كان شديد النشاط، في بغداد وفي العراق بشكل عام. ويمكننا أن نستخلص أنّ إنتاج الخوارزمي كان غزيراً بشكل ملحوظ في عهد المأمون، وبأنّه استمرّ على قيد الحياة إلى ما بعد وفاة الخليفة الواثق، عام ٨٤٧م.

مؤلّفات الخوارزمي واسعة، تتوزّع بين الرياضيّات (علم الحساب، والجبر)، وعلم الفلك والمجالات المتفرّعة منه (تأليف الأزياج، ودراسة الأدوات الفلكيّة كالأسطرلاب والربعيّات، وعلم الميقات والجغرافيا)[١٤]، والتاريخ. ولن نهتمّ هنا إلاّ بمؤلّفاته الرياضيّة.

ينسب قدماء مؤلّفي كتب الطبقات إلى الخوارزمي كتابين في علم الحساب، وكتابه الشهير في الجبر. يحمل كتابه الأوّل في الحساب، العنوان المعبّر التالي: «الحساب الهندي»؛ وهو مفقود في صيغته العربيّة، منذ زمن بعيد. لذا فإنّ ما نعرفه عن هذا الكتاب يعود إلى فترة متأخّرة ويتعلّق بالتقليد الحسابي الذي أحدثه، كما يتعلّق بالكتابات اللاتينيّة التي كان له الفضل في إثارتها. ومن بين الرياضيّين

---

١٢ انظر الملحوظة ٤١، فيما يلي من هذا الكتاب.

١٣ حول حياة وأعمال محمد بن الحسن الشيباني (١٣٢هـ/ ٧٤٩م-١٨٩هـ/ ٨٠٥م)، انظر بشكل خاص: أبو بكر أحمد بن علي الخطيب البغدادي، **تاريخ بغداد** (القاهرة: مكتبة الخانجي، ١٩٣١)، مج ٢، ص ١٧٢ ـ ١٨٢. انظر أيضاً: أبو الفداء إسماعيل بن عمر بن كثير، **البداية والنهاية** (القاهرة: مطبعة السعادة، ١٩٣٢)، مج ١٠، ص ٢٠٢ ـ ٢٠٣، أبو الفلاح عبد الحي بن أحمد بن العماد الحنبلي، **شذرات الذهب في أخبار من ذهب** (بيروت: [د. ن.، د. ت.])، مج ١، ص ٣٢١ ـ ٣٢٤، ومحمد بن الحسن الشيباني، **كتاب الأصل**، تحقيق شفيق شحاته (القاهرة: [د. ن.]، ١٩٥٤).

١٤ انظر كتاب صورة الأرض لأبي جعفر محمد بن موسى الخوارزمي= *Das Kitāb Sūrat al-Arḍ des Abū Ga'far Muḥammad ibn Mūsā al-Ḥuwārizmī*, éd. Hans von Mzik, Leipzig, 1926; *Mohammed ibn Musa Alchwarizmis Algorismus: Das früheste Lehrbuch zum Rechnenmit indischen Ziffern*, éd. Kurt Vogel (Aalen: Otto Zeller Verlagsbuchhandlungen,1963).

انظر أيضاً: A. P. Youschkevitch, «Über ein Werk des Abū Abdallah Muḥammad ibn Mūsā al-Ḥuwārizmī al Magusi zur Arithmetik der Inder,» *Schriftenreihe f. Gesch. d. Naturwis. Technik u. Medezin*, Beiheft z. 60 Gegurtstag v. G. Harigs, Leipzig, 1964, pp. 21-63.

الذين ينتمون إلى هذا التقليد الحسابي نذكر الأقليدسي (منتصف القرن العاشر م) وكوشيار بن لبّان (النصف الثاني من القرن العاشر) وعبد القاهر البغدادي (المتوفّى عام ١٠٣٧م) والنَسَوي (المتوفّى عام ١١٤٧م).

كانت عمليّات ذلك الحساب تمارس في الأصل على لوح حسابي مغَبَّر، تُكتب عليه الأرقام التسعة بواسطة قلم خشبي صغير. وكانت نتائج كلّ مرحلة من مراحل العمليّة الحسابيّة تُكتب ثمّ تُمحى أو تُشطب بعد القيام بالمرحلة التالية. وبدءاً من الأقليدسي حلّت محلّ اللوحة الغباريّة لوحةٌ حسابيّة من الورق. وكانت كتب الحساب الهندي ذات شكلٍ موحّد من حيث توالي فصولها؛ فكتاب الحساب الهندي يبدأ بشرح صُوَر الأرقام التسعة، والنظام العَشَريّ، ويُقدِّم الصفر، ويشرح عمليّات المضاعفة، والتقسيم إلى نِصفَين، والجمع، والطرح والضرب والقسمة، والتربيع، واستخراج الجذر التربيعيّ. وكان لا بدّ لهذا الكتاب من أن يحتوي أيضاً حساب الكسور وتقريب الجذر غير المُنطَق (الأصمّ). ومن المحتمل جدّاً أن يكون الخوارزمي قد أعطى في كتابه الحسابي، التقريب التالي لجذر عدد صحيح N: «إذا كان هذا العدد يُكتب على الشكل $N = a^2 + r$، يكون جذره التربيعي: $\sqrt{N} = a + \frac{r}{2a}$ »، وهو التقريب الذي يُنسب إليه، والذي انتقده عبد القاهر البغداديّ لاحقاً. تُرجِمَ كتاب الخوارزمي الحسابيّ هذا إلى اللاتينيّة تحت عنوان *De numero Indorum*؛ ولا نملك أيّة معلومة عن الذين قاموا بترجمته أو عن المكان الذي حصلت فيه هذه الترجمة. وهذه الترجمة نفسها فُقِدت أيضاً، إلاّ أنّ صيغاً عديدة كُتِبت انطلاقاً منها، ما زالت باقية إلى يومنا، تُعرَف تحت اسم *Algorismes latins*[١٥].

كتاب الخوارزمي الرياضيّ الثاني يُعالج صنفاً آخر من علم الحساب. عنوان الكتاب **الجمع والتفريق**؛ وقد نُقِل هذا العنوان إلى اللاتينيّة على الشكل التالي: «*Liber augmenti et diminutionis*» أي كتاب **الزيادة والإنقاص**. العنوان هذا مُثبَت في المؤلّفات القديمة التي تتحدّث عن سِيَر العلماء وأعمالهم، ويؤكّده

---

١٥ انظر: André Allard, *Muḥammad ibn Mūsā al-Khwārizmī: Le Calcul indien (Algorismus), Histoire des textes, édition critique, traduction et commentaire des plus anciennes versions latines remaniées du XIIe siècle* (Paris/Namur: Blanchard, 1992), et *Die älteste lateneische Schrift über das indische Rechnen Nach al-Ḫwārizmī*, Edition, übersetzung und kommentar con Menso Folkerts, unter Mitarbeit von Paul Kunitzsch, (Munich: Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, 1997).

عبد القاهر البغدادي الذي يذكره بشكل صريح[16]. والكتاب مفقود أيضاً؛ ولكنّنا نستطيع أن نُكوّن فكرة عامّة عن محتواه، استناداً إلى شهادات عبد القاهر البغدادي وغيره من الرياضيّين الذين عملوا في ذلك الموضوع الحسابي نفسه[17]. يُعالِج الكتابُ بشكل خاصّ، الجمع والضرب من جهة، والطرح والقسمة من جهة أخرى، للأعداد وللتعابير الجبريّة من الدرجتين الأولى والثانية؛ ويُعالج مجاميع المتواليات العدديّة الحسابيّة، ومسائل في الضرائب، والصيرفة، وهي المسائل التي عالجتها كتب الحساب والحساب العمليّ التي كانت متداولة في الشرق الأدنى في ذلك العصر.

الكتاب الرياضيّ الثالث للخوارزمي هو كتابه المشهور في الجبر. وقد وصل إلى عصرنا في عدّة مخطوطات (كما سنرى لاحقاً) أقدمُها نُسِخ عام ١٢٢٠م. إنّ غياب نُسَخ هذا الكتاب، السابقة لهذا التاريخ، أمرٌ مستغرب، لا يتوقّعه المؤرِّخ. وقد يُفَسَّر هذا الغياب بأسباب عديدة منها التقلّبات التي تعرّض لها حِفظُ المخطوطات العربيّة والتطوّر السريع الذي عرفه علم الجبر بعد الخوارزمي، والعدد الكبير للمؤلّفات الجبريّة التي كتبها خلفاؤه. إلاّ أنّ الثابت هو أنّ كتاب الخوارزمي كان حاضراً لدى صياغة خلفائه لكتبهم الجبريّة، وخاصّة عند معالجتهم للفصل المتعلّق بالمعادلات. وكان لهذا الكتاب شروح، كالشرح الذي قام به الخزاعي في العام ١٢١٠م[18]. وقد عُرِفت له ثلاث ترجمات إلى اللاتينيّة، قام بأحداها جيرار دو كريمون[19] (Gérard de Crémone). كلّ هذه المعطيات المادّية المتوفّرة حاليّاً، تضمن دون أدنى شك، صدقيّة نصّ الكتاب، وتسمح بالتالي بالقيام بتحقيق له، نقديّ بكلّ معنى الكلمة.

عنوان الكتاب هو **كتاب الجبر والمقابلة**؛ هذا ما يؤكّده قدامى مؤلّفي كتب الطبقات والرياضيّون، بما يُشبه الإجماع. ولم يكن من داعٍ للتوقّف عند

---

١٦ عبد القاهر بن طاهر البغدادي، **التكملة في الحساب مع رسالة في المساحة**، تحقيق أحمد سليم سعيدان (الكويت: معهد المخطوطات العربية، ١٩٨٥)، ص ٧٦ ـ ٧٧، و٢٧٣ وخاصّة ص ٢٧٥.

١٧ انظر مثلاً: «كتاب أبي الوفاء البوزجاني: فيما يحتاج إليه الكُتّاب والعمّال وغيرهم من علم الحساب»، تحقيق أحمد سليم سعيدان، في: **حساب أبي الوفاء البوزجاني** (عمّان: [د. ن.]، ١٩٧١). انظر أيضاً: أبو بكر محمد الكرجي، **الكافي في الحساب**، تحقيق سامي شلهوب (حلب: منشورات جامعة حلب، معهد التراث العلمي العربي، ١٩٨٦).

١٨ حول هذا الكتاب، انظر ما يتبع من كتابنا هذا، ص ١٥٣ ـ ١٥٤.

١٩ انظر ما يتبع من كتابنا هذا، ص ١٥٦ ـ ١٥٨.

العنوان، لولا أنّ تحقيق الكتاب مع ترجمته إلى الإنكليزيّة، اللذين قام بهما ف. روزِن (F. Rosen) عام ١٨٣٠م، دفعا البعض إلى الاعتقاد بأنّ عنوانه هو «الكتاب المختصر في حساب الجبر والمقابلة». هذه العبارة الأخيرة لم يضعها روزِن من عنده، إذ وردت بالفعل في التمهيد الذي وضعه الخوارزمي في مقدّمة كتابه. ما فعله روزِن هو أنّه نقلها من سياقها، رافعاً إيّاها إلى مرتبة العنوان. وهذا التصرّف ليس أمراً غير ذي شأن، وقد أدّى إلى خطأ وقع فيه العديد من المؤرّخين. فلنتوقف قليلاً لشرح هذه النقطة.

كتب الخوارزمي في مقدّمة كتابه، وبعد أن ذكَر بمزايا الخليفة المأمون ومَعروفِه، أنّ ما «فَضّل الله به» هذا الأخير، شجّعه على أن يؤلّف «من حساب الجبر والمقابلة كتاباً مختصراً»، جَعَله «حاصراً للطيف الحساب وجليله. . .»[20]. كان هدفه الصريح إذن صياغة كتاب «مختصر» و«حاصر» لما هو ضروريّ. ولكنّ هاتين الصفتين تُذكّران بمعايير الصياغة الأنيقة، فهما إذن من صفات الأسلوب الكتابيّ. ولقد عبّر النقّاد الأدبيّون لذلك العصر، كالجاحظ وقدامة بن جعفر[21] وابن قتيبة، عن المعايير الجماليّة لأسلوب التأليف؛ هذه المعايير تقضي بأن يجمَع المؤلّف غالبيّة ركائز الموضوع الذي يعالجه، ممّا يُلبّي حاجات القارئ ويتيح للمبتدئ فهم مختلف جوانبه، كما تقضي بأن يكون العرضُ مقتضباً، فلا يطول الكتاب لأنّ الإسهاب يُسبّب الملل. شملت تلك المعايير جميع الكتب النثريّة لذلك العصر، وكان احترامها هو همّ الخوارزمي في كتابه: جمع مبادئ هذا العلم الجديد، وشرح مختلف فصوله، في عرض مختصر، يُرضي القارئ ويُسَهّل على المبتدئ فهم ما يحويه من حساب جديد.كان هذا قَصْدَ الخوارزمي عندما عبّر في المقدّمة عن رغبته في الربط بين عبارتَيْ «مختصر» و«حاصر للطيف الحساب»، وهما أمران قد يبدُوان متعارضَين فيما لو وردا في غير ذلك السياق.

لذا، فعندما تنتقل كلمة «مختصر» من سياقها، كيفيّاً، وتُضَمُّ إلى العنوان،

---

٢٠ انظر النص، فيما يلي من هذا الكتاب ص ١٦٦.

٢١ انظر الكتب التالية: أبو الفرج قدامة بن جعفر، كتاب نقد النثر، حققه وعلق على حواشيه طه حسين وعبد الحميد العبادي (بيروت: [د. ن.]، ١٩٨٢)، ص ٣ و٩٣ وما بعدها؛ أبو عثمان عمرو بن بحر الجاحظ، كتاب البيان والتبيين، وأبو محمد عبد الله بن مسلم بن قتيبة، أدب الكاتب، تحقيق علي فاعور (بيروت: دار الكتب العلمية، ١٩٨٨)، ص ١٤.

فإنّ هذه الكلمة تأخذ معنىً آخر هو معنى «خلاصة» أو «ملخّص» أو «موجز»، بما يوحي بشكل غير مباشر بأنّ هذا الكتاب هو صيغة موجزة لمؤلّف آخر، أكبر حجماً، وُجِد من قَبلِه. وهذه فرضيّة لا أساس لها، إذا لم نقل إنّها متناقِضة.

فلننظر إلى ما يقوله قدماء مؤلّفي كتب الطبقات والرياضيّون، لمعرفة العنوان الصحيح لكتاب الخوارزمي. يقول النديم (قبل العام ٩٨٩م) إنّ هذا العنوان هو «كتاب الجبر والمقابلة». ويُعطي العنوان نفسه، شرّاح هذا الكتاب المعروفون من قِبَل النديم، مثل الصيدناني[٢٢] وأبو الوفاء البوزجاني، الخ. . . ، ولم يضع أيّ منهم كلمة «مختصر» بين كلمات العنوان. ونجد الأمر نفسه عند الخلفاء المباشرين للخوارزمي، إذ نقرأ في الكتاب الجبري لأبي كامل: «فرأيت كتاب محمّد بن موسى الخوارزمي المعروف بالجبر والمقابلة»[٢٣]؛ كما يكتب سنان بن الفتح: «وقد وضع محمّد بن موسى الخوارزمي كتاباً سمّاه الجبر والمقابلة»[٢٤]. ونستطيع إعطاء المزيد من الشواهد والأقوال التي تُثبت دون استثناء هذا العنوان لكتاب الخوارزمي.

وكان المترجمون اللاتينيّون يملكون مخطوطات عربيّة من الكتاب، أقدم من تلك التي بقيت إلى عصرنا، حيث أنّ المخطوطات التي اعتمدوها تعود على الأكثر إلى القرن الحادي عشر للميلاد. هؤلاء المترجمون، يؤكّدون العنوان نفسه؛ فجيرار دو كريمون (Gérard de Crémone) يُعطي ترجمته العنوان التالي: «كتاب محمّد بن موسى الخوارزمي في الجبر والمقابلة. . .»[٢٥]، وروبير دو شستر (Robert de Chester) يُعطي العنوان: «كتاب الجبر والمقابلة»[٢٦]، ولا يشذّ غيّوم دو لونا (Guillaume de Luna) عنهما.

---

٢٢ ابن النديم، **الفهرست**، ص ٣٣٨ و٣٤٠ ـ ٣٤١.

٢٣ أبو كامل، «كتاب في الجبر والمقابلة»، مخطوط اسطنبول قره مصطفى باشا، ٣٧٩، الورقة ٢وجه.

٢٤ سنان بن الفتح، «كتاب في المال والأعداد المتناسبة»، مخطوطة القاهرة، دار الكتب، رياضة ٢٦٠، الورقة ٧٥ ظهر.

٢٥ انظر: Barnabas B. Hughes, «Gerard of Cremona's Translation of al-Khwārizmī's *al-Jabr*: A Critical Edition,» *Mediaeval Studies*, vol. 48 (1986), pp. 211-263, cf. p. 233.

٢٦ انظر: Barnabas B. Hughes, *Robert of Chesters Latin Translation of al-Khwārizmī's al-Jabr: A New Critical Edition*, coll. Boethius XIV (Stuttgart: Steiner Verlag Wiesbaden, 1989).

يتألّف كِتاب الخوارزمي هذا، من كتابين متساويين في الحجم. الكتاب الأوّل مُخَصّص لنظريّة المعادلات وللحسابات الجبريّة، ولحلّ المسائل المختلفة بواسطة نظريّة المعادلات، ولتطبيق هذه النظريّة على المسائل الهندسيّة. أمّا الكتاب الثاني فيحمل عنوان «كتاب الوصايا»، ويعالج مسائل الإرث والوصايا بحسب قواعد الشرعِ الإسلاميّ؛ وفي فصوله، يُطَبِّق الخوارزمي الحساب الجبري على حلّ مسائلَ تنتمي إلى هذا المجال الفقهي، فيعطي بتصرّفه هذا وضعاً رياضيّاً ـ جبريّاً ـ لحساب كان يقوم به من قبله رجال الفقه. ويجب أن ننتبه لأنّ هذا الفِعل من قِبَل الخوارزمي، كان عملاً تأسيسيّاً لمادّة علميّة استمرّت تتطوّر من بعده، عُرِفت تحت عنوان «حساب الفرائض»؛ فقد حوّل الخوارزمي في الكتاب الثاني هذا، وبفضل الجبر، ما لم يكن سوى حسابات فقهيّة، إلى مادّة من الرياضيّات التطبيقيّة تحمل اسماً ما زالت تحتفظ به حتّى عصرنا.

١- التقاليد الحسابيّة في القرن الثامن للميلاد، وجبر الخوارزمي

١-١ مقدّمة

تتعرّض كتب تاريخ الرياضيّات جميعها لمسألة بداية علم الجبر. فهل يمكن بالفعل أن تُنسَبَ إلى هذا العلم بدايةٌ؟ وما هي هذه البداية، إن وُجِدت بالفعل؟ الأجوبة عن هذا السؤال هي في الغالب عفويّة ومُضمرة، وبعضها صريحٌ وناتجٌ من تفكيرٍ وتبصّر إلاّ أنّها تختلف باختلاف المعنى الذي تأخذه كلمة "بداية".

فإذا كان المقصود بهذه الكلمة ابتداءَ أمرٍ لم يكن موجوداً إلى ذلك الحين، يُشَكّلُ مذ ذاك نقطةَ انطلاق لتيّارات جديدةٍ من البحث، فإنّ هذا ما ينطبق بشكلٍ بديهيٍّ على كتاب الخوارزمي. ففي هذا الكتاب نجد، للمرّة الأولى في التاريخ، مشروع مادّة رياضيّة جديدة مختلفة عن الهندسة وعن علم الحساب. وانطلاقاً من هذا الكتاب فقط، وليس من قبلِه بتاتاً، تكوّنت تقاليد البحث في الجبر وتطوّرت. وفي هذا الكتاب بالذات أخذت هذه المادّة العلميّة اسمها.

أمّا إذا كان المقصود بكلمة "بداية"، "أَصلُ" علم الجبر أو "الأصول" التي انحدر منها، فإنّ المؤرّخ سيجد نفسه أمام هذا السؤال مشدوداً إلى الرجوع في التاريخ إلى ما قبل الخوارزمي وكتابه؛ وبما أنّ أصول الجبر غامضة ومغمورة بين ثنايا مواضيع متذفرّقة، فَسَيرى هذا المؤرِّخُ الجبرَ في أيّ مكان أو زمان، في مصر أو في بابل، في اليونان أو في الهند، أو، إذا ما اعتمد لملمة نُتَفٍ من هنا وهناك، في هذه الأمكنة والأزمنة جميعها[٢٧].

---

[27] وغالباً ما نصادف في كتب تاريخ الجبر عيّنات من هذه الآراء؛ فمنذ ما لا يزيد على عشر سنوات كُتِب ما يلي: "مسألة المصادر التي كانت متوفّرة لدى الخوارزمي في صياغة كتابه الجبري، ما زالت غير واضحة. ولربّما اقتبس الخوارزمي علماً شرقيّاً، إذ إنّ مسألة استناده إلى مصادر تعود أصولها إلى بلاد الرافدين أو ذات أصولٍ هنديّة أو هي مزيج منهما، ما زالت مسألةً مفتوحة. وربّما كان هناك تناقل شفهي تقليدي لعلم الجبر تسنّى للخوارزمي الاستقاء منه. ولكنّ فرضيّة الاقتباس المباشر من العلوم الاغريقيّة هي فرضيّة غير مقبولة؛ فصحيح أنّ الخوارزمي استخدم، كما فعل الإغريق، طرائق هندسيّة من أجل بناء جذور المعادلة التربيعيّة، إلاّ أنّ طريقة معالجته تختلف اختلافاً جوهريّاً عن تلك المُسمّاة بـ "الجبر الهندسي"

وبشكل عامٍّ شكّلت البساطة التي تبدو عليها التقنيّات الرياضيّة التي استخدمها الخوارزمي في كتابه، دافعاً، بل إغراءً للمؤرّخين، جعلهم ينشطون في البحث عن أصول الجبر. إلاّ أنّ الاندفاع لحلّ "لغز" "الأصول"، سرعان ما يصطدم بغياب الشواهد التاريخيّة، وبعائق آخر بقي في الظلّ، هو أنّ الخوارزمي لم يكن متمكّناً من اليونانيّة، وأنّ إلمامه بهذه اللغة أو بالأكّاديّة لم يكن بأفضل من إلمامه بالسنسكريتيّة. وبينما كان الباحثون عن الجبر في المؤلّفات التي سبقت كتاب الخوارزمي، في غالبيّتهم يقفزون فوق هذه العوائق، في مسعىً مناقض بالفعل لعلم التاريخ، كان بعضهم، من الأكثر تأثّراً بالمنطلقات الفلسفيّة، ينتهج طريق التحليل الظاهراتي[٢٨]. ولكنّ هؤلاء، إلى

الإغريقي". انظر أقدم المخطوطات اللاتينيّة في الحساب الهندي حسب الخوارزمي، تحقيق وترجمة وتعليق "منسو فولكرتس":

Die älteste lateneische Schrift über das indische Rechnen Nach al-Ḫwārizmī, Edition, übersetzung und kommentar con Menso Folkerts, unter Mitarbeit von Paul Kunitzsch, (Munich: Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, 1997), p. 13.

وهذا الرأي يُذكر بما كتب في هذا الصدد خلال القرن التاسع عشر وفي بداية القرن العشرين، الذي شكّل ما يُشبه المصادرة حول "شرقيّة" مصادر الجبر. لنأخذ على سبيل المثال ما كتبه ج. روسكا (J. Ruska) بهذا الخصوص: "فالرياضيّات عند العرب هي من مصادر هنديّة وإغريقيّة، انسابت إلى الحياة الفكريّة وتغلغلت بواسطة فرس وأشوريّين ويهود؛ وهذه الحقيقة تظهر جليّاً من محتوى المخطوطات العربيّة ومن الانتقال الأدبي، وأيضاً من كونها تنسجم مع مجريات التخزين التاريخي لمجمل الثقافة الإسلاميّة" انظر:

J. Ruska, *Zur ältesten arabischen algebra und Rechenkunst* (Heidelberg: Akademie der Wissenschaften Philosophische-historische, 1917), p. 3.

ولن نُعيد هنا الكتابات التي حذّرت من مثل هذه الآراء؛ انظر مثلاً:

R. Rashed, "L'Idée de l'algèbre selon al-Khwārizmī", *Fundamenta scientiae*, vol. 4 (1983), pp. 87-100;

ترجمه إلى الروسيّة ب. روزنفيلد و أ. ب. يوشكيفيتش في كتابهما:

Muḥammad Ibn Mūsa al-Khwārizmī, 1200 ans (Moscou: [n. pb.], 1983), pp. 85-108;

وتُرجم إلى العربيّة تحت عنوان: "تصور الجبر عند الخوارزمي،" المستقبل العربي، السنة ٧، العدد ٧٤ (نيسان/أبريل ١٩٨٥)، وتُرجم إلى الإنكليزيّة في:

G. N Atiyeh et I. M. Oweiss, eds., *Arab Civilization: Challenges and Responses: Studies in Honor of Constantine K. Zurayk* (Albany, NY: State University of New York Press, 1988), p. 98-111.

[28] انظر بشكل خاص:

Jacob Klein, *Greek Mathematical Thought and the Origin of Algebra*, translated by Eva Brann; With an appendix containing Vieta's Introduction to the analytical art, translated by J. Winfree Smith (Cambridge, MA: M.I.T. Press, 1968).

حيث ينتقل الكاتب مباشرة من ديوفنطس إلى سيمون ستيفن (Simon Stevin) دون أن يتوقّف عند الجبر بالعربيّة أو باللاتينيّة أو بالإيطاليّة.

أيٍّ من الفئتين انتموا، بحثوا عن التشابه بين كتاب الخوارزمي والأعمال التي يُقدّمونها على أنّها مصادرَ له، معتمدين أسلوب المقارنة أو أساليب كيفيّة أخرى. وفي غياب الأساليب التي تنتمي بالفعل إلى علم التاريخ، تبقى تلك البحوث عن "الأصول" ضرباً من التخمين أو الفرضيّات، إن لم نَقُل من الوَهم.

وهناك أسباب متعدّدة تقف وراء اندفاع المؤرّخين، المُضَلِّل في الغالب، في طريق البحث عن أسلافٍ للخوارزمي في بابل واليونان والهند، مأخوذين فقط بالجانب التقنيّ لعمله، دون التوقّف للتأمّل في المغزى العميق لمحتواه الرياضيّ. من هذه الأسباب، انبهارهم بجِدّة هذا العَمَل، إضافة إلى تحيُّرهم أمام فرادته؛ فهناك تنافر (إذا صحّ التعبير) بين جِدّة المشروع الرياضيّ، وبين بساطة التقنيّات التي يستخدمها (وقد لا يتنبّه الإنسان دائماً أنّ المشاريع النظريّة الكبرى تولَد من رحِمِ البساطة). وبالفعل، يبدو كتاب الخوارزمي، مقارنةً بـ"أصول" أقليدس أو بكتاب ديوفنطس الحسابي، ابتدائيّاً جدّاً من الناحية التقنيّة. ولكن، ورغم وجود تقنيّات مشابهة أو حتّى مماثلة في المؤلّفات الأخرى، فإنّ المشروع النظريّ المقدّم في الكتاب، هو مشروع لم يسبق أن تمّ تصوُّرُه من قَبلُ. وقد تنبّه الرياضيّون من خلفاء الخوارزمي المباشرين، كأبي كامل على سبيل المثال، إلى هذا الطابع المزدوج للكتاب وأدركوا مدى تأثير الحدث الفريد والحاسم المتمثّل بصدوره. ولكنّ تحديد الموقع التاريخيّ لحدث كهذا، يتطلّب وضعه في سياقه، قبل دراسة تأثير المشروع النظري الذي أتى به هذا الحَدَث على تصوُّر التقنيّات الرياضيّة المختلفة. وعند أخذ السياق بالاعتبار، ستَظهَر تأثيرات التقاليد الرياضيّة القديمة التي طَبَعت هذا العَمَل، كما سيَظهر المشروع الجديد الذي دعا إلى تأليفه.

يُصبِح من المفهوم إذاً عدم دخول مقدِّمتنا هذه، في متاهات البحث عن "أصول" كتاب الخوارزمي. ما يهمّنا في هذه المقدِّمة هو فقط مشروعه: تأسيس مادّة

رياضيّة مزوّدة بوسائلها النظريّة وبتقنيّاتها الضروريّة؛ وسنطرح عدداً من الأسئلة حول الظروف التي مكّنت من تصوّر ذلك المشروع، وحول كيفيّة صياغة الخوارزمي لـه، وكيفيّة قيامه بتحقيقه، وحول العوائق التي اعترضته. لذا، لن تأخذ دراستنا هـذه بالاعتبار، لا التقليد المصريّ، ولا البابليّ، نظراً إلى أن الخوارزمي لم يكـن بإمكانـه الإلمام بشيء من أيّ من هذين التقليدين عند نهاية القرن الثامن في بغداد. فنعلم مثلاً، أنّ أيّ وثيقة أو مرجع بابليّ لم يصل إلى الخوارزمي، إن مباشرة أو بشكل غير مباشر. أمّا الافتراض بأنّ الموقع الجغرافي يؤمّن استمرار الأفكار، حتّى بعد اختفاء اللغة، فهـو أقرب إلى التخيّل منه إلى علم التاريخ... ويُحتمَلُ أن تكون بعض المسائل أو بعـض التقنيّات قد استمرّت تنتقل بشكل شفوي مـن جيـل إلى جيـل، إلاّ أنّ انتقـال الرياضيّات من دون كتابة أمرٌ تنقصه الدعائم، ولن تُثبته، على كلّ حال، التـشابهات غير الدقيقة.

هذه إذن هي الطريق التي سنسلكها في شرحنا لكتاب الخوارزمي في ما سيتبع من الصفحات. ولكن، بما أنّ كتابات الخوارزمي هي من أوائل المؤلّفات الرياضـيّة بالعربيّة، يُستحسن تفحُّص لغة كتابه هذا بدقّة، بهدف الاهتداء إلى القـراءات الـتي يُمكن أن يكون قد قام بها والتي من شأنها أن تؤثّر في مفهومه المعرفي بـشكل عـام، ومن ثمّ في مفهومه للجبر ولموقعه كعِلم ضمن دائرة معارف ذلك العصر. ولا بـدّ أن يقترن التزامنا هذا بالاستناد إلى الشواهد التاريخيّة، ليكون مسعىً تاريخيّاً و تحليليّـاً في الوقت نفسه. ولسنا نرى بديلاً لمسعىً من هذا النوع، في مثل حالة كتاب الخوارزمي، حيث لم يصلنا شيء من الكتابات الرياضيّة العائدة إلى القرن الثامن للميلاد. ولقـد استطعنا، عبر هذا المسعى رؤية بعض الحيثيّات التي مكّنت الخوارزمي من تحقيق مشروعه، كما توصّلنا إلى تحديد بعض القراءات التي قام بها وبعض القراءات الأخرى التي يُحتمَـل أن يكون قد قام بها؛ وعمدنا إلى دراسة احتمال تأثير هذه القراءات في "جبره".

١-٢ لغة الخوارزمي

تُظهِر القراءة المتأنّية لكتاب الخوارزمي أنّ الكاتب استخدم لغة عربيّة واثقة، يختلف فيها عن معظم الكتابات المترجمة أو التي تأثّرت بالكتابات المترجمة. ولا يوجد في المبنى اللغوي للجُمَل ما قد يوحي بصِيَغ هندو-أوروبيّة (يونانيّة كانت أو فارسيّة أو سنسكريتيّة). ولئن كانت هذه الحجّة سلبيّة إلاّ أنّها تدلّ على أنّ الكتاب قد صيغ مباشرة بالعربيّة، وبلغة خالية من أيّة بصمة قد تتركها الترجمة.

التعابير المستخدَمة في الكتاب، هي أكثر دلالة. يُقسَم الكتاب بشكل طبيعيّ إلى أربعة أقسام. **القسم الأوّل** هو مقدّمة قصيرة يبدأها الخوارزمي بتمييز الأصناف المختلفة للعلماء، ثمّ يُسجّل عرفانه للخليفة المأمون ويشرح هدفه من وراء تأليف كتابه. قارئ هذه المقدّمة لا بدّ أن يرى فيها قطعة أدبيّة تكشف عن الثقافة العالية لكاتبها وعن تمكّنه من لغته وعن غنى ألفاظه.

أمّا في **القسم الثاني**، فالمشهد يختلف تماماً؛ نجد في هذا القسم أسس الحساب الجبري، ونظريّة المعادلات الجبريّة من الدرجتين الأولى والثانية وتطبيق هذه النظريّة على حلّ العديد من المسائل. واللغة في هذا القسم ليست لغة الأديب؛ بل هي، مع كونها صحيحة جدّاً، لغةٌ مختلَطة، تتألّف ألفاظُها من تعابير جبريّة وحسابيّة وهندسيّة. يبدأ هذا القسم بإدخال التعابير الأوّليّة للجبر وهي: المجهول، الذي يشير إليه الخوارزمي بكلمة "شيء"، وأيضاً بكلمة "جذر"؛ ومربّع المجهول الذي يُشير إليه بكلمة "مال"؛ و"العدد"؛ و"الكَسْر" (وجمعه "كسور")؛ وكلمة "عَدَلَ" (بمعنى عادَلَ أو ساوى). كما يُدخِل عمَليّات الجَمع، والطَرح والضرب والقِسمة واستخراج الجذر، إضافة إلى عمليّتي "الجَبْر" (الترميم) و"المقابَلة" (الاختزال). ولكنّ هذه التعابير، مثلها مثل كلّ التعابير المستخدمة في هذا القسم، تنتمي إلى الألفاظ القديمة والتقليديّة. كلّ ما قام به الخوارزمي في هذا القِسم، هو أنّه استخدم الكلمات الموجودة، فحافظ على معاني بعضها، وأضفى معنىً تِقنيّاً على بعضِها الآخَر. التعابير التي تدلّ على

العمليّات الحسابيّة أو على الأعداد الصحيحة أو الكسور، هي التعابير نفسها التي استخدمها أسلاف الخوارزمي، وبالمعنى ذاته؛ أمّا بعض الكلمات مثل كلمة "شيء" فهي تنتمي إلى اللغة المتداولة، ولكنّها اكتست معنىً تقنيّاً جديداً. فكلمة شيء هي بحسب نحويّي ذلك العصر "أنكرُ النكِرات"، أي أنّ تحديدَها هو الأكثر صعوبة. وفي العلوم الإلهيّة، تدلُّ هذه الكلمة على وجود، أكيد، إلاّ أنّ معرفتنا به غير محدّدة. فيُنسب مثلاً إلى اللغوي من القرن الثامن الخليل بن أحمد، أنّه قال بخصوص الله: "هو شيء شيء، ولا شيء لاشيء، وشيء لا شيء، ولا شيء شيء"[٢٩]، وهي تعابير تقترن وتتوالى كما في "جدول حقيقة منطقي". من هنا يُصبِحُ مفهوماً سبب اختيار هذه اللفظة من قِبَلِ الخوارزمي للدلالة على المجهول الجبري.

كانت اللغة الحسابيّة في هذا القِسم من الكتاب إذن، كما في الأقسام الأخرى، مأخوذة من المعجم اللغوي المصاغ قبل الخوارزمي، ومن الأعمال الأدبيّة لأسلافه؛ إلاّ أنّ المصطلحات الهندسيّة الهندسيّة كانت لغة الهندسة المستوية؛ وهناك من المؤشّرات ما يجعلنا نظنّ أنّ هذه التعابير الهندسيّة تنطلق من الترجمة حديثة العهد لمؤلّف أقليدس "الأصول"؛ وهذا أيضاً ما يوحي به **القسم الثالث** من الكتاب، المخصّص للمساحة ("باب المساحة").

يتناول **القسم الرابع** من الكتاب مسائل في الإرث والوصايا. لغة هذا القسم مختلَطَةٌ أيضاً، وألفاظُه مجموعةٌ من التعابير الجبريّة أو الحسابيّة أو الفقهيّة، وهذه الأخيرة مأخوذةٌ من مصطلحات فقهاء القرن الثامن للميلاد، الذين يذكر الخوارزمي، صراحةً، شيخَ إحدى مدارسهم، أبا حنيفة. والأمثلة التي تؤكّد ذلك عديدة بالفعل.

هذا التنوّع في الألفاظ، الذي يظهر للقارئ على امتداد الكتاب، لا يدلّ، على الأقلّ للوهلة الأولى، على أيّ انتساب له من الناحية اللغويّة، إلاّ إلى كتابات لغويّي

---

29 انظر: حمزة بن الحسن الأصفهاني (٢٨٠هـ، ٨٩٣م-٣٦٠هـ، ٩٧١م)، **كتاب التنبيه على حدوث التصحيف**، تحقيق أسعد طلّس؛ راجعه أسماء الحمصي وعبد المعين الملوحي (بيروت: دار صادر، ١٩٩١)، ص ١٢٢.

القرن الثامن وحسابيّيه وفقهائه، كما إلى ترجمة "أصول" أقليدس. ولكنّ قراءة الكتاب لا تلبث أن ترسم دروباً للبحث، تؤدّي كلّها إلى ذلك القرن وإلى مختلف المجالات التي يمكن أن تلتقي فيها الطرائق الجبريّة أو الجبريّة-الأوّليّة، أو ما قبل الجبريّة، أي مختلف التقنيّات الحسابيّة التي ينبغي تحديدها. لذا لا بدّ لنا من البدء بالتوقّف للنظر في الصورة التي بدا عليها العلم في القرن الثامن، التي قد تكون أثّرت في الخوارزمي لدى إعداده هذه المادّة العلميّة الجديدة.

١-٣ الخوارزمي وثقافة القرن الثامن للميلاد

الثقافة العلميّة للخوارزمي في بداية شبابه، كانت تلك التي تتيحها المعارف المتوفّرة في النصف الثاني من القرن الثامن. فلا بدّ إذن من التساؤل حول الكتب الحسابيّة التي كانت متوفّرة في تلك الحقبة من الزمن. وهنا سنواجه عقبة تتمثّل بنُدرة الوثائق التي بقيت حتّى عصرنا. وهذه النُدرة لا تعود إلى الفقدان المأساوي للمخطوطات العربيّة فحسب، ولكنّها تعكس صفة من الصفات التي طَبعت النشاط العلمي لذلك العصر. وقد سبق أن درسنا هذا الموضوع في مقال غير مقالنا هذا، نكتفي هنا بالتذكير بالأساسي منه.

الحقول العلميّة التي كانت موضوعاً للبحث الخلاّق في القرن الثامن للميلاد، هي تلك التي يمكن للبعض في أيّامنا هذه نعتها بالعلوم الاجتماعيّة والإنسانيّة. فقد عولج علم اللغة بجميع ميادينه: علم الأصوات الكلاميّة، علم الصرف اللغوي، علم العَروض، علم تأليف المعاجم، ...؛ وعولج مجال التاريخ والموادّ المساعدة في هذا المجال كنقد الشواهد التاريخيّة ونقد رجال التاريخ، ...؛ وعلم الحساب وتقنيّاته؛ وعلم تفسير النصوص الدينيّة وتقنيّاته؛ والعلوم الإلهيّة العقلانيّة التي تناقش أيضاً مسائل نشأة الكون، ومسائل في علوم الطبيعة (الفيزيائيّة) وفي المنطِق، ...؛ كما عولجت حقول مختلفة في الفقه، بما فيها "أصول الفقه". إنّها إذن الحقول العلميّة التي كانت معروفة في

ذلك العصر تحت عنوان "علوم العرب" أو "علوم النَقل"، أي تلك المتعلّقة بالنبوّة، وإن كانت هذه الحقول علمانيّة. استجاب هذا النشاط العلمي لمتطلّبات اجتماعيّة متجذّرة في عمق طبيعة المجتمع الجديد (الإسلاميّ) وفي معتقداته.

صحيحٌ أنّ الطِبّ كان له علماؤه، كما كان هناك علماء في الخيمياء والزراعة والعلوم الأخرى التي أُدخِلت خلال ترجمة المعارف البيزنطيّة مثل الطرائق الحسابيّة ومسح الأراضي والإدارة العسكريّة، كما جرى الاهتمام ببعض عناصر علم الفلك. ولكنّ الحركة الكثيفة في البحث والترجمة في المجالات التي سُمِّيت في حينها "علوم الأوائل"، لم تظهر إلاّ مع بداية القرن التاسع للميلاد. عُرِفت هذه المجالات العلميّة أيضاً تحت اسم "العلوم العقليّة" وكانت تضمّ علم الفلك والرياضيّات والفلسفة والطبّ والخيمياء وغيرها.

ولا بدّ من التذكير بأنّ انطلاق هذه الحركة من الترجمة والبحث، كان يرتبط ارتباطاً وثيقاً بحركة البحث المجدِّد والمُبدِع في العلوم الاجتماعيّة والإنسانيّة؛ وكان يستمدّ قوّته ونشاطَه من تكوّن فئات اجتماعيّة من سكّان المدن تطلُب هذه "العلوم العقليّة". فقد نتج من الأعمال العديدة في علم اللغة والفقه والعلوم الإلهيّة، خلال النصف الثاني من القرن الثامن للميلاد بشكل خاصّ، تَشَكُّلُ وسطٍ يتلقّف العلوم الجديدة ويهتمّ بها. هذه الفئات الاجتماعيّة قدّمت للعلماء لغة حاضرة، قادرة على التعبير عن كلّ المعارف، كما طرحت عليهم أسئلة تستدعي الإجابة عنها القيام بأبحاث جديدة. ومن جهة أخرى كانت الفئات الجديدة من الإداريين، الذين كانوا يُعرَفُون بالـ"كُتّاب"، تحتاج من أجل تكوين أجهزتها البشريّة، إلى علم الحساب وإلى لغة تتناسب مع متطلّباتها، كما إلى ثقافة عامّة في مختلف فروع المعرفة. وكان للدولة أيضاً متطلّبات في علم الفلك والجغرافيا وفي تقنيّات التنظيم المَدَنيّ. ولا نقصد من هذا التذكير، التوقّف لشرح هذا الوضع الجديد، بل الإشارة إلى هذه المستحدَثات التي

شكّلت مناخاً خصباً لعديد من الأساطير والروايات، مثل "حُلم الخليفة المأمون"، التي من شأنها إلقاء الضوء على أسباب هذه الحركة الكثيفة من الترجمة والبحث[٣٠].

وكان لتطوّر العلوم الاجتماعيّة والإنسانيّة ولصلاتها "بعلوم القدماء" تأثيرات، من بينها تعديل التصوّر القديم لدائرة المعارف وتعديل متطلّبات المعرفة اليقينيّة. فأضحى لعلوم الفقه ولمختلف فروع علم اللغة مكانها جنباً إلى جنب مع العلوم الأخرى في دائرة المعارف الجديدة. ولاحقاً، عبّرت أعمال بعض الفلاسفة، مثل كتاب **إحصاء العلوم** للفارابي[٣١]، عن هذا التنظيم الجديد لدائرة المعارف وعن معايير تصنيف العلوم.

ولكنّ دمج هذه الفروع من العلوم الاجتماعيّة والإنسانيّة ضمن دائرة المعارف، فرض بدوره، إعادة صياغة معايير المعرفة اليقينيّة. فعلم تأليف المعاجم، مثلاً، علمٌ يقينيٌّ لأنّه يرتكز على معرفة بعلم الأصوات وبالتوافيق؛ ولكنّ هدفه خارجي وهو تأليف قاموس للّغة العربيّة؛ فهنا لا تتناقض "الغاية المعرفيّة" مع "التقنيّة" المستخدمة بحيث ينفي أحدهما الآخر، ويجوز للمعرفة اليقينيّة أن يكون هدفها موجوداً خارج نطاقها. وسوف نرى أنّ هذه العقلانيّة الجديدة كانت في أساس إعداد الحقول العلميّة الجديدة، كالجبر. هذا هو المناخ

---

[30] انظر:

R. Rashed, "Problems of the Transmission of Greek Scientific Thought into Arabic: Examples from Mathematics and Optics," *History of Science*, vol. 27 (1989), pp. 199-209;

التي أعيد نشرُها في:

R. Rashed, *Optique et Mathématiques: Recherches sur l'histoire de la pensée scientifique en arabe* (Aldershot : Variorum, 1992), vol. I;

وانظر للمؤلّف نفسه: "Greek into Arabic: Transmissiom and Translation" ، في:

James E. Montgomery, éd., *Arabic Theology, Arabic Philosophy: From the Many to the One: Essays in Celebration of Richard M. Frank*, Orientalia Lovaniensia Analecta; 152 (Louvain; Paris: Peeters, 2006), pp. 157-196.

وانظر أيضاً:

Dimitri Gustas, *Greek Thought, Arabic Culture: The Graeco-Arabic Translation Movement in Baghdad and Early Abbāsid Society (2nd-4th/8th-10th Centuries)* (London; New York: Routledge, 1998).

[31] أبو نصر محمد بن محمد الفارابي، إحصاء العلوم، حققه وقدم له وعلق عليه عثمان أمين (القاهرة: دار الفكر العربي، ١٩٦٨).

الثقافي، أي السياق الذي جرى فيه التكوّن العلمي للخوارزمي. تبقى علينا الإجابة عن أسئلة تتعلّق بما قد يكون الخوارزمي تعلّمه من أسلافه وأثّر في تصوّره للجبر. نبدأ بتفحّص ما قد يكون يدين به تجاه العلوم الاجتماعيّة والإنسانيّة، ومن ثمّ نلتفت إلى الوسائل الحسابيّة والجبريّة المستخدمة في كتابه.

١-٤ الحساب عند اللغويّين: التصنيف القَبْليّ والتحليل التوافيقي

الخليل بن أحمد (٩٥هـ/٧١٨م - ١٧٠هـ/٧٨٦م) اسمٌ يحتلّ المكان الأبرز في العديد من فصول علم اللغة العربيّة. كان الخليل بن أحمد رياضيّاً ومن رجال علم الموسيقى، وكان المؤسّس لعلم الأصوات الكلاميّة العربيّ، وعلم العَروض، وعلم الصرف اللغوي، والنحو وعلم تأليف المعاجم. كما ترك لنا دراسات في علم التشفير* وعلم الحساب. وقد طرح هذا العالم، في أبحاثه في العَروض والصرف وتأليف المعاجم بشكل خاصّ، فكرة أساسيّة تقضي باعتماد تصنيف استنفاديّ، قَبْليّ، يُعتَمَد ويتمّ الانطلاق منه باستخدام التوافيق. ولكي نُلقي الضوء على مسعاه هذا، سنكتفي هنا بمثل واحد هو تأليف المعجم.

مشروع الخليل واضح ومحدّد، وهو تحويل ممارسة المعجميّين من ممارسة تجريبيّة عشوائيّة إلى ممارسة عقلانيّة، وتوسيع هذه الممارسة بحيث تجتمع جميع ألفاظ اللغة في كتاب واحد. وهذا المشروع يتطلّب تعداد كلمات اللغة بطريقة استنفاديّة، ويتطلّب من جهة أخرى العمل على أن يكون هناك تقابل بين مجموعة الكلمات ومجموعة خانات المعجم. هنا أعدّ الخليل نظريّته التي يمكن تلخيصها كما يلي: اللغة (الفعليّة) هي القسم المُحَقّق لفظيّاً من ضمن لغة مُمكنة. ويتمّ الحصول على كلمات اللغة الممكنة بتوفيق الأحرف وتبديلها. أمّا كلمات اللغة المحقّقة فهي الكلمات من اللغة الممكنة، التي تستجيب لقواعد القبول اللفظي والتي تُستَخدم بالفعل. لذلك يجد

---

* أو علم "التعمية"، أي علم الكتابة بواسطة الرموز (بما فيها حروف اللغة)، وفكّ الكتابة المشفّرة، أي المصاغة بالرموز (المترجم).

المعجمي نفسه أمام مهمّتين: الأولى مهمّة تعتمد التوافيق فحسب، والثانية تتعلّق بالألفاظ اللغويّة. ويُضيف الخليل إلى هاتين المهمّتين الرئيسيّتين اللتين تهمّاننا هنا، مهمّات أخرى تتعلّق بالتاريخ وبلغات الأعراق وغيرها.

يبدأ الخليل بالتذكير بأنّ جذور الكلمات العربيّة هي من حرفين على الأقلّ ومن خمسة حروف على الأكثر. فتنسيق حروف الأبجديّة الـ ٢٨، r لِـ r ، حيث r عدد طبيعي بين الاثنين والخمسة، $2 \leq r \leq 5$، يعطي مجموعة جذور الكلمات، ويُعطي بالتالي مجموعة كلمات اللغة الممكنة؛ وهناك قسمٌ واحدٌ من هذه المجموعة يُحدّده اللفظ، أي مكوّن من عناصر مقبولة كألفاظ كلاميّة، هو الذي سيُشكّل اللغة (الفعليّة). فلتأليف المعجم، ينبغي إذن أن نبدأ بتأليف اللغة الممكنة، التي منها نستخرج جميع كلمات اللغة الحقيقيّة، باحترام قواعد اللفظ المذكورة. لذا، ومن أجل تأليف معجمه، بدأ الخليل بحساب عدد التوافيق دون تكرار، لأحرف الأبجديّة r لِـ r حرفاً، حيث r عدد طبيعي يقع بين 2 وَ 5، ومن ثمّ حَسَب عدد التباديل لكلّ زمرة مؤلّفة من r أحرف؛ وبعبارة أخرى قام بحساب الأنساق التالية

$$A_n^r = r!C_n^r$$

حيث $n = 28$ و $2 \leq r \leq 5$.

وسيجد الخليل من خلال التحليل اللفظي الذي أجراه، الشروط الضروريّة للتعرّف، من بين كلمات اللغة الممكنة، على الكلمات التي يمكن أن تكون فعليّة. ولكنّ بعض الكلمات التي تحقّق هذه الشروط، قد لا تكون بالضرورة كلمات مستعملة. وهنا يأتي دور علم لغات الأعراق، ودور معرفة الأدب السابق للإسلام وأدب القرن الأوّل من الإسلام، والقرآن وغيرها من الكنوز اللغويّة التي تسمح بالتمييز بين الكلمة المستخدمة وغير المستخدمة أو "المُهملة". ويجب أن نلحظ أنّ دراسة الأصوات الكلاميّة هذه، سمحت للخليل باكتشاف إحدى صفات العربيّة واللغات الساميّة بشكل عام، وهي صفة كان لها دور أساسيّ في مشروعه. فقد اكتشف طابعاً يتعلّق بصرف اللغة العربيّة، أي بأهمّيّة الجذر (المصدَر) في تكوين

الكلمة، كما اكتشف العدد المحدود نسبيّاً لهذه المصادر (الجذور). فالجذر، تجميع لحروف صامتة (دون الحروف الصوتيّة أو حروف العلّة)، ذو معنىً ترتبط به في الغالب معاني كلمات السلالة المرتبطة به. وهذا التجميع لا يمكن أن يظهر كوحدة نظريّة في التحليل اللغوي، قبل التمييز السابق بين المعنى والمدلول اللفظي من جهة، وحروف العلّة والحروف الصوامت من جهة أخرى. وهذه الجذور أشكال محدودة هي الأشكال الأربعة التي أتينا على ذكرها؛ فهي على الأكثر خماسيّة الأحرف، وفي غالبيّتها العظمى ثلاثيّة الأحرف. تمكّن الخليل إذن، بواسطة هذا التحليل، من تصوّر مشروعه ومن تصوّر وسائل تحقيق هذا المشروع. من بين هذه الوسائل نذكر إمكانيّة إهمال التشكيل* التي يؤدّي إدخالُها إلى توافيق أكثر تعقيداً بكثير. هذا التحليل قدّم إلى الخليل قواعد التعارض بين المقاطع الصوتيّة داخل الجذر الواحد. ولا نجد المكان هنا مناسباً لكي نعرض بالتفصيل قواعد هذا التعارض، فلنذكرها إذن باختصار: لا يجوز للحَرفين الصامتَين الأوّلَين من المصدر أن ينتميا إلى الفئة الموضعيّة ذاتها، ولا (في الغالب) إلى فئتين موضعيّتين متجاورتين. وتنطبق القاعدة ذاتها على الحرفَين الصامتَين الأخيرين من المصدر، إلاّ أنّ بإمكانهما أن يكونا متشابهين (الحرفَ نفسَه). ويتمّ اشتقاق الكلمات من مصادرها وفقاً لمخطّطات منتهية؛ وهذه المخطّطات (أو الأشكال) هي نفسها كائنات توافيقيّة. وسيتمّ التعرّف على هذه المخطّطات وتوافيقها في مرحلة لاحقة من مراحل البحث، أي عندما سيُعتَبر علم الأصوات وعلم الصرف العربيّين، علمَين قائمَين بذاتهما، لا علمَين مُلحَقَين بعلم بناء المعاجم؛ هذا ما سيحصل في أعمال تلامذة الخليل بن أحمد وخلفائه.

لم يحافظ **كتاب العين**[32] على مكانته إلى ما بعد الخليل فحسب، بل أصبح نموذجاً لتقليد طويل. باختصار، يمكن اعتبار أي معجميّ في العربيّة، بشكل ما، تلميذاً

---

* أي تشكيل" الحروف داخل الجذر الواحِد، بالضمّ أو الفَتح أو الكَسر (المترجِم).

[32] أبو عبد الرحمن الخليل بن أحمد الفراهيدي، كتاب العين، تحقيق مهدي المخزومي وإبراهيم السامرائي (قم: دار الهجرة، ١٩٨٥-١٩٩٠)، ومهدي المخزومي، الخليل بن أحمد الفراهيدي: أعماله ومنهجه (بيروت: [د. ن.]، ١٩٨٦)،

Stefan Wild, *Das Kitāb al-ʿAin und die arabische Lexikographie* (Wiesbaden: Harrassowitz, 1965).

للخليل بن أحمد. وصحيحٌ أنّ من أتوا بعده قاموا بتصحيح الأخطاء التي ارتكبها لدى تجميعه للكلمات الفعليّة، كما قاموا بتنويع شكل المعجم وبتحسين تأليفه، إلاّ أنّ الطريقة بقيت في الأساس نفسَها. وسنكتفي هنا بالنظر إلى واحدٍ فقط من خلفائه، كمَثَل، هو ابن دُرَيد. وُلد هذا المعجميّ سنة ٢٢٣هـ/٨٣٤م، بعد أقلّ من نصف قرن على وفاة الخليل، وكان مثلَه عضواً في مدرسة البصرة. ألّف ابن دُرَيد كتاباً بعنوان **الجمهرة**[٣٣]، عَمد فيه إلى حساب العدد n^r حيث n هو عدد أحرف الأبجديّة ($n = 28$)، وحيث $1 < r \leq 5$. والتزم تنقية مختلف فئات الأشكال التي يُعطيها تجميع الأحرف اثنين لاثنين، وذلك تبعاً لاحتوائها أو عدم احتوائها للأحرف غير المقبولة (الياء والواو والهمزة) أي تبعاً لمبدأ صَرفيّ. ولتوضيح هذه الفكرة نستعيد حسابه في الحالة $r = 2$. في هذه الحالة يحصل على $n^r = 784$ شكلاً، يطرح منها 28، وهو عدد الأشكال التي تتألّف من حرف واحد فقط، مكرّر، فيبقى $A_n^r = 27 \times 28 = 756$.

ويُشير ابن دُرَيد إلى أنّ الأشكال الـ ٢٨ هذه، لا تتغيّر بالـ"القَلْب" أي أنّها لا تتأثّر بالتبديل. ثمّ يقوم بفحص صَرف كلّ الأشكال، فيجد $A_{25}^2 = 25 \times 24 = 600$ شكلاً خالياً من أيّ حرف غير مقبول، و150 شكلاً في كلٍّ منها حرف غير مقبول، و6 أشكال في كلّ منها حرفان غير مقبولَين، و3 أشكال في كلّ منها حرف غير مقبول يتكرّر مرّتين. ثمّ يتابع ابن دُرَيد حسابه فيما يخصّ الأشكال ثلاثيّة الأحرف، ورباعيّة الأحرف وخماسيّتها. وقد اعتبر كما الخليل من قبله، وبشكل صريح، دراسته التوافيقيّة هذه عملاً حسابيّاً، أو كما قال "ضرباً من الحساب":

[33] أبو بكر محمد بن الحسن بن دُرَيد، جمهرة اللغة، حققه وقدم له رمزي منير البعلبكي، ٣ ج (بيروت: دار العلم للملايين، ١٩٨٧)، ج ١، ص ٤٨-٥١، وج ٣، ص ١٣٣٨-١٣٣٩.

"وأنا مُفَسِّر لك ما يرتفع من الأبنية الثنائيّة والثلاثيّة والرباعيّة والخُماسيّة إن شاء الله بِضرب من الحِساب واضِح"[٣٤]

تواصَلَ هذا التقليد خلال ما يقارب الألف عام عبر عدد لا بأس به من المؤلّفات التي وضعها أدباء مثل السيوطي[٣٥]، والمعاجم مثل **مقاييس اللغة** لأحمد بن فارس و**لسان العرب** لابن منظور و**تاج العروس** لابن الزبيدي وغيرها.

لم يكتفِ المعجميّون إذن كما رأينا، بالقيام بدراسات توافيقيّة ولكنّهم حصلوا على الصِيَغ الأوّليّة من هذا الفصل الرياضي الجديد، وهي، كما يُرمَز إليها في عصرنا، التالية:

$$n!, n^r, P_n, A_n^r, C_n^r$$

ومنذ الخليل، اعتبر المعجميّون هذه العمليّات وهذه التعابير من "ضروب الحساب"؛ فكان أوّل عنوان أُعطي لهذا الفصل الحسابيّ من التحليل التوافيقي، عنواناً حسابيّاً. وكان من الطبيعيّ أن يفرض الحساب التوافيقيّ نفسه خلال السعي لإيجاد حلّ نظريّ لمسألة عمليّة هي مسألة تأليف المعجم. وفي هذه الحالة، ظهر كلام اللغة كحقلٍ مُفَضَّلٍ للقيام بهذا الحساب الجديد ولتطبيقاته. ويمكن اعتبار هذه الظاهرة مرافقة بشكل ما لتاريخ التحليل التوافيقي الابتدائيّ. فمجموعة كلمات اللغة هي أحد الحقول التي تُوجد مباشرة بمتناول الباحث والتي تتحقّق فيها صِفتا التقطّع والانتهاء* لأنّ الأحرف هي كائنات متقطّعة ومنتهيّة العِدّة**. ولاحقاً لجأ الجبريّون والباحثون

---

[34] المصدر نفسه، ج ٣، ص ١٣٣٨. ويذكر عبد الرحمن جلال الدين السيوطي هذا النصّ نفسه في كتاب **المُزهِر في علوم اللغة وأنواعها**، شرحه وضبطه وصححه وعنون موضوعاته وعلق حواشيه محمد أحمد جاد المولى وعلي محمد البجاوي ومحمد أبو الفضل إبراهيم (القاهرة: دار إحياء الكتب العربية، [د.ت.])، ص ٧٢.

[35] انظر: المصدر نفسه.

* التقطّع هو الترجمة العربيّة لكلمة Discrétion؛ والانتهاء (Finitude) هي صفة المجموعة ذات العدد المحدود من العناصر (المُتَرجِم).

** أو العدد، أي ذات العدد المحدود من العناصر (المُتَرجِم).

في نظريّة الأعداد، إلى اللغة لينهلوا منها الأمثلة والإشارات والطرائق التي تمكّنهم من توضيح توافيقهم، هذه التوافيق التي يبدو أنّهم تصوّروها بمعزل عن اللغويّين.

ولم يكن تأليف المعاجم المجال العلميّ الوحيد الذي استدعى تكوّنه إعداد أعمال في التوافيق؛ فلقد كان المسار هو عينه فيما يخصّ مجال العَروض الذي خاضه وتابع العمل فيه الخليل؛ وتُنسب أيضاً إلى الخليل نفسه إحدى أوائل الرسائل في مجال علمي آخر بدأ يتشكّل كمادّة علمية مستقلّة ابتداءً من ذلك العصر هي عِلم التشفير ("التعمية") وتحليل الرموز[36]. هذه الموادّ العلميّة ترتبط بشكل قويّ بالأبحاث في علم اللغة، ولكنّها لا تنتمي كلّها إلى هذا العلم. لذلك قام عدد كبير من اللغويّين، على امتداد قرون من الزمن، بتأليف أعمال في علم التعمية وتحليل الرموز. ففي هذين المجالين، كما في مجال العَروض، يُطرَحُ الحلُّ النَظَريّ للمسألة العمليّة التي هي اختراع خوارزميّات* فعّالة من شأنها أن تُخفي عن كلّ شخص يجهلها، معنى أيّ رسالة أو أيّ نص مكتوب بحسبها (أي بحسَب هذه الخوارزميّات). لذا أُطلِق على هذه المادّة اسم "علم التعمية"، من الفعل "عَمِيَ" أي فقد بصره كُلّياً. ويجدر أن نذكُر بأنّ هذا العلم وصل في القرن التاسع على أبعد تقدير، ومع الكندي، إلى أن يأخذ اسماً يُعرف به، إضافة إلى مفردات تقنيّة خاصّة به[37].

شهدت الفترة الواقعة بين النصف الثاني من القرن الثامن للميلاد وبداية القرن الذي تلاه، بناء باقة من الموادّ العلميّة (تأليف المعاجِم، والصرف، والعَروض، والتعمية، وتحليل

---

[36] انظر: أبو بكر محمد بن الحسن الزبيدي، طبقات النحويين واللغويين، تحقيق محمد أبو الفضل ابراهيم، ذخائر العرب؛ ٥ (القاهرة: دار المعارف، ١٩٧٣).

* نستعمل كلمة خوارزميّة (Algorithme) بمعناها العصري المتداول وهو: طريقة حسابيّة عمليّة.
(انظر ملحوظة المترجِم، السابقة للملحوظة رقم ١، فصل "المقدّمة") (المترجم).

[37] انظر:
Mohammad Mrāyātī, Yaḥya Meer 'Alam and M. Ḥassān At-Ṭayyān, *Origin of Arab Cryptography and Cryptanalysis*, vol. I, Damas, 1987; vol. II, 1997, esp. vol. 1, pp. 204-259.

الرموز ...) التي تُطبِّق طريقة جديدة. القاعدة الأولى من قواعد هذه الطريقة هي تحديد مجموعة من العناصر المنتهية والمتقطِّعة. القاعدة الثانية هي تحديد توافيق تسمح بأن نحصل قَبْليّاً، أي قَبْلَ أيّ انتقاء واعٍ، على "العناصر الممكِنة"، انطلاقاً من عناصر المجموعة كلّها. القاعدة الثالثة هي أن نأخذ العناصر (أو الحالات) الممكنة ونعزل من بينها تلك التي تكون فعليّة أو "مقبولة" نسبة إلى معايير القبول المفروضة في الحقل العلمي الذي يجري فيه العَمَل. التصنيف المُسبق أو القَبْليّ، للعناصر الممكنة، ذو طبيعة شكليّة، إذ إنّه يتمّ بمعزل عن معاني هذه العناصر "الممكنة". وهذا ما يُفسِّر لنا السبب الذي دعا علماء ذلك العصر إلى اعتبار التوافيق من هذا النوع ضرباً من ضروب الحساب. ولكنّ هذه المنهجيّة الجديدة هي في الوقت عينه نظرة معرفيّة جديدة تحمل فكرة عن العلم تختلف عن تلك التي أورثها التقليد اليوناني. هذه النظرة المعرفيّة الجديدة تعكس تنظيماً لعِلم الوُجود يختلف عن ذلك الذي نجده في المعارف الأفلاطونيّة والأرسطوطاليسيّة. فهي لا تتماهى مع النظرة "الواقعيّة" التي ترى في اللغة تقليداً قريباً من اللغة الممكنة، ناقصاً؛ ولا تتماهى أيضاً مع المفهوميّة التي تُعطي الأولويّة إلى الوحدات اللغويّة المنفردة، التي نستخلص منها، بالتجريد، اللغة الممكنة.

هذا التصوّر نفسه، للعلم ولموضوعه، المزوّد بالطرائق نفسها، هو الذي نجده مجدَّداً في كتاب الخوارزمي، قبل أن يجتاح مجالات رياضيّة أخرى في الجبر أو في الهندسة أو في نظريّة الأعداد. وليس من المهمّ أن نعلم ما إذا كان الخوارزمي تبنّى مفهوم عصره هذا أو أنّه تأثّر به. المهمّ بالمقابل هو أنّ هذا المفهوم مع الطريقة التي رافقته، هما شرطان لإمكانيّة وجود جبر الخوارزمي. فقد بدأ الخوارزمي، كما فعل اللغويّون وعلماء تحليل الرموز، بتصنيف مسبق لكائنات جَبرِه، بواسطة وسائل توافيقيّة. ولكن، كان يَلزَمُه من أجل تحقيق ذلك (تماماً كما كان يلزم اللغويين والآخرين) تصوّرٌ شكليٌّ (صُوَرِيّ) للتعابير التي يُجري عليها التوافيق، أي تصوّرٌ ذو وجودٍ محايد. وقد كان بالفعل تصوّره للـ"شيء" وللـ"مربّع" ("المال") يستجيب لهذا الاقتضاء. فبإمكان "الشيء" أن يكون عدداً، أو قطعة من خطّ مستقيم، أو أي عِظَمٍ آخر. هذا الأمر فهمه تماماً خلفاء الخوارزمي من الرياضيّين والفلاسفة كالفارابي.

وبعد أن أمّن الخوارزمي الوجود الشكلي للتعابير، أدخل المساواة والعمليّات الابتدائيّة لعلم الحساب، وقام بتوافيق، اثنين لاثنين، للتعابير الثلاثة التي هي "الشيء" و"المال" و"العدد المفرد" (أي، على التوالي، x وx^2 و n، بحسب كتابة عصرنا، حيث n هو الحدّ الثابت في المعادلة)، فحصل على مجموعتين من التوافيق:

$$\begin{cases} ax^2 = bx \\ ax^2 = n \\ bx = n \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} bx = ax^2 \\ n = ax^2 \\ n = bx \end{cases}$$

هما بالنسبة إلى الجبريّين مجموعتان متطابقتان لأنّ ما يهمّهم هو المعادلات فحسب.

وعند توفيق التعابير، ثلاثة لثلاثة، نحصل على أربعة مجموعات من المعادلات هي:

$$\begin{cases} ax^2 + bx = n \\ ax^2 + n = bx \\ bx + n = ax^2 \end{cases} \quad \begin{cases} n = ax^2 + bx \\ bx = ax^2 + n \\ ax^2 = bx + n \end{cases} \quad \begin{cases} bx + ax^2 = n \\ n + ax^2 = bx \\ n + bx = ax^2 \end{cases} \quad \begin{cases} n = bx + ax^2 \\ bx = n + ax^2 \\ ax^2 = n + bx \end{cases}$$

حيث تتطابق مجموعتا المعادلات الأولى والثانية (من اليمين إلى اليسار) وكذلك المجموعتان الثالثة والرابعة (كمجموعتي معادلات)، أمّا الثالثة فتعود إلى الأولى، كما يلاحظ الخوارزمي[٣٨] الذي يكتب بعد ذلك:

> "ووجدت هذه الضروب الثلاثة، التي هي: الجذور والأموال والعدد، تقترن، فيكون منها ثلاثة أجناس مقترنة وهي: أموالٌ وجذورٌ تعدل عدداً؛ وأموالٌ وعددٌ تعدل جذوراً؛ وجذورٌ وعددٌ تعدل أموالاً"[٣٩].

---

[38] هذا الشكل من التصنيف فُرِضَ لسبب بديهي هو رفض مساواة ذي حدّين أو ذي ثلاثة حدود بالصفر. وقد تواصل هذا الرفض على امتداد قرون من الزمن، ونجد آثاراً له حتّى في كتاب "الهندسة" لديكارت. وهذا الشكل فرض بدوره تغييراً في طريقة الحلّ وبرهانه عند الانتقال من نوع من المعادلات إلى نوع آخر، وإن كانت الأفكار الأساسيّة هي نفسها في جميع الحالات.

[39] انظر النصّ فيما يتبع، ص ١٦٩، س ٢-٤.

وهكذا يحصل على الأنواع "الطبيعيّة"* الستّة من المعادلات، متأكّداً من عدم وجـــود أنواع أخرى، متفادياً الترداد والإسهاب. هذا النهج الذي اتّبعه الخوارزمي، المستوحى دون ريب من أسلافه ومعاصريه الذين عملوا في مجالات علميّة أخرى، لا يمكن ردُّه إلى ما قد نجده في تقاليد علميّة أخرى: تقاليد البابليّين، أو ديوفنطس، أو هـــيرون أو آريَبهاطا أو برَهمَغوبتا، ... فلم يجد الخوارزمي هذه المعادلات بمناسبة حلّه لمسألة ما أو لبعض المسائل، بل إنّ التصنيف عنده سبق المسائل. وقد تعمّـــد إدخـــال التـــصنيف كمرحلة أولى ضروريّة فرضها بناء نظريّة للمعادلات من الدرجتين الأولى والثانيـــة، مُعَدَّة لتُصبِح في القلب من حقل من حقول الرياضيّات. لذا، لا يُمكن فهم مـــشروع الخوارزمي، إذا لم ننتبه إلى ترتيبه الشكليّ هذا.

لكن، وقبل أن نعود إلى هذه النظريّة الرياضيّة، يُستحسن أن نتوقّـــف عنـــد المسائل الرياضيّة التي يُطلَب من هذا الحساب الجديد في الجبر أن يحلّها، بحـــسب مـــا يؤكّده الخوارزميّ نفسه؛ كما سنتوقّف عند سؤالَين: متى طُرِحت هذه المسائل ومـــا هي الحقول العلميّة التي أدّت إلى طرحها؟ أمام هذين السؤالَين يظهر الخوارزمي أيضاً كرجل من رجال عصره.

١-٥ الحسابات الشرعيّة

يُعبِّر الخوارزمي في مقدّمة الكتاب، عن هدفه بشكلٍ واضح:

"[...] ألّفتُ من حساب الجبر والمقابلة كتاباً مختصَراً، جعلتُه حاصراً للطيف الحساب وجليله لما يلزم الناس من الحاجة إليه في مواريثهم ووصـــاياهم وفي مقاسماتهم وأحكامهم وتجاراتهم، وفي جميع ما يتعاملون به بينهم من مساحات الأرضين وكرى الأنهار والهندسة وغير ذلك من وجوهه وفنونه"[٤٠].

---

* أو القانونيّة: Canoniques (المترجم).

[40] انظر النصّ فيما يتبع، ص ١٦٦، س ١١-١٥.

هذا التصريح، الذي نجده مُهمّاً، لم يكن دائماً مفهوماً كما يجب. فقد رأت فيه فئة من مؤرّخي العلوم مُجرَّدَ تعبيرٍ عن نوايا، من نوع التصاريح التي لا يلبث المؤلّف أن ينساها، التي لا تستحقّ بالتالي التوقّف عندها. وهناك آخرون، وهم أكثر عدداً، يجدون في هذا التصريحِ، تعبيراً عن فكرٍ عمَليّ يَقطَع مع التقليد اليونانيّ، الذي يعتبرونه فِكراً نَظريّاً بشكل أساسيّ. لكنّ حجّة الفئة الأولى، تسقط بسرعة أمام محتوى الكتاب؛ فالخوارزمي صاغ "كتاب الوصايا" الذي يُشَكّل تقليديّاً القسم الثاني من "جبره"، والذي له حجم القسم الأوّل نفسه؛ ومن جهة أخرى عالج الخوارزمي في القسم الأوّل من كتابه مسائل في مساحة الأراضي وفي القياس. أمّا رأي المؤرّخين الآخرين، فستُظهِر خطأه النظريّة الجبريّة التي أعدّها الخوارزمي؛ وهذا ما سنراه لاحقاً.

إنّ تأكيدات الخوارزمي التي تحمل دلالات مُهمّة للغاية، إضافة إلى "كتاب الوصايا"، تسمح منذ البداية، بوضع إسهام الخوارزمي ضِمنَ تقليدٍ مُعيَّن، وفي الوقت عينه في بداية هذا التقليد المُحَدَّد، الذي ارتبط مصيره نهائيّاً بمصير الجبر، متّخذاً اسم "حساب الفرائض". وسنتوقّف هنا قليلاً لشرح هذا الأمر.

كان مجال الحقوق من بين أشدّ مجالات البحث نشاطاً في القرن الثامن. فالمجتمع الجديد والدولة الجديدة، اللذان يرتكزان على أساس تعاليم القرآن والحديث النبويّ، تطلّبا بالضرورة تصوّراً للحقوق وللقواعد الشرعيّة، يختلف عن القواعد الحقوقيّة الموروثة عن بيزنطية وعن بلاد فارس. وفي جميع مجالات قانون الأحوال الشخصيّة، قَطَع المجتمع الجديد مع التقاليد الشرعيّة القديمة، العريقة والمهمّة. وكان المطلوب من الشرع الجديد أن يصوغ، انطلاقاً من النصّ القرآنيّ ومن السيرة النبويّة، تعاليم تصلح كونيّاً، أي لكلّ شعوب الإسلام. لذا كان لا بد من العودة إلى البدء بالبحث الشرعي من جذوره. ولذا، ومنذ العهد الأمويّ، انكبّ الفقهاء على هذه المهمّة. فلقد شهد القرن الثامن ولادة ثلاث من المدارس الفقهيّة الأربع، التقليديّة، التي تُسيطر على الشرع الإسلامي حتّى عصرنا الراهن. وُلِدت المدرسة الأولى وهي مدرسة أبي حنيفة،

في العراق؛ المدرسة الثانية، وهي مدرسة مالك، وُلِدت في مقاطعة الحجاز؛ أمّا المدرسة الثالثة، مدرسة الإمام الشافعي، فقد بدأت في العراق وفي الحجاز قبل أن تستقرّ في القاهرة. وقد غطّت أبحاث هؤلاء الفقهاء البارزين وطلاّهم مجالاً عريضاً، يتناسب في اتساعه مع التصوّر الإسلاميّ للمجتمع المَدَنيّ؛ يضمّ هذا المجال حقلَ "أصول الفقه"، كما يضمّ حقل الأحوال الشخصيّة بتشعّباته. وندين لهؤلاء الفقهاء بمؤلّفات في الضرائب وفي المساهمات التجاريّة والوصايا والإرث وغيرها.

فإذا تنبّهنا للمجالات التي يذكرها الخوارزمي ليطبّق عليها حسابه وهي "ما يَلزَم الناس من الحاجة إليه" نرى أنّها بالضبط، المجالات التي عمل عليها فقهاء النصف الثاني من القرن الثامن، وبشكل خاصّ من مارس منهم عَمَلَهُ في العِراق. فالخوارزمي يأتي أكثر من مرّة على ذِكر اسم أبي حنيفة (٨٠/٦٩٩-١٥٠/٧٦٧)، مؤسّس المدرسة الحنفيّة. ونُذكّر هنا، باثنين من التلامذة المباشرين لأبي حنيفة؛ الأوّل هو أبو يوسف (١١٣/٧٣١-١٨٢/٧٩٨)، الذي لم يكن فقيهاً مشهوراً فحسب، بل كان أيضاً قاضي الخليفة هارون الرشيد. ترك أبو يوسف كتاباً مشهوراً في الضرائب (الخَراج)[٤١]، ويَنسُب إليه ابن النديم، مؤلَّفَين آخرين هما "كتاب البيوع" و"كتاب الوصايا".

أما تلميذ أبي حنيفة الآخر، محمّد بن الحسن الشيباني (١٣٢/٧٤٩-١٩٨/٨٠٥)، فقد كان قلمه أكثر سيولةً، إذ ترك لائحة طويلة من المؤلّفات، يذكر منها ابن النديم نفسه العناوين التالية: "كتاب القِسمة"، و"كتاب السلم والبيوع" و"كتاب الوصايا"، إضافة إلى عنوان لافت، هو "كتاب حساب الوصايا"[٤٢]، وهي عناوين تُعبِّر عن حقول مشتركة لنشاط فقهاء ذلك العصر. فعلى سبيل المثال، ألّف الإمام الشافعي (١٥٠/٧٦٧-٢٠٤/٨٢٠)، "كتاب البيوع" و"كتاب اختلاف

---

[41] انظر: أبو الفرج محمد بن أبي يعقوب بن النديم، الفهرست، ص ٢٥٦-٢٥٧؛ يعقوب بن إبراهيم أبو يوسف، وكتاب الخراج:
'Abū Yūsuf Ya'qūb, *Livre de l'impôt foncier* (*Kitâb el-Kharâdj*), traduit et annoté par E. Fagnan (Paris: Geuthner, 1921).

[42] ابن النديم، الفهرست، ص ٢٥٧.

المواريث" و"كتاب قَسم الفيء"[43] ... وأعاد الكتابة في هذه المواضيع في كتابه الشهير الرسالة[44] وهو الكتاب المؤسّس للفقه كمادّة علميّة بحدّ ذاتها، وفي مؤلّفه الفقهي الضخم الأم[45] الذي وضعه في عشرة مجلّدات. نلاحظ إذن أنّ المواضيع التي خاض فيها الخوارزمي، وعناوين مختلف فصول القسم الثاني من كتابه (مثل الفصل الذي يحمل عنوان "كتاب الوصايا")، مأخوذة من كتب فقه المُعامَلات في ذلك العصر ومنها كتاب الإمام الشافعيّ.

هذا الاستذكار السريع يُظهِر أنّ الفقهاء الذين عملوا قبل الخوارزمي، لم يكتفوا بالخوض في المواضيع التي سيعود الخوارزمي ويتناولها كمواضيع حسابيّة، بل أنّ بعضهم –كالشيباني، على سبيل المثال– سبق أن عمل فيها من الناحية الحسابيّة، على الأقلّ فيما يخصّ الوصايا. وقد ذكر الخوارزمي نفسه، أنّ أستاذ الشيباني، أبا حنيفة، إضافة إلى فقيه آخر لم يَذكر اسمَه (والمرجّح أن يكون أبا يوسف) عمدا إلى حساب جبريّ لحلّ مسائل من هذا النوع[46]. فكان هذا النوع من حساب تقسيم الإرث والوصايا وما إلى ذلك، قد انبثق إذن قبل الخوارزمي، ومن ثمّ تطوّر على أيدي الفقهاء–الرياضيّين والرياضيّين.

كانت المسائل في هذا المجال تُعالَجُ بحسب الترتيب التالي: تجري أوّلاً دراسة الشروط الشرعيّة للمسألة، ثمّ يأتي دور إجراء الحساب على مسائل عديدة تقع ضمن هذه الشروط، بعضها مسائل واقعة بالفعل، أمّا بعضها الآخر فنظريّ، افتراضيّ. لم يغب هذا الطابع الذي اتّصفت به المسائل عن بال الموسوعيّ والمؤرّخ ابن خلدون

---

43 المصدر نفسه، ص ٢٦٣– ٢٦٤.

44 محمد بن إدريس الشافعي، الرسالة، تحقيق وشرح أحمد محمد شاكر (القاهرة: [د. ن.]، ١٩٤٠).

45 محمد بن إدريس الشافعي، الأم، تحقيق رفعت فوزي عبد المطلب (المنصورة، مصر: دار الوفاء، ٢٠٠٤)، مج ٥، ص ١٤٧– ٢٩٥.

46 انظر النصّ فيما يتبع، ص ٢٨٠. ويمكننا أن نتحقّق من أنّ الخوارزمي جمع في القسم الثاني من كتابه مسائل حسابيّة استعارها من الفقهيّين، وغالباً من أبي حنيفة.

الذي يلفت النظر إلى أنّ الحساب كان العنصر المهيمن فيها على كلّ ما عداه[47]. هذه المسائل، واقعيّة كانت أو نظريّة، تنتمي جميعها إلى النوع ذاته، الذي كان مطروحاً في القرن الثامن للميلاد، والمرتبط بأوضاع الإرث والتركات والوصايا وعتْق العبيد وغيرها، التي لم تكن تخلو من التعقيد. وقد طَرَح هذه المسائل تطبيق الأحكام القرآنيّة مثل تلك التي ترسُمها سورة النساء[48] وغيرها من السُّوَر، ويوضحها الحديث الشريف[49]. فقد شكّلت بعض الآيات القرآنيّة المقتضَبة (مثل الآيات ١١ و١٢ و١٧٦ من سورة النساء، والآية ١٨٠ من سورة البقرة، والآية ١٠٦ من سورة المائدة)، وبسرعة، منطلقاً لكتابات فقهيّة غزيرة، وخاصّة في الإرث والوصايا. وقد كرّس مالك بن أنس فصلاً طويلاً من كتابه **المُوَطّأ**[50] لهذا الموضوع، وكذلك فعل الإمام الشافعي في كتابه **الرسالة**[51].

يُصبِح سؤالنا إذن أكثر تحديداً: بماذا يدين الخوارزمي لهذا التقليد الذي تنتمي إليه دراساته في حساب الإرث والوصايا؟ وما هي إسهامات الخوارزمي في "حساب الفرائض"، وهو علم الإرث الذي يعالج المسائل ذاتها؟

لا شكّ في أنّ ضَياع مؤلّفات مثل "كتاب حساب الوصايا" للشيباني يحرمنا من مراجع تاريخيّة من شأنها أن تُلقي الضوء على السؤال الأوّل. ولكنّ الفقهاء من ورثة هذا التقليد، يعوّضون هذا النقص؛ ففي مؤلّفاتهم تُطرح (على القاضي) مسائل من النوع التالي: "تقسيم إرث معيّن على مستحقّيه، بحسَب الشرع القرآنيّ". المطلوب

---

[47] أبو زيد عبد الرحمن بن محمد بن خلدون، **المقدّمة** (القاهرة: [د. ن.، د. ت.])، ص ٤٥٢.

[48] **القرآن الكريم**، "سورة النساء،" الآيات ٧، ١١، ١٢ و١٧٦.

[49] الشافعي، **الرسالة**، ص ٢٩- ٣٠، ١٣٧- ١٤٦ و١٦٧-١٧٢.

[50] مالك بن أنس، **الموطّأ**، تحقيق طبق الأصل (الكويت: مركز البحوث والدراسات الكويتية، ١٩٩٧)، ص ٢١١ وما بعدها.

[51] الشافعي، **الرسالة**، ص ١٦٧ وما بعدها.

إذن هو تطبيق العمليّات الحسابيّة على كميّة مجهولة، شرط أن يكون الجواب عـــدداً صحيحاً أو كسريّاً"[52].

وتبقى القاعدة هي نفسها، حتّى عندما يكون الوضع أكثر تعقيداً، وهي تطبيق القواعد الابتدائيّة لعلم الحساب على كميّة أيّاً كانت. يُقام الحساب إذن على الأعداد الصحيحة والكسور. ولكن، بما أنّ هذا الحساب لا يُحدِّد طبيعة الميراث، الذي يبقى مقداراً مجهولاً، يمكننا المغامرة بوصف هذه الحسابات بأنّها جبريّة-بدائيّة أو مقدّمـــة للحسابات الجبريّة، بما تعنيه الكلمة. وكان ذلك بدون ريب، ما دعا الخـــوارزمي إلى الاهتمام بهذه الكتابات.

أمّا الخوارزمي فقد عمد إلى حلّ المسائل ذاتها بطرائق، سنعرضها فيما يلي من السطور. فهو يستهلّ "كتاب الوصايا" بفصل في "العَيْن والدَّين"، حيث يُحوِّل المسائل إلى حسابات بسيطة على الكسور والأعداد الصحيحة. تؤدّي مسائل هذا الفصل إلى حلّ معادلة خطّية بمجهول واحد $ax = b$، حيث a وb، عددان (مُنطَقان) مُعطَيان.

يتابع الخوارزمي هذا الفصل فيدرُس مسائل الإرث، مستخدماً طريقة يمكـــن التعبير عنها كما يلي: إذا أُشيرَ إلى قيمة الإرث بـــ C، وإلى الحصّة الواحـــدة مـــن الإرث بـــ x، تتحوّل كلّ هذه المسائل إلى معادلة من النوع $aC = bx$، حيـــث a وb عددان مُنطَقان مُعطَيان، فيكون $\frac{C}{b} = \frac{x}{a}$، فنستطيع إمّا التعبير عن الحصّة الواحدة من الإرث أو الوصيّة، بأجزاء كسريّة من C، وإمّا أن نَضَع $C = bt$ فيكون $x = at$،

---

[52] نعطي فيما يلي مثلين في غاية البساطة عن هذه المسائل:

- تموت امرأة وتترك ورثة شرعيّين ثلاثة، زوجها وأمّها وأخاها. وبحســب الـــشرع، يرث زوجها النصف وأمّها الثلث وأخوها الباقي. فيُعطى الزوج ثلاث حـــصص مـــن الإرث والأمّ اثنتين، والأخ حصّة واحدة.
- يترك رجلٌ إرثاً ينبغي أن يوزّع على ابنته وزوجته وأمّه، وأخيه. وبحسب الـــشرع، يعود النصف إلى ابنته والثمن إلى زوجته والسدس إلى أمّه والباقي إلى أخيه. فيُعطى للابنـــة اثنتـــا عشرة حصّة، وثلاث للزوجة، وأربع للأمّ وخمس للأخ.

وأن نُعبِّر عن الحصص بواسطة الوسيط t؛ وكانت هذه الطريقة، بشكل عام، هي التي اتّبعها الخوارزمي الذي كان يختار الوسيط t، بحيث تكون النتائج أعداداً صحيحة*.

بعد ذلك يُعالج الخوارزمي دراسة الوصايا. تتضمّن دراسته هذه أربع مسائل تعود إلى معادلة من الدرجة الأولى $aC = bx + cd$، حيث C وd وx مجهولة. ونستطيع أن نعتبر C وd وسيطين مُعطَيَيْن، وأنّ x هو المجهول. ولهذا، يفرض الخوارزمي شرطاً إضافياً يجب أن يُمليه اثنان من المتغيِّرات الثلاثة C وd وx. ففي المعادلة $11C = 57x + 12d$، إذا كان $C = 12d$، يكون $x = \frac{40}{19}d$، وإذا كان $d = 19t$، و $C = 12.19t$، يكون $x = 40t$. وبشكل عام، يُعتَبَر d وسيطاً، ويؤخذ $C = kd$، حيث $k > \frac{12}{11}$، فيكون $x = \frac{11k - 12}{57}d$.

وخلال كلّ الدراسات التي قدّمها الخوارزمي في "كتاب الوصايا"، كان يلجأ من جهة إلى اللغة الجديدة التي هي لغة الجبر، ومن جهة إخرى إلى عمليّات الجبر. فقد كان يستخدم كلمة "شيء" للدلالة على المجهول، كما كان يذكر عمليّتي "الجبر" و"المقابلة" ويقوم بتحويل المعادلة إلى شكلها الطبيعي... كانت لغة "كتاب الوصايا" إذاً مختلَطة؛ هي لغة فقهاء ذلك العصر، ولكنّ مصطلحاتها كانت جبريّة.

يبدو إذن أنّ البحث في فقه المُعامَلات كان من بين الحقول التي استند إليها الخوارزمي في تصوّره للجبر وفي تأليف كتابه، ذلك البحث الذي بدأ قبل الخوارزمي بمدّة لا بأس بها والذي تواصل بنشاط في عصره. ففي مجال الشرع واجه هذا الرياضيّ الدراسات المُكَرَّسة للعديد من المسائل التي يتطلّب حلُّها التعامل لا مع الكميّات المعلومة فحسب، بل أيضاً مع الكمّيات المجهولة. وقد عمد الفقهاء، من أجل حلّ تلك الحسابات، إلى وسائل جبريّة-أوّليّة إذا صحّ التعبير.

---

* أي أضعافاً صحيحة من t، (المترجم).

ولكنّ الأبحاث المذكورة كانت تتّصف بالتنوّع الواسع للمسائل وبتعدّد الممارسات الحسابيّة المستخدمة. فكان لا بدّ من أن تُطرَح قضيّة عقلنة هذه الممارسات، أي محاولة اختزال هذه الممارسات إلى عدد صغير من العمليّات التي يتمّ، من ثمّ، تبريرُها نَظَريّاً. ويبدو أنّ ذلك هو ما أراد الخوارزمي القيام به. فقراءة "كتاب الوصايا" تجعلنا نستنتج أنّه اختزل هذه الممارسات إلى حلّ ثلاثة أنواع من معادلات الدرجة الأولى وأنّه وجد في لغة الجبر وفي العمليّات الجَبريّة، التبرير النظريّ الذي كان يفتقر إليه الفقهاء. ولكن، وبعد هذا التحويل الذي قام به الخوارزمي، لم يعد هذا المجال الذي درسه الفقهاء سوى "حقل تمارين" للجبر؛ وهذا، على كلّ حال، هو الشكل الذي بدا عليه هذا المجال في كتاب الخوارزمي.

سير الأمور إذن يؤدّي إلى الاعتقاد بأنّ الخوارزمي، ومن أجل أن يُعَقلِن الممارسات الحسابيّة للفقهاء، تعمّد دمجَها في مجال أوسع هو مجال الحسابات على المجاهيل الذي أسّسه كنَظَريّة. بهذا المعنى يمكن القول إنّ أبحاث الفقهاء كانت إحدى نقاط انطلاق هذا الرياضيّ.

وليست مقولتنا هذا من باب الفرضيّات التي تحوز على هذا القَدْرِ أو ذاك من الاحتمال؛ فقراءة النصف الثاني من الكتاب ومقارنة المسائل التي عالجها مع تلك التي درسها الفقهاء، تكفي للتأكّد من تطابق المصطلحات؛ كما يكفي التنبّه إلى الأسماء التي ذَكَرها والأسئلة التي طَرَحها، للتأكّد من أنّ التحليل الذي أدّى إلى مقولتنا المذكورة يستند إلى أساس متين من المُعطيات التي تُقدّمها النصوص. هذا التحليل يُلقي الضوء أيضاً على مقدّمة كتاب الخوارزمي، التي غالباً ما أُسيء فهمها أو، بكلّ بساطة، غالباً ما قُرِأت بسرعة. تحتوي هذه المُقدّمة، بشكل أساسيّ، قسمين لهما دلالتهما؛ الأوّل يُصنِّف فيه العلماء والثاني يُعدِّد فيه مجالات الأنشطة التي يمكن الاستفادة فيها من الجبر. ولا شكّ في أنّ الجميع سيوافق على أنّ تعمُّد الخوارزمي استهلال كتابه باقتراح تصنيفٍ للعلماء، لم يكن من باب الصدفة أو الخطابة فحسب.

كان له بالتأكيد قصْدٌ من وراء ذلك التصنيف؛ فقد أراد أن يُقدِّم نفسه كواحد من العلماء، وبالتالي، أن يُحَدِّدَ الموضع العلمي لإسهامه.

فبحَسَب الخوارزمي، يوجد ثلاثة أنواع من العُلماء: العالِم الذي يَكتشف ما لم يكن قد اكتُشف من قبله، والعالم الذي يوضِحُ ويشرح ما تركه أسلافه وكان "مستَغلقاً" ومستعصياً على الفهم، وذلك الذي يُصلِح الهفوات والثغرات في كُتُبِ من سبقه. وبسبب ما تقتضيه صِفَة التواضع لدى العالِم، لم يكن الخوارزمي صريحاً حول وضع نفسه في هذه المنزلة أو تلك من منازل العلماء؛ فقد اكتفى بالقول بأنّ التشجيع السخيّ للخليفة المأمون لِـ "إيضاح ما كان مستبهماً وتسهيل ما كان مستوعِراً، حثّني "على أن ألّفتُ من حساب الجبر والمقابلة كتاباً مختصراً، حعلته حاصراً للطيف الحساب وحليله". فلا مجال بتاتاً للشكّ في أنّ الخوارزمي يضع نفسه في صف العلماء من النوعين الأوّلَين. فهو يعتقد أنّه نجح، بفضل نظرة جديدة وطريقة جديدة، في الدخول إلى حقول لم يَلِجْها أحدٌ من قبله. ولهذا السبب "ألّف"[٥٣] كتاباً بشكل "مُختَصَر"[٥٤].

أمّا في القسم الثاني من المُقدِّمة فقد كان الخوارزمي صريحاً في تسميته لمجالات تطبيق الجبر. تأتي في رأس قائمة هذه المجالات، الحسابات الشرعيّة والاقتصاديّة التي أتينا على ذكرها، تليها حسابات قياسات مسح الأراضي. وبهذا المعنى يأتي الحساب الجديد ليحلّ محلّ الحسابات القديمة التي كانت قد تطوّرت على يد الفقهاء بشكل خاصّ، ولِيُعَقلِنها.

---

[53] لجأ ج. روسكا (J. Ruska) إلى قاموس لان (Lane)، فظنّ أنّه توصّل إلى معرفة ما تعنيه كلمة "ألّف"، التي فهمها على أنّها "جمّع" بمعنى "تجميع كتاب" ("rassembler un livre")، فكتب ما يلي:
"so könnten wir darin den Hinweis erblicken, dass das Werk ein Auszug aus verschiedenen Quellen ist" (*Zur ältesten arabischen Algebra und Rechenkunst*, p. 5).
أمّا القيام ببحث لغويّ بشكل أعمق فيُظهر خطأ ما فهمه روسكا، حيث إنّ كلمة "ألّف" تعني بالضبط كلمة ("composer") للفرنسيّة.

[54] انظر شرحنا لعنوان الكتاب، ص ٥١-٥٤ أعلاه.

٢- قراءات الخوارزمي الرياضيّة

٢-١ مُقدّمة

حاولنا في الفقرة السابقة التعرّف إلى ثقافة الخوارزمي وإلى المفاهيم التي قادته إلى إعداد الجبر، مستندين إلى كتابه. ولكن، لاكتمال هذا التعرّف، لا بدّ من عدم التوقّف عند هذا الحدّ، ومن البحث عن إسهام ثقافته الرياضيّة في تشكّل مفاهيمه هذه بالذات. لذا سنحاول في هذه الفقرة معالجة مسألة القراءات الرياضيّة التي يُحتَمَلُ أن يكون قد قام بها.

السؤال الأوّل الذي يطرح نفسه هنا، يتعلّق بالنصوص الرياضيّة، المكتوبة بالعربيّة أو بالفارسيّة، التي يُحتَمَلُ أن يكون الخوارزمي قرأها، والتي قد تكون أثّرت في مفهومه للجبر أو في ممارسته لهذا العلم. ولكنّ الخوارزمي نفسه لا يساعدنا بتاتاً في هذا المجال، إذ إنّه لا يُقدّم لنا أيّة إشارة، ولو بشكل غير مباشر، إلى ما يُحتَمَلُ أن يكون قد قام به من هذه القراءات. فلا بدّ لنا إذن من العودة إلى قدامى المُفهرِسين لمعرفة ما كان متداولاً من الكتب في العقود الأولى من القرن التاسع للميلاد، بدءاً بالأدبيّات اليونانيّة المترجمة إلى العربيّة.

لم يكن قد نُقِل من اليونانيّة في ذلك العصر سوى كتاب "الأصول" لأقليدس، الذي ترجمه إلى العربيّة زميل الخوارزمي في "بيت الحكمة"، الحجّاج بن مَطَر. ولم يكن متوفّراً بالعربيّة حينها، لا كتاب "حساب" ديوفنطس، ولا كتاب "المدخل إلى علم العدد" لنيقوماخوس الجَرَشي. أمّا مسألة معرفة الخوارزمي بمؤلّفات هيرون الإسكندري، فسنتطرّق لها في فقرة لاحقة. ولكنّنا نُشير إلى أنّ بعض "الأزياج" ذات الأصول المختلفة (السنسكريتيّة أو الفارسيّة أو اليونانيّة) كانت متوفّرة في ذلك العصر.

٢-٢ الفكر الرياضيّ الأقليديّ وفكرة الجبر عند الخوارزمي

٢-٢-١ المعادلات وخوارزميّات الحلول*

تُظهر معاينة المفردات الهندسيّة الواردة في كتاب الخوارزمي تآلفاً أكيداً مع مصطلحات المترجمين من اليونانيّة إلى العربيّة. فالتعابير التي تدلّ على كثيرات الأضلع وعلى الزوايا والدائرة والمساحات، تقع ضمن معجم الترجمة هذا، وإن لم يكن باستطاعتنا أن نُحدِّد بالضبط، من أيّة ترجمة بالذات استُعيرت هذه التعابير. والاحتمال الأرجح هو أن تكون هذه التعابير والمصطلحات مأخوذة من ترجمة "الأصول" العائدة إلى الحجّاج، زميل الخوارزمي[55].

نفترض إذن أنّ الأمور حصلت بهذا الشكل، وأنّ تلك الترجمة لكتاب "الأصول" كانت بمتناول الخوارزمي. يبقى علينا في هذه الحالة أن نجيب عن سؤالين: كيف قرأ الخوارزمي هذا المؤلّف، وكيف تأثّر مفهومه للجبر وتأثّرت تقنيّاته الحسابيّة بهذه القراءة؟ وسنحاول في ما يلي من هذه الفقرة معالجة هذين السؤالين، على التوالي.

يبدأ الخوارزمي، كما بدأ أقليدس، بتحديد التعابير الأوّليّة التي سيستخدمها في كتابه: "العدد" و"الشيء" و"المال". وكما فعل أقليدس، لم يقصد الخوارزمي حلّ مجموعة من المسائل، بل إعداد نظريّة، هي، في حالته، جبريّة. ومثلَ أقليدس، تطلّب الخوارزمي أن تكون عناصر هذه النظريّة يقينيّة، أي مُبرهَنةً، لا مُبرّرةً فحسب. هذه التشابهات توحي بتأثير أقليدي، وهي على أيّ حال، تفصل الخوارزمي عن التقاليد الأخرى، غير الأقليديّة. ولكنّ هذا الأمر لا يكفي لفهم إسهام الخوارزمي. فبينما تبِع أقليدس طريقة "مصادراتيّة"، اتّبع الخوارزمي طريقاً مختلفة (ويُمكن القول إنّ البشريّة كان عليها أن تنتظر انقضاء حوالى عشرة قرون بعد الخوارزمي، لتشهد ولادة الطرائق المصادراتيّة في الجبر). انطلق الخوارزمي من أنواع مثاليّة من المعادلات، محدّدة بشكل

---

* نستخدم كلمة "خوارزميّات" (جمع "خوارزميّة") بمعناها العصري، أي بمعنى "الطرائق الحسابيّة العمليّة للحل": انظر الملحوظة السابقة بهذا الشأن وهي تقع بعد الملحوظة ٣٦ مباشرةً (المترجم).

[55] ابن النديم، الفهرست، ص ٣٢٥.

استباقيّ (قَبْليّ)، أي من أشكال من المعادلات ثابتة واستنفاديّة، تعود إليها جميع المعادلات. ومن جهة أخرى برهن أقليدس صحّة القضايا، بينما عمد الخوارزمي إلى برهان كون الطريقة أو "الخوارزميّة" التي تسمح بتحديد المجهول انطلاقاً من المعلوم، قائمة على أساس متين. نقول وإن بدا قولنا نوعاً من الإلحاح، إنّ الخوارزمي سعى إلى البحث عن "عِلّة" هذا التحديد؛ كان البرهان إذن من المتطلّبات الضروريّة لبناء نظريّة المعادلات كبناء. فلم يعد يكفي تبرير "الخوارزميّة" أي إثبات كونها تؤدّي إلى النتيجة، بل أصبح يتوجّب، عبر استنتاجات مُلزِمة، برهان كيف أنّها تُوصِلُ إلى تحديد المجهول. و لم يكن من الممكن لهذا البرهان أن يتمّ، من الناحية المنطقيّة، باللُّغة الخاصّة بالجَبر، الذي يشارك هذا البرهان ببنائه كعِلم. لذا كان لا بدّ من البحث عن لغة لإقامة البرهان عِبرَها، مع العِلم بأنّ خيار الهندسة كان الوحيد المتاح أمام الخوارزمي. هذا، على ما يبدو، كان سبب لجوء الخوارزمي إلى الهندسة، عند ذلك المستوى من بنائه لنظريّة المعادلات.

أقصى ما يمكن أن نؤكّدَه استناداً إلى تحليلنا هذا، هو أنّ الخوارزمي، إذا كان قد تأثّر بـ"الأصول"، فهو قد استلهم من هذا الكتاب مفاهيم هي معرفيّة بشكل أساسيّ. ولكنّ قولنا هذا سيختلف إذا ما تبيّن لنا أنّ الهندسة التي استخدمها من أجل برهان خوارزميّاته مأخوذة من كتاب أقليدس. فلا بدّ لنا إذن من معالجة هذه النقطة.

ومن أجل هذه المعالجة سنستعيد دراسة الخوارزمي لثلاث معادلات من الدرجة الثانية، معطاة بشكلها "القانوني"*. الأولى هي بالتحديد، المعادلة $x^2+10x=39$ حيث يمكننا اعتبار المعاملات وسائط** (نظراً لدورها لدى معالجة الخوارزمي لها)، فنكتب المعادلة على الشكل $x^2+bx=c$، دون أن يُعتَبَر تصرّفُنا هذا تجاوزاً أو مفارقة زمنيّة.

---

* أو "الطبيعي"، راجع ملحوظة المترجم الواقعة بين الملحوظتين ٣٩ و٤٠، أو راجع نهاية الفقرة ١-٤ (المترجم).

** المعامِلان هنا هما 10 (معامِل x) و 1 (معامل x^2)؛ وعندما لا تكون قيمة المعامِل محدّدة يُسمّى أيضاً "وسيطاً" (المترجم).

فكرة الخوارزمي الأولى من أجل برهان خوارزميّة الحلّ، كانت وضع هذه المعادلة بشكل هندسي، أي ترجمتها هندسيّاً. وهذه هي مراحل تلك الترجمة:

ليكن (AB) مربّعاً مساحته x^2، ولنبنِ على كلّ من ضلوعه الأربعة مستطيلاً مساحته $\frac{b}{4}x$، فنحصل على المستطيلات H، وK، وI، وC ذات المجموع bx، ويكون مجموع المربّع (AB) وهذه المستطيلات مساوياً لـ c. ونُكمِل المربّع (DE) فنحصل على المربّعات الأربعة L، وM، وN، وP، ومساحة كلّ منها تساوي $\left(\frac{b}{4}\right)^2$.

(الشكل ١)

فمساحة المربّع (DE) تساوي

$$x^2 + bx + 4\left(\frac{b}{4}\right)^2 = c + 4\left(\frac{b}{4}\right)^2 ؛$$

فيكون

$$\left(x + \frac{b}{2}\right)^2 = c + 4\left(\frac{b}{4}\right)^2 ؛$$

ويكون

$$x = \sqrt{c + 4\left(\frac{b}{4}\right)^2} - \frac{b}{2} .$$

فيكون الخوارزمي قد توصّل، بالهندسة، لإيجاد "علّة" تقسيم مُعامِل المجهـــول* وخوارزميّة الحلّ.

ويُعطي الخوارزمي طريقة أخرى هي التالية: يُشَكّل، انطلاقاً من المربّع (AB)، على ضلعي الزاوية B، المستطيلان (BD) و(BE)، بطول $\frac{b}{2}$ (وبمساحة $\frac{b}{2}x$) ويُكمِل المربّع (DE) ذا الضلع $x+\frac{b}{2}$ والمساحة $\left(x+\frac{b}{2}\right)^2=c+\left(\frac{b}{2}\right)^2$؛ ومن هذه العلاقة يستنتج x كما في السابق.

هدفُ البناء الهندسي، في هذه الطريقة كما في الطريقة السابقة، هـــو إقامـــة التكافؤ التالي:

$$.x^2+bx=c \Leftrightarrow \left(x+\frac{b}{2}\right)^2=c+\left(\frac{b}{2}\right)^2$$

من الواضح إذن، أنّ دور البرهان لا يقتصرُ على إثبات صحّة الخوارزميّة، بـــل يتناول إبراز السبب الموضوعيّ لذلك (أي إكمال المربّع).

بماذا يَدين مسعى الخوارزمي هذا إلى كتاب "الأصول"؟ يجيبنا عن هذا السؤال، وإن بطريقة غير مباشرة، خليفة الخوارزمي، ثابت بن قرّة، الـــذي يُقـــدّم بإجابتـــه، الإسهامَ الأوّل في الجبر الهندسي (ولنا عودة إلى قولنا هذا الذي نسوقه بسرعة هنـــا). فثابت هو أوّل رياضيّ يقوم بتقريب الخوارزمي من أقليدس. ونقدّم في ما يلي الـــنصّ الذي يُثبت فيه هذا التقارب:

"قال أبو الحسن ثابت بن قرّة: إنّ الأصول التي إليها ترجع أكثر مـــسائل الجبر ثلاثة".

"فالأصل الأول منها هو مال وجذور تعدل عدداً.

الوجه في استخراج ذلك بالشكل السادس من المقالة الثانية مـــن كتـــاب أوقليدس على ما أصِف. نجعل المال مربّع ا ب جـ د، ونجعل في ب ه من

---

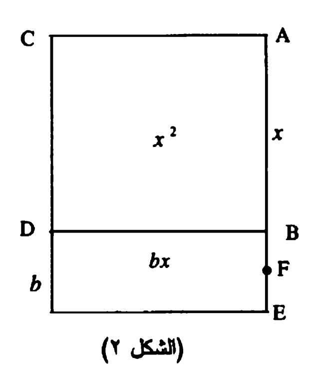
* هذا المُعامل هو هنا b (المترجم).

أضعاف الواحد الذي تقدر به الخطوط، مثل العدّة المفروضة للجذور. ونتمّم سطح ده. فمن البيّن أن الجذر هو اب إذ كان المال هو المربّع ا ب جـ د، وذلك في باب الحساب والعدد، مثل ضرب اب في الواحد الذي تُقدر به الخطوط. فضرب اب في الواحد الذي تُقدر به الخطوط هو الجذر على جهة الحساب والعدد. ولكن في ب ه من هذه الآحاد مثل عدة الجذور المفروضة، فضرب اب في ب ه مساوٍ لجذور المسألة في باب الحساب والعدد. لكن ضرب اب في ب ه هو مسطح د ه لأن اب مثل ب د، فسطح ده مساوٍ لجذور المسألة على هذه السبيل. فجميع سطح جـ ه مثل المال مع الجذور. ولكن جميع المال والجذور مثل عدد معلوم، فسطح جـ ه معلوم وهو مثل ضرب ه ا في اب لأن اب مثل اجـ. فضرب ه ا في اب معلوم؛ وخط ب ه معلوم لأن عدد آحاده معلوم. فقد رجع الأمر إلى مسألة هندسية مفروضة: وهي أنّ خطّ ب ه معلوم وزيد عليه اب، وكان ضرب ه ا في اب معلوماً. وقد تبيّن في الشكل السادس من المقالة الثانية من كتاب الأصول أنه إذا قسم خط ب ه بنصفين على نقطة و، صار ضرب ه ا في اب مع مربّع ب و مثل مربّع ا و. ولكن ضرب ه ا في اب معلوم، ومربع ب و معلوم، فمربع ا و معلوم فـ ا و معلوم. وإذا نقص منه ب و، وهو معلوم، بقي ا ب معلوماً، وهو الجذر. وإذا ضربناه في مثله، كان مربع ا ب جـ د معلوماً، وهو المال؛ وذالك ما أردنا أن نبيّن.

وهذا المسلك موافق لمسلك أصحاب الجبر في استخراج هذه المسألة، وذلك أنّ أخذهم نصف عدد الأجذار هو كأخذنا نصف خط ب ه، وضربهم إياه في مثله هو كأخذنا مربّع نصف خط ب ه، وزيادتهم العدد على ما يجتمع هو كزيادتنا ضرب ه ا في اب ليجتمع من ذلك مربع مجموع اب مع نصف الخط، وأخذهم جذر المجتمع هو كقولنا أن مجموع اب مع نصف الخط معلوم إذا كان <المجموع> مربعاً معلوماً، ونقصهم

نصف عدد الأجذار هو كنقصنا نصف ب ه، فحصل لهم الباقي وهو مقدار الجذر، ونقصهم من ذلك نصف مقدار الجذر كنقصنا خط ب و ليحصل الباقي كما حصل لنا اب، وضربوه في مثله فعرفوا المال كما عرفنا من اب مربّعه، وهو المال"[٥٦].

وهنا (عند ثابت)، كما عند الخوارزمي، يتمثّل كلٌ من المجهول x والعدد b بقطعة مستقيمة –بالأحرى بطول القطعة، نسبةً إلى وِحدة (قياس) واحدة–: $AB = x$، و $BE = b$ (الشكل ٢). وكما عند الخوارزمي، يُرسَمُ المربّع $ABDC$ ويُمَدّ AB إلى BE ويُكمَلُ المستطيل DBE، فيكون لدينا



(الشكل ٢)

مساحة $(ABDC) = x^2$ ومساحة $(DE) = AB.BE = bx$،

ومنها

مساحة $(CE) = x^2 + bx = c$،

[٥٦] انظر: [ثابت بن قرة: تصحيح مسائل الجبر بالبراهين الهندسية]

("Rétablir les problèmes de l'algèbre par les démonstrations géométriques") à paraître dans: R. Rashed, ed., *Thābit Ibn Qurra: Science and Philosophy in Ninth-Century Baghdad* (Berlin; New York Walter de Gruyter, 2009), pp. 826-901.

حيث $BE = b$ ومساحة $(CE) = c$ معلومان. وبعد أن وضع ثابت المعادلة على شكل هندسيّ، برهن إمكانيّة تحديد AB:

$$\text{مساحة } (CE) = AB.AE = AC.AE = c.$$

وإذا كان F منتصف BE، يكون لدينا، استناداً إلى القضيّة ٦ من الكتاب الثاني من "الأصول":

$$AB.AE + BF^2 = AF^2\text{،}$$

أي

$$c + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = AF^2\text{؛}$$

فيكون الطول AF معلوماً، والطول BF كذلك، وبالتالي نحصل على x:

$$x = AB = AF - BF\text{،}$$

أي

$$x = \sqrt{c + \left(\frac{b}{2}\right)^2} - \frac{b}{2}.$$

إنّ مسار ثابت بن قرّة، المتوافق مع مسار الخوارزمي، الذي أتى بعده بحوالى نصف قرن، يُقدِّم لنا، وسيلة أخرى –تاريخيّة هذه المرّة– لفهمه. الفارق الوحيد المهمّ الذي يفصل بين هذين المسارَيْن هو استخدام ثابت الصريح للمتطابقة التي أثبتها أقليدس في القضيّة السادسة من الكتاب الثاني من "الأصول"، وهي القضيّة التي تُكتَب جبريّاً على الشكل التالي:

$$x(b + x) + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2.$$

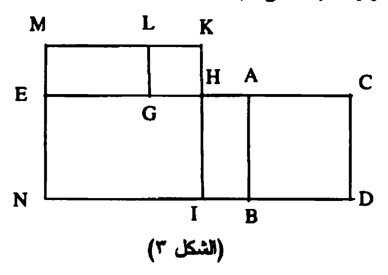
وقد رأينا أنّ هذه المتطابقة كانت حاضرةً بشكل ضمنيّ في مسار الخوارزمي، رغم أنّه لم يأتِ على ذكرها بشكل صريح.

تُستحسن الإشارة هنا إلى أنّ التفسير الدقيق لهذه المتطابقة يستدعي إدخال الوحدة القياسيّة (أو وحدة القياس)، وهذا ما فعله ثابت بن قرّة.

كلّ هذا يجعل اعتبار تشابه مساري الخوارزمي وخليفته، (لا تطابقهما) أمـراً واقعياً. أمّا ثابت فكان كتاب **أصول** أقليدس وكتاب الخوارزمي في متنـاول يـده، فكان يكفيه أن يقوم بالتقريب بينهما ليقوم بأوّل إسهام في التاريخ، في مجـال الجـبر الهندسي. لقد قَصَد الخوارزمي بناء نظريّته الجبريّة، وكـان عليـه بالتـالي برهـان الخوارزميّات التي أعطاها. أمّا كتاب **الأصول** فلا يحوي معادلات ولا خوارزميّـات حلول. ولكنّ الخوارزمي وجد في كتاب **الأصول** الوسائل التي تُمكّنه مـن ترجمـة المعادلات هندسياً، أي من تمثيل الأعظام بقِطَعٍ من خطوط مـستقيمة وبمـساحات مربّعات ومستطيلات. وقد أمّن له برهان القضيّة السادسة من الكتاب الثـاني مـن **الأصول**، بشكل أو بآخر، حجّةً تُدخِل الترابط إلى براهينه. وهذا بالتحديد ما اقترحه ثابت بن قرّة كقارئ في رياضيّات عصره.

ومن أجل تأكيد ما أوردنا من تفسير لمسار الخوارزمي، نأخذ المعادلة الثانيـة، $x^2+c=bx$، ممّا سيساعدنا أيضاً على إظهار المنهجيّة التي يتّصِف بها هذا المَسار.

يبدأ الخوارزمي، كما فعل مع المعادلة الأولى، بوضع هـذه المعادلـة بـشكل هندسي، فيأخذ المربّع $ABDC$ ذا المساحة x^2، ويمدّ الضلعين CA وDB ليحصل على المستطيل $CDNE$ حيث $CE=DN=b$، فتكون مـساحته bx وتكـون مـساحة المستطيل (BE) تساوي c (الشكل ٣).



(الشكل ٣)

فيُعطي المعادلة على الشكل الهندسي التالي:

مساحة $(ABDC)$ + مساحة (BE) = مساحة $(CDNE)$.

ليكن H منتصف CE وليكن $HI \perp BN$، فيكون لدينا: $\frac{b}{2} = CH$

و $HI = x$*. ونمدّ IH إلى HK، بحيث يكون $AH = HK$، فيكون (ونحن في الحالة $x < \frac{b}{2}$):

$$AH = CH - CA = CH - HI = \frac{b}{2} - x$$،

فيكون $IK = IN = \frac{b}{2}$، فنكمل المربّع $KMNI$ ذا المساحة $\left(\frac{b}{2}\right)^2$. ونأخذ نقطة L على KM بحيث يكون $KL = KH = \frac{b}{2} - x$، فيكون لدينا $ML = IH = x$. ونأخذ $LG \perp HE$، فيكون لدينا:

مساحة (MG) = مساحة (IA) = c - مساحة (EI)**؛

فيكون: مساحة (MG) + مساحة (EI) = c.

ولكنّ مساحة (MI) = $\left(\frac{b}{2}\right)^2$، فيكون لدينا:

مساحة (GK) = $\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c$***، و $GH = HA = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$ ويكون:

$$AC = x = HC - HA = \frac{b}{2} - \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$$

وهو أوّل جذرَي المعادلة.

---

* الشكل ٣ يُمثّل الحالة $x < \frac{b}{2}$. الحالة $x \geq \frac{b}{2}$، تُعالج بعدها مباشرة (المترجِم).

** إقرأ c ناقصاً مساحة (EI) (المترجم).

*** إقرأ $\left(\frac{b}{2}\right)^2$ ناقصاً مساحة c (المترجِم).

ومن جهة أخرى، في الحالة $\frac{b}{2} > x$، نحصل على شكل هندسي مشابه مع تبادل في موقعَي النقطتين G وA، ويكون لدينا:

$$x = HC + HA = HC + HG = \frac{b}{2} + \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$$ ،

وهو الجذر الثاني للمعادلة.

وهنا أيضاً نرى أنّ البناء الهندسي، كما أعطاه الخوارزمي، يهدف إلى إثبات التكافؤ التالي:

$$x^2 + c = bx \Leftrightarrow \left(x - \frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - c$$.

فكان الخوارزمي يعلم أنّ للمعادلة من هذا النوع جذرَين (موجبين) في حالة كون $\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c > 0$.

ولنُقابِل، هذه المرّة أيضاً، حلّ الخوارزمي بالحلّ الذي قدّمه ثابت بن قرّة انطلاقاً من قراءته المزدوجة لكتاب الخوارزمي ولـ "أصول" أقليدس. نبدأ بقراءة ما كتبه ثابت:

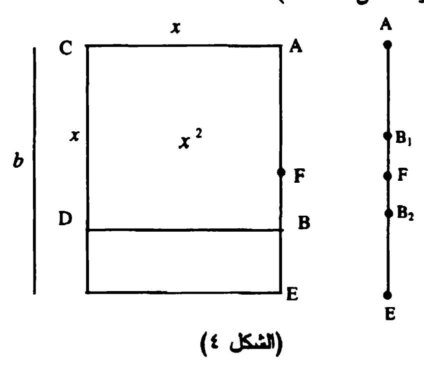
"الأصل الثاني: وهو مال وعدد تعدل جذوراً.

الوجه في استخراج ذلك من المقالة الثانية من كتاب أوقليدس بالشكل الخامس على ما أصِف. نجعل المال مربّع ا ب جـ د، ونجعل في ا ه من أضعاف الواحد الذي تقدر به الخطوط، مثل العدّة المفروضة للأجذار. فبيِّن أن ا ه أطول من ا ب إذ كانت الجذور وهي في باب الحساب ضرب جـ ا في ا ه أعظم من المال. ونتمم سطح جـ ه، ونبين كما قيل أنه مساوٍ للأجذار على مذهب الحساب؛ وإذا نقص منه ب جـ وهو المال، بقي د ه مساوياً للعدد، فـ د ه معلوم وهو مثل ضرب اب في ب ه، وخط ا ه معلوم. فقد حصل الأمر على أن خط ا ه المعلوم، قسم على ب، فكان

ضرب اب في به معلوماً، وقد تبين في الشكل الخامس من المقالة الثانية من كتاب أوقليدس أنه إذا قسم اه بنصفين على و، فإن ضرب اب في به مع مربع بو مثل مربع او. لكن او معلوم ومربعه معلوم، وضرب اب في به معلوم. فيبقى مربع بو معلوماً، فـ بو معلوم. وإذا نقص من او أو زيد عليه حصل اب معلوماً، وهو الجذر. وإذا ضربناه في مثله كان اب جـد معلوماً، وهو المال؛ وذالك ما أردنا أن نبيّن.

وهذا المسلك أيضاً موافق لمسلك أصحاب الجبر في حساب هـذه المسألة، ولذلك احتملت على المذهبين جميعاً استعمال الزيـادة والنقـصان في خـط وب"[57].

هذا يعني أنّنا نأخذ، هذه المرّة أيضاً، مربّع $ABDC$، ذا الضلع $AB = x$؛ فيكون من البديهي (بحسب المعادلة $x^2+c=bx$) أنّ $b > x$. نمدّ AB حتّـى E، بحيث يكون $AE = b$. فتكون مساحة $(ABDC) = x^2$، ومساحة $(CE) = bx$ ومساحة $(DE) = c$ (انظر الشكل ٤، أدناه).



(الشكل ٤)

[57] انظر: ثابت بن قرة: تصحيح مسائل الجبر بالبراهين الهندسية ("*Rétablir les problèmes de l'algèbre par les démonstrations géométriques*").

العناصر المعلومة هي $AE = b$، ومساحة $(DE) = c$. وكما في المعادلة السابقة، بالإمكان تحديد AB، بتطبيق القضيّة الخامسة من الكتاب الثاني من "الأصول". فلدينا:

$$c = AB.BE = BD.BE = (DE) \text{ مساحة}،$$

فإذا كان F منتصف AE، يكون لدينا، استناداً إلى القضيّة II.5 من "الأصول"(*):

$$AB.BE + BF^2 = AF^2،$$

ومنها

$$c + BF^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 \quad \text{و} \quad BF^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - c؛$$

فيكون الطول BF معلوماً؛ ولأنّ $AF = \frac{b}{2}$، تكون النُقَط A وE وF، هي النقط المعلومة، فيجري البحث عن النقطة B. هذه النقطة تقع إمّا بين A وF (النقطة B_1)، إمّا ما بعد F (النقطة B_2)، ويكون لدينا:

$$AB = AF \pm BF، \quad \text{أي} \quad x = \frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}.$$

حيث، في حالة كون الإشارة "-" نحصل على $x_1 = AB_1$، وفي حالة كونها "+" نحصل على $x_2 = AB_2$، وهما جذرا المعادلة. ويُنهي ثابت بن قرّة استدلاله مؤكّداً أنّ الطريقة الهندسيّة تتوافق مع طريقة الجبريّين.

نرى إذن، أنّ ثابت بن قرّة يستشهد صراحةً بالمتطابقة التي أثبَتها أقليدس في القضيّة II.5 (من "الأصول")، التي تُكتب جبريّاً على الشكل التالي:

$$x(x - b) = \left(x - \frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2.$$

وكانت هذه المتطابقة في أساس مسار الخوارزمي، ولكن من دون أن يذكرها بشكل صريح. وهنا أيضاً يمكن الافتراض بأنّ الخوارزمي استلهم المسار الأقليديّ

(*) القضيّة الخامسة من الكتاب الثاني من "الأصول" (هنا وفي ما يلي من هذا الكتاب، يشير الرقم الروماني إلى الكتاب والرقم العربي إلى القضيّة) (المترجم).

واستخدم قبل ثابت بن قرّة مساراً مشابهاً لمسار هذا الأخير. وفي كلّ حال، لاشكّ في أنّ أسلوب الخوارزمي الهندسي في برهان خوارزميّته، والمصطلحات الهندسـيّة الـتي استخدمها، يرتبطان بالقرابة مع أسلوب أقليدس ومصطلحاته لدى برهانه للمتطابقتين II.5 وII.6 *، رغم وجود بعض الاختلاف.

ولكي ننهي تبياننا لأنّ الهندسة التي استخدمها الخوارزمي في برهان خوارزميّاته تنتمي إلى هندسة أقليدس، نأخذ المعادلة الثالثة:

$$x^2 = bx + c.$$

يتبع الخوارزمي في حلّ هذه المعادلة، الطريقة نفسها، حيث القاعدة الأولى هي ترجمتها بتعابير الهندسة؛ فهو يأخذ المربّع $ABDC$ ذا المساحة x^2، ونقطة E على AC بحيث يكون $EC = b$، ويرسم (المستطيل) $CEGD$ ذا المساحة bx فتكون مـساحة (EB) تساوي c، ويكون لدينا:

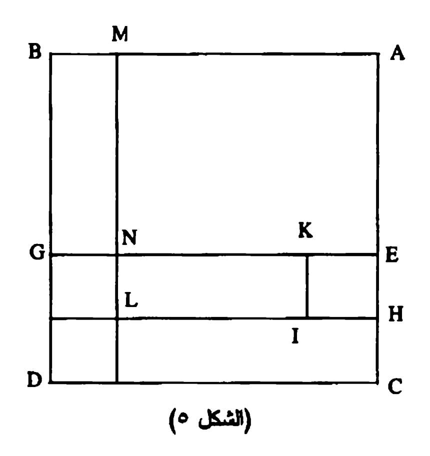
مساحة $(ABDC)$ = مساحة $(CEGD)$ + مساحة (EB).

القاعدة الثانية من هذه الطريقة هي التبيان الهندسي للمقـادير الـتي تـرِد في خوارزميّة الحلّ وهي هنا: $\frac{b}{2}$ و $\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c$ والجذر التربيعي لهذه العبـارة الأخـيرة. يتصرّف الخوارزمي على الشكل التالي:

لتكن النقطة H منتصف EC وليكن المربّع $HEKI$ (انظر الشكل ٥ أدناه)؛ ضلع هذا المربّع $\frac{b}{2}$ ومساحته $\left(\frac{b}{2}\right)^2$. يأخذ النقطة L على امتـداد HI بحيـث يكـون، $IL = EA$ فيكون $HL = HA$. ويُكمِل المربّع $AHLM$؛ فيكون $HC = MB = KI$ و $LI = AE = MN$، فيكون لدينا:

مساحة (NB) = مساحة (KL)

* أي المتطابقتين اللتين تعبّر عنهما القضيّتان II.5 وII.6 من "الأصول" (المترجم).



(الشكل ٥)

ويكون

$$\text{مساحة } (AN) + \text{مساحة } (KL) = \text{مساحة } (AG) = c.$$

وبعد تحديد $\frac{b}{2}$ و $\left(\frac{b}{2}\right)^2$ وc، ينتقل الخوارزمي إلى تحديد المجهول، انطلاقاً من العناصر المعلومة. لدينا:

$$\text{مساحة } (HM) = \text{مساحة } (HK) + \text{مساحة } (KL) + \text{مساحة } (AN) = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + c،$$

فيكون

$$AH = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c}$$

ويكون

$$x = AC = AH + CH = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c} + \frac{b}{2}.$$

نرى بوضوح، إذن، أنّ البناء الهندسي الذي قام به الخوارزمي يرتكز على التكافؤ التالي:

$$x^2 = bx + c \Leftrightarrow \left(x - \frac{b}{2}\right)^2 = c + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$ ،

وأنّ طريقته تعتمِد الإثبات الهندسيّ، لخطوات الخوارزميّة، مرحلة بعد مرحلة.

بعد عرض طريقة الخوارزمي لحلّ المعادلة $x^2 = bx + c$ ، نعاين دراسة ثابت بن قرّة لها، والشهادة التاريخيّة التي تتضمّنها هذه الدراسة. يصوغ ثابت حلّــه للمعادلــة المذكورة كما يلي:

"الأصل الثالث: وهو عدد وجذور تعدل مالاً.

الوجه في استخراج ذلك بالشكل السادس من المقالة الثانية من كتاب أقليدس على ما أصِف. نجعل المال مربّع ا ب حـ د، ونجعل في ا ه من أمثال الواحــد الذي تقدر به الخطوط، مثل عدّة الأجذار، وواجب أن يكــون معلومــاً وأن يكون أقصر من ا ب، لأن الجذور وهي على مذهب الحساب ضرب حـ ا في ا ه أقل من المال، ونتمم سطح حـ ه، فسطح حـ ه مثل الجــذور، ويبقــى سطح ه د مساوياً للعدد، فهو إذن معلوم، وهو ضــرب ا ب في ه ب. فقــد حصل الأمر على أن خط ا ه معلوم، وزيد فيه ه ب، فكان ضــرب ا ب في ه ب معلوماً. وقد تبين في الشكل السادس من المقالة الثانية من كتاب أوقليدس انه إذا قسم ا ه بنصفين على و، كان ضرب اب في ب ه مع مربع ه و كمربع و ب. وا ب في ب ه معلوم ومربع ه و معلوم ، فمربع و ب معلوم، فخــط وب معلوم. وخط و ا معلوم لكونه نصف ا ه المعلوم، فــ و ب معلوم و ا و معلوم، فجميع ا ب معلوم وهو الجذر. وإذا ضربناه في مثله كان ا ب حـ د معلوماً، وهو المال؛ وذالك ما أردنا أن نبين.

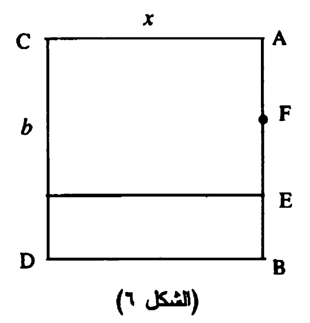
وسبيل هذه المسألة سبيل اللتين قبلها في موافقة طريق اســتخراجها بالهندســة طريق استخراجها بالجبر"[58].

---

[58] انظر: ثابت بن قرة: تصحيح مسائل الجبر بالبراهين الهندسية

("*Rétablir les problèmes de l'algèbre par les démonstrations géométriques*").

بأخذ ثابت مربّع $ABDC$ بمساحة x^2، ونقطة E على AB بحيث يكون $AE=b$ (معتبِراً، استناداً إلى المعادلة، أنّ $x > b$، الشكل ٦). فيكون:



(الشكل ٦)

مساحة $(ABDC) = x^2$ ومساحة $(CE) = bx$،

وتكون بالتالي

مساحة $(ED) = c$؛

ولكن

مساحة $(ED) = EB.BD = EB.BA$.

ويستخدم ثابت بن قرّة القضيّة II.6 من "الأصول"، لتحديد المجهول AB، انطلاقاً من هذه المعطيات؛ فإذا كان F منتصف AE، يكون، استناداً إلى قضيّة أقليدس المذكورة:

$$BE.BA + EF^2 = BF^2$$

ولكن

$$EF = \frac{AE}{2} = \frac{b}{2}،$$

فيكون

$$c + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = BF^2،$$

فتكون BF معلومةً، ويكون

$$AB = AF + BF = \frac{b}{2} + BF،$$

أي

$$x = \frac{b}{2} + \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c}.$$

وهذه المرّة أيضاً يلجأ ثابت بن قرّة إلى التكافؤ الذي تُعبِّر عنه القضيّة II.6، الذي يُكتب جبريّاً على الشكل التالي:

$$x(x-b) + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(x - \frac{b}{2}\right)^2،$$

وذلك من أجل برهان تكافؤ حلّ الخوارزمي مع الحلّ الهندسيّ الذي قدّمه هو.

ومن أجل أن نفهم مدى قراءة الخوارزمي المحتملة لـ"أصول" أقليدس وحدود هذه القراءة، ونُقيِّم تأثير هذه القراءة في القسم من كتاب الخوارزمي، المتعلّق بالمعادلات التربيعيّة وببرهان خوارزميّات الحلّ، يتوجّب التذكير بأمرٍ، هو واضح، إلاّ أنّ الشروح والتعليقات التاريخيّة حجبته عن النظر. فكثيراً ما نُسِبت إلى أقليدس مسألة لم يقم بتاتاً بطرحها، كما نُسِبت إليه حلول لم تخطر بتاتاً على باله. فلا توجد في "الأصول" أيّة صياغة لأيّة معادلة جبريّة؛ ولا نجِد بالتالي أيّ حلّ خوارزميّ لأيّة معادلة جبريّة مهما كان شكلُها. فالإسهام الأوّل في الجبر الهندسيّ، أي في الدراسة الهندسيّة للمعادلات الجبريّة من الدرجة الثانية، تعود –كما سبق وقلنا– إلى ثابت بن قرّة، القارئ لأقليدس وللخوارزمي في الوقت عينه. فقد صاغ أقليدس تكافؤات هندسيّة دون أن يُفكِّر بترجمتها الجبريّة. ولا نجد في "الأصول" تقنيّات جبريّة سابقة للجبر كتلك التي نجدها في كتاب "الحساب" لديوفنطس.

ومن جهة أخرى، لم يحاول الخوارزمي برهان مثل هذه المتطابقات أو التكافؤات الهندسيّة. فعبثاً نبحث في كتابه عن قضيّة كالقضيّة II.5 من "الأصول" وهي التالية:

"إذا قُطِعَ خطٌّ إلى قِسمين متساويَين وإلى قسمين غير متساويَين، فإن السطح (المستطيل) الذي يحيط به القسمان غير المتساويَين من الخطّ

بكامله، مع مربَّعِ الخطّ الواقع بين القَطعين، يساوي مربّع نصف الخطّ بكامله"[٥٩].

يبدو إذن وكأنّ الخوارزمي أخذ من أقليدس اللغة الهندسيّة (الخط، والسطح (المساحة) وتساوي المساحات، ...)، ومعيار البرهان الإلزاميّ؛ كما يبدو وكأنّه استوحى الطريقة الأقليديّة لبرهان المتطابقات، وكيّفها مع نظريّة المعادلات الجبريّة التي قَصدَ بناءها، ومع براهين الخوارزميّات التي طبّقها. هذا بالتحديد ما قَصَده ثابت بن قرّة عندما كتب أنّ "هذا المسلك" (الهندسيّ) "موافق لمسلك أصحاب الجبر".

٢-٢-٢ الكميّات غير المُنطَقة التربيعيّة

يبقى علينا أيضاً أن نُعاين المفاهيم الأخرى الواردة في جبر الخوارزمي، التي من شأنها أن تعكس قراءته لـ "الأصول" أو على الأقلّ، استيحاءه من هذا المؤلّف. أوّل هذه المفاهيم هو بدون شكّ، مفهوم الكميّات غير المُنطَقة التربيعيّة.

ومن الطبيعي أن يتوقّع المرء احتلال هذا المفهوم موقعاً في معجم الخوارزمي الجبري، وذلك لسببين: السبب الأوّل هو كون الخوارزمي يعالج معادلات من الدرجة الثانية، ذات حدّين وثلاثيّة الحدود؛ والسبب الثاني هو كونه يولي اهتماماً خاصّاً لتحديد مواضيع المادّة العلميّة الجديدة (الجبر). ولكن، وخلافاً لكلّ التوقّعات لا يقول الخوارزمي شيئاً حول موضوع المقادير غير المُنطَقة. يقتصر ما يرِد في كتابه بهذا الخصوص على تلميحين مُقتَضَبَين، وذلك بمناسبة معالجته لجذر المربّع ("المال")، اي مربّع "الشيء" أو المجهول[٦٠]. ويزيد من استغرابنا لهذا السكوت كونه صادراً عن رياضيّ كان على علم بالترجمة التي قام بها الحجّاج (زميله) لـ"أصول" أقليدس. إضافة إلى ذلك، استناداً إلى شهادة رياضيّ من القرن الحادي عشر (...-١٠٣٧) هو أبو منصور البغدادي، كان بحوزته كتاب الخوارزمي الحسابي

---

[59] انظر:

Les Œuvres d'Euclide, traduites littéralement par F. Peyrard, Nouveau tirage augmenté d'une importante Introduction par Jean Itard (Paris: A. Blanchard, 1966), p. 45.

[60] انظر الهامش الرقم (٦٢)، أدناه.

(المفقود حاليّاً بصيغته العربيّة)، نعلم أنّ الخوارزمي عالج مسألة تقريب الجذر التربيعيّ لعدد لا يكون مربّعاً تامّاً[61].

كلمة "أصمّ" (أي غير مُنطَق) لا ترِد سوى مرّتين في كتاب الخوارزمي، وفي مكانين يفصل بينهما عدد قليل من الأسطر، دون تحديد لهذه الكلمة، ودون شرح أو تعليق. والنصّان المذكوران هما التاليان:

"واعلم أنّ جذر كلِّ مالٍ، معلوم أو أصمّ، تريد أن تُضعِفه، ومعنى إضعافِك إيّاه أن تضربه في اثنين، فينبغي أن تضرب اثنين في اثنين ثمّ في المال. فيصير جذر ما اجتمع مثلي جذر ذلك المال" [...]"؛

"وكذلك ما زاد أو نقص من <الجذر> المعلوم والأصمّ فهذا طريقه"[62]؛

وفي المرّتين ترِد هذه الكلمة ضمن ثنائيّ: "معلوم أو أصمّ"، وفقط بصدد جذر "المال". هذا التعبير ("أصمّ") لا يظهر إذن بتاتاً بشكل منفصل، أي مستقلٍّ عن كونه عنصراً من ثنائيّ. ولكنّ الترجمة العربيّة لـ"الأصول" تستخدم تعبير "أصمّ" كترجمة للتعبير اليونانيّ ἄλογος، وهو لا يتضادّ مع تعبير "معلوم" بل مع تعبير λογος، الذي تُرجِم إلى العربيّة بتعبير "مُنطَق". والأمر هو كذلك بالضبط، في كلّ الترجمات العربيّة انطلاقاً من اليونانيّة، كما في مُجمل الأدبيّات العربيّة.

تقدِم الخوارزمي للثنائيّ ("معلوم" – "أصمّ") كان لا بدّ له من أن يترك نوعاً من التشويش أو الارتباك عند مترجمي كتابه، اللاتينيّين منهم والمحدَثين. وقد تملّص روبير دو شستر (Robert de Chester) من المشكلة، فحذف ما ورد في المرّة الأولى، وترجم ما ورد في المرّة الثانية كما يلي: "أكانت تلك أعداداً صحيحة أو كسوراً" ("quotquot integrae vel fractae fuerint")[63]. أمّا جيرار دو كريمون Gérard de

[61] عبد القاهر بن طاهر البغدادي، التكملة في الحساب مع رسالة في المساحة، ص ٧٦–٧٧.

[62] انظر للنصّ في ما يتبع من هذا الكتاب، ص١٨٤، س ١٢، وص ١٨٥، س ١٤.

[63] انظر:

Muḥammad Ibn Mūsā al-Khwārizmī, *Robert of Chester's Latin translation of the Algebra of al-Khowarizmi*, with an introduction, critical notes and an English version

Crémone فقد كان أكثر دقّة، وأنقذ النصّ باتّباعه ترجمة حَرفيّة، حيث كَتَب: "Scias itaque quod cum quamlibet census radicem notam sive surdam duplicare volueris"[٦٤]؛ ولكنّه التفّ حول ما ورد في المرّة الثانية وكتب: "Et similiter de eo quod ex radicibus additur aut minuitur secondum hoc exemplum facias"[٦٥]. أمّا فريدريك روزن (F. Rosen)، الأكثر حداثة، فقد ترجم هاتين الجملتين عينهما إلى الإنكليزيّة على الشكل التالي: "If you require to double any known or unknown square ..."[66]، معتقداً، بدون شك، أنّ نقله لكلمة "أصمّ" بكلمة "unknown": مجهول"، يردّ للنصّ عُمقَ معناه. ولكنّ ج. روسكا (J. Ruska) انتقد هذا الاختيار واقترح إبدال كلمة "معلوم" بكلمة مُنطَق، وكلمة "مال" بكلمة "عدد"، متصوّراً أنّه بهذا التصرّف يكشف عن حقيقة نصّ الخوارزمي[٦٧].

ولا يجوز أن يخطر ببال أحد أنّ هؤلاء المترجمين كانوا يجهلون أن الضدّ لكلمة "معلوم" هو كلمة "مجهول" لا "غير مُنطق"، وأنّ الضدّ للتعبير الأخير ليس كلمة "معلوم" بل كلمة "مُنطَق". فعلى هذه المعاني تتّفق جميع قواميس العربيّة كما يتّفق عليها جميع رياضيّي ذلك العصر. لذا فإنّ ارتباك المترجمين هو أبعد من أن يكون ناتجاً من جهل لغويّ؛ إنّه يعكس تساؤلاً أكثر عمقاً هو التالي: هل يجب أن يوضع مفهوم الخوارزمي في سياق أقليدي بحيث تُترجَم كلمة "معلوم" بكلمة "مُنطَق"، ممّا يؤدّي حتماً إلى حصر مفهومه ضمن مجال الأعداد؟ وعندما يكون الجواب بالإيجاب، لا بدّ

---

by Louis Charles Karpinski, University of Michigan Studies. Humanistic Series; 11, pt. 1 (New York: Macmillan; London: Macmillan and Company Limited, 1915), p. 100, 2-3.

[64] انظر:

Muḥammad Ibn Mūsā al-Khwārizmī, "Gerard of Cremona's Translation of al-Khwārizmī's *al-Jabr*: A Critical Edition," edited by B. Hughes, *Mediaeval Studies*, vol. 48 (1986), p. 243 (V), 10.

[65] انظر: المصدر نفسه، ص ٢٤٥، س ٥٥-٥٦.

[66] انظر:

Muḥammad Ibn Mūsā al-Khwārizmī, *The Algebra of Mohammed ben Musa*, edited and translated by Frederic Rosen (Londres [n. pb.], 1831); repr. Georg Olms, 1986. p. 27.

[67] انظر:

Ruska, *Zur ältesten arabischen algebra und Rechenkunst*, pp. 63-64.

من اتّباع ما قام به روسكا وترجمة كلمة "مال" (أي مربّع المجهول) بكلمة "عدد" (nombre)، وذلك تشويه قسريّ لنصّ الخوارزمي.

الطريقة الصحيحة تقضي، كما في الغالب، بتتبّع نصّ الخوارزمي، لفهم سياق هذا "الثنائيّ" الزائف، والاستخدام الذي قصده الخوارزمي منه. فالمرّتان اللتان يرد فيهما الثنائيّ ("معلوم – أصمّ") يقعان ضمن الفصل الذي يعالج فيه الخوارزمي العمليّات الحسابيّة على التعابير الجبريّة.

يبدأ الفصل المذكور بأربع متساويات هي التالية:

$$\left(\sqrt{200}-10\right)+\left(20-\sqrt{200}\right)=10 \qquad (١)$$

$$\left(20-\sqrt{200}\right)-\left(\sqrt{200}-10\right)=30-2\sqrt{200}=30-\sqrt{800} \qquad (٢)$$

$$\left(100+x^2-20x\right)+\left(50+10x-2x^2\right)=150-x^2-10x \qquad (٣)$$

$$\left(100+x^2-20x\right)-\left(50+10x-2x^2\right)=50+3x^2-30x \qquad (٤)$$

وبعد أن يُعطي الخوارزمي هذه المتساويات دون أي شرح، يُتبِعها بقوله: "وأنا مبيّن عِلّة لك ذلك في صورة تؤدّي إلى الطلب"*.

هدف الخوارزمي واضح هنا، وهو دراسة جمع التعابير الجبريّة وطرحِها. وهذه التعابير يمكنها أن تحوي على حدّ سواء مجاهيل (كـ"الشيء" و"المال") وجذور أعداد صحيحة غير مربّعة، وهي مقادير لا يمكن أن تكون قِيَمها (الصحيحة) إلاّ مجهولة. فـ 20 و $\sqrt{4}$ وجذر المعادلة $100+x^2-20x$ هي معاليم؛ و $\sqrt{200}$ و وجذر المعادلة $50+3x^2-30x$ هما "غير مُنطقَين" أي أصمّين. في كلّ حال، فإنّ الذي يعرف مغزى القِيَم العدديّة في جبر الخوارزمي، وما يرمي إليه في الدراسة التي يقوم بها في هذا الفصل، يكتب المتساويتين (١) و(٢) السابقتين على الشكل التالي:

$$\left(a\sqrt{x}-b\right)+\left(2b-a\sqrt{x}\right)=b،$$

$$\left(2b-a\sqrt{x}\right)-\left(a\sqrt{x}-b\right)=3b-2a\sqrt{x}،$$

* انظر النص في ما يتبع، ص ١٨٤.

فهذا، من دون شك، هو نوع الدراسة التي أراد أن يقوم بها هنا؛ والمتساويتان الأخيرتان، اللتان تبعتاهما، تعبّران بشكل صريح عن قصد الخوارزمي.

يتابع الخوارزمي دراسة العمليّات الحسابيّة على التعابير الجبريّة -الضرب والقسمة- قبل أن يُبرهن المتساويات سابقة الذكر. ويبدأ بِمَثَلٍ بسيط: $k\sqrt{9}=\sqrt{k^2 9}$، لكي يُعبِّر، في الواقع، عن $k\sqrt{x^2}=\sqrt{k^2x^2}$، حيث يدلّ الحرف k على عدد صحيح أو كسري، أيّ كان. ومن ثمّ يُعطي القواعد التالية:

$$\frac{n\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\frac{\sqrt{n^2a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{n^2a}{b}}$$

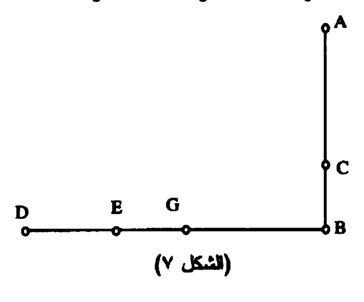
$$\frac{\frac{p}{q}\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\frac{\sqrt{\frac{p^2}{q^2}a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{\frac{p^2}{q^2}a}{b}}$$

$$n\sqrt{a}.m\sqrt{b}=\sqrt{n^2a}.\sqrt{m^2b}=\sqrt{n^2am^2b}.$$

وليس من المهمّ هنا معرفة ما إذا كان الخوارزمي هو مَن تصوّر هذه القواعد أو أنّه أخذها عن أحد قبلَهُ، بل المهمّ هو أنّ هذه القواعد تتطبّق على حدّ سواء على "المعاليم" وعلى المقادير "غير المنطَقة".

بعد ذلك، يَنتَقِل الخوارزمي إلى برهان المتساويات، أو كما يقول، إلى "عِلّتها". يُذَكِّر بأنّ برهان المتساويتين الأولى والثانية يتمّ عبر "الصورة" أي بواسطة قِطَع من خطوط مستقيمة؛ ويبرهن المتساوية الأولى على الشكل التالي: يأخذ

$AB=BE=\sqrt{200}$ و $AC=10$ و $DB=20$ و $DG=BG$ و $GE=CB$،



(الشكل ٧)

فيكون

$$\left(\sqrt{200}-10\right)+\left(20-\sqrt{200}\right)=(BA-AC)+(DB-BE)$$
$$=(EB-BG)+(DB-BE)=GE+DE=10$$

ويأخذ

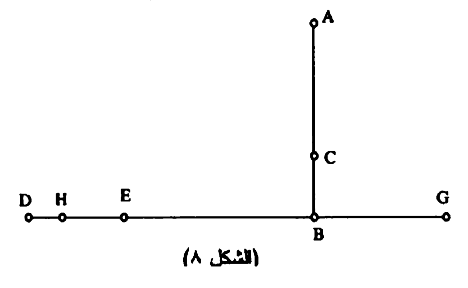
$AB=BE=\sqrt{200}$ و $AC=BG=10$ و $DB=20$ و $HE=BC$،

فيكون

$$\left(20-\sqrt{200}\right)-\left(\sqrt{200}-10\right)=(BD-BE)-(AB-AC)$$
$$=(ED-CB)=(ED-EH)=HD$$

ولكن $DG=DB+BG$، فيكون

$$HD=DG-HG=DG-\left(AC+BC+BE\right)=30-2\sqrt{200}=30-\sqrt{800}$$



(الشكل ٨)

نلاحظ أنّ القطع المستقيمة الواردة في هذه البراهين ليست موجودة على خط مستقيم واحد، وأنّ واحدها لا يبدأ عند نهاية الآخر. فالقطعة BE مُدخَلَة بين GB وEG. وهكذا يكون لدينا المثيل الهندسي للتجميع وللتبديل*. وهذا هو جوهر مسار الخوارزمي.

ومن جهة أخرى، يعلم الجميع أنّ الأعداد كانت تقوم في هذه الرياضيّات، بدور الوسائط بشكلها العام، وقد تَواصَل قيامها بهذا الدور لقرون عديدة لاحقة.

* التبديل (Commutativité) والتجميع (Associativité) هما خاصيّتان من خواصّ بعض العمليّات الجبريّة كالجمع والضرب في مجموعة الأعداد الحقيقيّة أو في مجموعة كثيرات الحدود ذوات المعاملات الحقيقيّة... (المترجم).

فعندما يناقش الخوارزمي المعادلة $x^2+10x=39$، فإنّ ما يكون في باله هو المعادلة $x^2+bx=c$، فالحلّ الذي يعطيه هو حلّ عام والبرهان هو أيضاً كذلك. فإذا أبدلنا في المتساويتين السابقتين 10 بـ a و20 بـ b و $\sqrt{200}$ بـ $a\sqrt{x}$، فإنّهما تُكتبان على الشكل التالي:

$$\left(a\sqrt{x}-a\right)+\left(b-a\sqrt{x}\right)=b-a$$

$$.\left(b-a\sqrt{x}\right)-\left(a\sqrt{x}-a\right)=\left(a+b\right)-2a\sqrt{x}$$

ويبقى البرهان هو نفسه. ولكنّ كتابة متساويتي الخوارزمي على هذا الشكل الأخير هو نوع من التبرير لتواجدهما مع المتساويتين الأُخرَيَيْن، ولحضورهما في هذا الفصل المخصّص لدراسة الجمع والطرح على التعابير الجبريّة. وقد رأينا أنّ الأساسي في هذا البرهان يرتكز على الحسابات المُطَبَّقة على القِطع المستقيمة. والحسابات على القطع المستقيمة في حالتنا هذه، كما الحسابات على المساحات في حالة المعادلات، تجري وِفق القواعد المعروفة من التقليد الأقليدي (فيما يخص الجمع والطرح). ولكنّ الجديد الذي يظهر مع الخوارزمي ليس تمثيله للأعداد وللمقادير غير المنطقة التربيعيّة بقطع مستقيمة، بل أيضاً تمثيله للـ"شيء" بقطعة مستقيمة، ولِمربّع الشيء ("المال") بمربّع، ولضرب الشيء بمعامِل، بمستطيل. ولكنّ هذه الحسابات ليست ممكنة، بحسب الخوارزمي، إلاّ إذا ما جرى تطبيقها على التعابير الجبريّة المؤلّفة من صِنفَين فحسب. وعندما يدخل في التعبير الجبري أكثر من صِنفين، كما في المتساويتين الأخيرتين (٣) و(٤)، فإنّ البرهان لا يمكن أن يحصل إلاّ "باللفظ" أي جبريّاً[68].

قُمنا، في ما سبق من هذه الفقرة، بتحليل نصّ الخوارزمي الذي يظهر فيه الثنائيّ ("معلوم–أصمّ")، وهو لم يظهر سوى مرّتين. ونلاحظ أنّ تعبير "معلوم"، كما تعبير "أصمّ"، وهما من أوصاف الأعداد والقطع المستقيمة على حدّ سواء، استخدمهما

---

[68] انظر الفقرة ٢-٢-٣، التالية.

الخوارزمي لوَصْف "الشيء". ونرى بوضوح أنّ الحسابات على المقادير غير المُنطَقة أملتها الحسابات على التعابير الجبريّة وليس العكس، مثل الحسابات التي تخص المربّعات* والاختلاف في المعنى لا يمكن الاحساس به إلاّ عند الكلام عن الجذر التربيعي للـ"شيء". فـ"المعلوم" يدلّ على هذا الجذر عندما يكون "الشيء" مربّعاً ("مالاً") تامّاً. أمّا "الأصمّ" فيُعبِّر عن الجذر التربيعي للشيء دون أن يكون هذا الشيء مربّعاً تامّاً. تعبير الأصمّ هذا يحتمل، إذن، معنيَين؛ فمن جهة، هو جذر الشيء، المجهول والذي لا يكون مربعاً تامّاً، ومن جهة أخرى، عندما يصِف هذا التعبير عدداً ما، فهو يعني أنّ هذا العدد هو مُنطَق بالقوّة. وهذا يوضِح اختيار الخوارزمي لمصطلحاته، كما يسمح بتفهّم ارتباك المؤرّخين حيال هذا الأمر.

وهكذا يتوضّح مفهوم "غير المُنطق" أي "الأصمّ" عند الخوارزمي؛ فهو يرتكز على أساس أقليدي، جرى ترتيبه بحيث يستقبل المجاهيل التي قد تكون أعداداً كما قد تكون قطعاً مستقيمة. بهذا المعنى يكون مفهوم الخوارزمي أكثر "شكليّة"** ، من ذلك الذي نجده في التقليد الأقليدي والذي يتناول القِطع المستقيمة فحسب. يعود السبب الرئيسي لهذا التحوّل "الشكلي" إلى موقف الخوارزمي، الذي لم يطرح في أيّ ظرف من الظروف، مسألة وجود الكمّيات غير المُنطَقة، بل اكتفى بالتعامل معها من وجهة نظر الحسابات الجبريّة فحسب. هذا الموقف الذي اختاره الخوارزمي هو بالضبط ما سمح له بإدخال البرهان الهندسي للمتساويتين الأولى والثانية، كما بإدخال الفكرة البِذْريّة للبرهان الجبريّ في الحالات الأكثر عموميّة.

وكخلاصة موجزة لهذه الفقرة، يمكننا القول إنّ الخوارزمي، الذي تحاشى الدخول في مسألة وجود المقادير غير المنطقة التربيعيّة، عرض وإن بإيجاز شديد، التفسير الجبريّ الأوّل للمفهوم الأقليدي لهذا الموضوع. وبذلك يكون الخوارزمي قد قام بفتح ثغرة، لم يتأخّر خلفاؤه بدءاً بأبي كامل بولوجها وتوسيعها.

* حسلب الـ *karaṇii* للذي مارسه الرياضيّون من التقليد الهندي راجع ص ١٣٦ في ما يتبع (المترجِم).

** اي لكثر تجريداً؛ فنظن لنّ صفة الشكلي (Formel) هنا، تأتي بمعنى تجريدي (Abstrait) (المترجِم).

٢-٢-٣ البرهان الهندسي والبرهان الجبري

لا يمكن أن نُفرِّق مجيء الجبر كمادّة رياضيّة مع الخوارزمي، عن ثلاث فِكَر تأسيسيّة، وثيقة الترابط. نسيان هذه الفِكَر يعني جهل جِدّة مشروع هذا الرياضيّ البغدادي، ووحدة كتابه، الذي لن يبقى منه حينها سوى مجموعة من التقنيّات الجبريّة، التي لا يلبث المؤرِّخون أن يردّوها إلى أسلافه.

وقد أتينا على ذكر الفكرة التأسيسيّة الأولى، وهي التصنيف الاستباقي للمعادلات. هذا التصنيف هو الذي قَلَبَ المسار الذي كان متّبعاً حتّى ذلك الحين. فبعد هذا التصنيف، لا ننطلق من المسائل للحصول على المعادلات، ولكنّنا نصل إلى ذلك انطلاقاً من التعابير الأوّليّة وتوافيقها، أي أنّنا نصل إلى الأصناف الستّة من المعادلات من الدرجتين الأولى والثانية. ولكنّ المهمّ في هذا التصنيف لا يعود إلى قَلبِه للمسار كمسار، بل إلى ما يفرضه: وهو اختزال لمجموعة لا نهائيّة من المسائل عِبر ردِّها إلى عدد ضئيل من الأصناف، أو الحالات المثاليّة، التي ليست بتاتاً نتاج تجريد انطلق من هذه المسائل. فمستوى وجود هذه المسائل هو مستوىً آخر. وقد أدّى هذا الانقلاب إلى نتيجة ثانية، تتعلّق بخوارزميّات الحلول المرافقة لكلٍّ من هذه الحالات المثاليّة الست. وبما أنّ الخوارزميّة تنطبق على كلّ المسائل التي تقع ضمن الحالة المثاليّة الواحدة، فإنّ الخوارزميّة هي التي تتقدّم على الحلّ في كلٍّ من هذه المسائل. وهي التي تُمثّل السبيل الإلزامي الذي يوصل إلى حلّ المعادلات المؤلّفة من حدود تدلّ على كائن أيّاً كان، "شيء"، أو مربّعه. وهذا الأمر يصحّ أيضاً بالنسبة إلى خوارزميّات العمليّات الجبريّة، أي تلك التي تتناول الحسابات على التعابير الجبريّة المرافقة للمعادلات.

لا يمكن للجبر إذن ألاّ يكون علِماً خوارزميّاً، أي علماً يعتمد الخوارزميّات. ولكن، إذا ما أردنا لهذا العِلم أن يكون رياضيّاً، فلا بدّ للخوارزميّات من أن يُبَرهَنَ على يقينيّتها: يجب إذن التثبّت من كونها جامعة وضروريّة. هذه هي بالضبط، الفكرة

التأسيسيّة الثانية لجبر الخوارزمي. فالجبر عنده ليس خوارزميّاً فحسب، بل أيضاً برهانيّ. فبعد أن حدّد الخوارزمي التعابير الأوّليّة للعلم الرياضي الجديد، الجبر، انتقل إلى نظريّة المعادلات من الدرجتين الأولى والثانية، فأعطى كلّ الحالات المثاليّة وكلّ الأصناف، وصاغ الخوارزميّة المقابلة لكلٍّ منها. استخدم كلمة "باب" للدلالة على الخوارزميّة، وذلك بمعنى "المدخل إلى الشيء المطلوب" أو "الطريق المتّبعة للوصول إلى الهدف المطلوب". فكلمة "باب" في جبر الخوارزمي مقابلة تماماً لكلمة "procédé" بالفرنسيّة أو لكلمة "procedure" بالإنكليزيّة. وهنا ظهرت الفكرة التأسيسيّة الثالثة. فالخوارزميّة أو الطريقة العمليّة مهما كانت، ليست أصلاً بأيّ حال، ولا تحمل أصلَها في ذاتها. إضافة إلى ذلك، يتوجّب التأكّد من أنّ الطريقة العمليّة بذاتها، قائمة على أسس صلبة، أي على قواعد ضروريّة وجامعة، وذلك كي لا تكون الطريقة العمليّة نتيجة عَرَضيّة. هنا أدخل الخوارزمي تعبير الـ"عِلّة" بمعنى السبب، أو برهان الخوارزميّة بواسطة سببها. ومن البديهي أنّ البحث عن هذه "العلّة" لا يمكن أن يجري إلاّ في مادّة أخرى تُستَخدَمُ لغتُها لصياغة العلّة. وكان البرهان "بالعلّة" في الأدب الفقهي والفلسفيّ لذلك العصر، هو البرهان الذي يُعطي سبب كيان الشيء؛ ومن هنا كان هذا البرهان، على حدّ تعبير جرى استخدامه لاحقاً "*Demonstratio simpliciter*" أو "*Demonstratio potissima*" . ففقهاء ذلك العصر عنوا بـ"العلّة"، المستندات "التي يرتكز إليها لزوم الحكم"[69]؛ أمّا بالنسبة إلى الفلاسفة كالكندي وخلفائه، فعلّة الشيء هي ما يملكه، إمّا بذاته كالمادّة والشكل، أو بوجوده. الهندسة هي المادّة العلميّة التي

---

[69] هذا هو المعنى الذي نلقاه في رسالة الشافعي وإن كان التعبير غائباً. (انظر الفصل المتعلّق بـ "القياس"، ص ٥٠٩ وما بعدها). ونجد المعنى نفسه في جميع الرسائل التي تبحث في أسس الفقه، ومنها على سبيل المثال كتاب: أبو الوليد سليمان بن خلف الباجي، إحكام الفصول في أحكام الأصول، حققه وقدم له ووضع فهارسه عبد المجيد تركي (بيروت: دار الغرب الإسلامي، ١٩٩٥)، ج ٢، ص ٦٣٢ وما بعدها، وأبو حامد محمد بن محمد الغزالي، **المستصفى في علم الأصول**، تحقيق محمود عبد السلام عبد الشافي (بيروت: دار الكتب العلمية، ١٩٩٦)، ص ٣٣٢ وما بعدها. انظر أيضاً: علي سامي النشار، **مناهج البحث عند مفكري الإسلام ونقدهم للمنطق الأسطططاليسي** (القاهرة: دار الفكر العربي، ١٩٤٧)، ص ٨٨ وما بعدها.

أوكل إليها الخوارزمي هذه المهمّة، مهمّة استخدام لُغتها لصياغة العلّة. و لم يكن البرهان "بالعلّة" أي البرهان الهندسي مطلوباً لخوارزميّات حلول المعادلات الجبريّة فحسب، بل أيضاً لخوارزميّات الحسابات الجبريّة التي درسها الخوارزمي بعد المعادلات مباشرةً. يُضاف إلى ذلك أنّ هذا البرهان يوجد ضمناً في الفصول المكرّسة لحلّ المسائل، حيث إنّ المسألة التي يُراد حلُّها كان يتمّ إرجاعُها في كلّ مرّة إلى واحدةٍ من الحالات الست المثاليّة.

ولكي نُدرك مقوّمات البرهان "بالعلّة" يجدر أن نلاحظ أنّ الخوارزمي كان في كلّ مرّة يسعى إلى إظهار أنّ الخوارزميّة مشتقّة من العلاقات الهندسيّة القائمة بين عناصر شكل هندسيّ تَعَمَّد بناءه لكي يُترجم هندسيّاً الأنواع الجبريّة (العدد والمجهول ومربّع المجهول)، والعلاقات التي تربطها والتي تعبّر عنها المعادلة. "علّة" الخوارزميّة أي ما يجعلها لازمة وما يؤمّن عموميّتها، موجودة بالتحديد في لزوم الكائنات والعلاقات الهندسيّة وعموميّتها. والشكل الهندسي المبنيّ، خلافاً لما قد يبدو للوهلة الأولى، ليس تمثيلاً بواسطة الشكل للخوارزميّة، بل هو ما يؤمّن لهذه الخوارزميّة مستوى وجودها. فالخوارزميّة تستمدّ من الهندسة لزوم نتائجها لا في الحالات المعلومة فحسب، بل أيضاً في الحالات المجهولة. والهندسة هي التي تسمح بإثبات حجج الخوارزميّة وبإعادة ترتيب هذه الحجج. وباختصار، يعترف الخوارزمي بأسبقيّة الهندسة من ناحية وجودها ومن ناحية عمليّاتها. لذا فلمفهوم البرهان بالعلّة بُعدان: بُعدٌ منطقي وآخر وُجوديّ.

وفي الفصلين المخصّصين لحلّ المسائل الجبريّة اللذين تليا فصل برهان الخوارزميّات والحسابات على التعابير الجبريّة، أدخل الخوارزمي تعبيراً جديداً هو تعبير "القياس"، الذي يرتبط بتعبير "العلّة". وكثيراً ما كان يُستخدم هذا التعبير في أوساط القضاة وفقهاء الدين في ذلك العصر. كلمةُ "قياس" عند هؤلاء تدلّ، باختصار، على التشابه بين حالة خاصّة ونموذج عام، أو التماثل بين حالة جديدة وحالة أخرى تلعب دور النموذج لأسباب مُعتَقَديّة أو تاريخيّة[٧٠]. ولكي نفهم المعنى الذي يعطيه الخوارزمي

---

[70] انظر الملحوظة السابقة.

لهذا التعبير لا بدّ من النظر إلى استخدامه له، فنأخذ المسألة التالية كمثـــل: "عـــشرة قسمتها قِسمين، وضربت كلّ قسم في نفسه وجمعتهما فكانا ثمانية وخمسين درهماً". ومباشرة، بعد طرح المسألة على هذا الشكل، يقول الخـــوارزمي "قياسُـــهُ أن ...". ويقوم بالعمليّات التي يمكننا كتابتها على الشكل التالي:

$$x \rightarrow (10-x) \rightarrow (10-x)^2 = 100+x^2-20x \rightarrow$$
$$\rightarrow x\,x = x^2 \rightarrow 100+x^2-20x+x^2 = 100+2x^2-20x = 58$$
$$\rightarrow 100+2x^2 = 58+20x \rightarrow 50+x^2 = 29+10x \rightarrow 21+x^2 = 10x$$

ومن ثمّ يحلّ هذه المعادلة بحسب النموذج الذي أثبته سابقاً وهو: $c+x^2=bx$.

وكان الخوارزمي أحياناً، بدل أن يحلّ المسألة، يكتفي بإرجاعهـــا إلى الحالـــة المثاليّة التي سبق أن درسها.

لذا فإنّ ما قصده الخوارزمي بالـــ"قياس" هو صياغة معطيات المسألة المطروحة، بحيث نستطيع أن نُطبِّقَ عليها العمليّات الجبريّة، لنصل في النهاية إلى إرجاع المسألة إلى أحد الأصناف الستّة، التي سبق أن أقيمت وتمّ برهانها "بالعلّة". فـــ"القياس" يتقـــدّم إذن كعمليّة من مرحلتين:

١) وضع المسالة الخاصّة المطروحة بشكل يلائم نموذجاً عامّاً (هو إحـــدى الحـــالات المثاليّة الستّ)، وذلك بواسطة العمليّات الجبريّة؛

٢) حلّ المسألة، أو الإرجاع إلى الحلّ الذي سبق أن أُقيم.

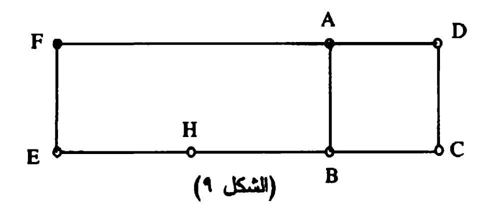
فالقياس بالنسبة إلى الخوارزمي، مرتبط مباشرة بالبرهان "بالعلّة"، هذا ما ينتهي إليه التحليل الدقيق لنصّ الخوارزمي في سياق أدبيّات عصره. وقد تُرجم تعبير "قياسُهُ" بأشكال سيّئة، أقلّها سوءاً هو التالي: "ونستدلّ فيه هكذا" (on y raisonne ainsi) أو أيضاً "نستنتجه هكذا" (on l'infère ainsi).

كان مفهوم البرهان الهندسيّ هذا واضحاً عند خلفاء الخوارزمي، ولم تغب عن بال هؤلاء أهمّيّة البرهان الهندسي وأسبقيّته. فقد أعطى ابن تُرك لكتابـــه في نظريّـــة

المعادلات التربيعيّة عنوان "الضرورات والمقترنات"[٧١]. وهكذا حلّت عند ابن تـرك كلمة "ضرورة" محلّ كلمة "علّة"؛ وبذلك يكون ابن ترك قدّ ردّ لكلمة علّة، المعـنى الصحيح الذي قصده منها الخوارزمي، ذلك لأنّ هذه "الضرورة" هي، بالنسبة إلى ابن ترك، ضرورة البرهان الهندسيّ.

أمّا أبو كامل فقد حافظ على تعبير "العلّة". فقد عمد إلى أخـذ كـلٍّ مـن الأصناف الستة للمعادلات التي قدّمها الخوارزمي، وإلى برهان "عِلّتها"، وهذا مقطـع ممّا قاله "... ونبيّن علّتهما في أشكال هندسيّة يفهمها المهندسون الذين قد نظـروا في كتاب أقليدس"[٧٢]. وفي هذا القول إشارة من أبي كامل إلى أنّ "العلّة" ليـست بتاتـاً التمثيل بالشكل الهندسي، ولكنّها محتواة ضمنه ولا تخفى عن الذي يعرف "أصـول" أقليدس. ونظنّ أنّ تتبّعنا دراسة أبي كامل للمعادلة $x^2+10x=39$، من شـأنه أن يوضِح هذه النقطة المهمّة.

يأخذ أبو كامل القطعة المستقيمة $x=AB$ والمساحة المربّعة $x^2=ABCD$ والمساحة المستطيلة $10x=ABEF$ ويقسم BE إلى نصفين في النقطة H (الشكل ٩). ومن ثمّ يذكّر بأنّ لدينا، استناداً إلى القضيّة II.6 من "الأصول": $HC^2=HB^2+EC.CD$، ومن هذه المتطابقة يستنتج: $8=HC$ و $AB=x=3$.



(الشكل ٩)

[٧١] أبو الفضل عبد الحميد بن واسع بن ترك: الضرورات في المقترنات، تحقيق وترجمة أيـدين سـايلي (Aydin Sayili)، في كتاب:
Logical Necessities in Mixed Equations by 'Abd al-Ḥamīd Ibn Turk and the Algebra of his Time (Ankara: Turk Tarih Kurumu Basımevi, 1962).

[٧٢] أبو كامل: "كتاب في الجبر والمقابلة"، الورقة ٤ظ.

العلّة بحسب أبي كامل هي إذن معطاة بالمتطابقة الهندسـيّة المـذكورة، لا في التمثيل الشكلي.

ومن أجل إثبات جميع مراحل الخوارزميّة، يتابع أبو كامـل فيكتـب: "وإن أحببتَ أن أبيِّن لك عِياناً، عَملنا على خط ..."* ، ويُكمِل الشكل الهندسي ويُعطـي برهاناً مكافئاً للبرهان الذي سبق أن أعطاه الخوارزمي.

يتفق إذن خلفاء الخوارزمي المباشرون، ابن ترك، وأبو كامل اللذان نستطيع أن نضمّ إليهما ثابت بن قرّة[٧٣] وآخرين غيره، على أنّ البرهان "بالعلّة" ليس إلاّ البرهـان الهندسي المبني على المتطابقات الهندسيّة المثبتة في الكتاب الثاني من "الأصول". وفيمـا بعد، في القرن الثاني عشر، يتحدّث السموأل في كتابه "الباهر"، عن العلّة التي هي في نظره، هذه الضرورة الناتجة من المتطابقات الهندسيّة التي أتينا على ذكرهـا[٧٤]. وقـد أعطى الخيّام (١٠٤٨-١١٣١) أيضاً، برهاناً هندسيّاً يرتكز على المتطابقات نفسها، ثمّ كتب بخصوص المعادلة نفسها: "والبرهان عليه من جهة العدد [يقصد الخيّام البرهان الجبري] سهل عند تصوّر برهانه الهندسي"[٧٥]، الذي يُعطيه بعد ذلك مباشرةً. ملاحظة الخيّام هذه تنقل إلى الفعل مساراً كان ما زال كامناً ومُضمراً في جبر الخوارزمي، ثابر خلفاء الخوارزمي على إظهاره بشكل صريح. فالبرهان الهندسي عند الخوارزمي مبنيّ

---

* أبو كامل: "كتاب في الجبر والمقابلة". الورقة ٦.

[73] انظر الملحوظة ٥٦ السابقة.

[74] بن يحيى بن عباس المغربي السموأل، الباهر في الجبر = *Al-Bāhir en algèbre d'As-Samaw'al*، تحقيق وتحليل صلاح أحمد ورشدي راشد، سلسلة الكتب العلميّة؛ ١٠ (دمشق: جامعة دمشق، ١٩٧٢)، ص ٦٩ من النصّ العربي.

[75] انظر: عمر الخيام، "مقالة في الجبر والمقابلة"، ص ١٣٧، س ١١-١٢، من النص العربي في كتاب:
R. Rashed et B. Vahabzadeh, *Al-Khayyām mathématicien* (Paris: Librairie Blanchard, 1999).
نُقل هذا الكتاب إلى العربيّة تحت عنوان: رشدي راشد وبيجان وهاب زاده، رياضيّات عمر الخيّام، ترجمة نقولا فارس (بيروت: مركز دراسات الوحدة العربية، ٢٠٠٥)، انظر ص ١٨١، س ١١-١٢.

على ترجمة التعابير الجبريّة بلغة الهندسة. هذه الترجمة نفسها هي التي، من جهة أخرى، سمحت بإبراز المتطابقات والتكافؤات الهندسيّة، التي عندما تترجم مرّة أخرى بتعابير الجبر، تجعل البرهان الجبري بديهيّاً. وهذا ما أكّده الخيّام. تُكتب هذه المتطابقات والتكافؤات جبريّاً على الشكل التالي:

$$x^2+bx=c \Leftrightarrow \left(x+\frac{b}{2}\right)^2=\left(\frac{b}{2}\right)^2+c$$ ؛

$$x^2+c=bx \Leftrightarrow \left(x-\frac{b}{2}\right)^2=\left(\frac{b}{2}\right)^2-c$$ ؛

$$x^2=bx+c \Leftrightarrow \left(x-\frac{b}{2}\right)^2=\left(\frac{b}{2}\right)^2+c$$.

هذه المتطابقات كانت في أساس البراهين الجبريّة؛ وقد كانت حاضرة في حبر الخوارزمي دون أن تكون مُعلنة صراحةً؛ إلاّ أنّ خلفاء الخوارزمي أعلنوها واستخدموها بشكل صريح. وذهب هؤلاء إلى أبعد من ذلك إذ أولوا هذه المتطابقات وضعاً كان يزداد شكليّةً باستمرار، بمَعنى أنّها أخذت تُستَخدم يوماً بعد يوم باستقلاليّة عن أصلها الهندسي. ونكتفي بسَوق مَثَلٍ واحد على ذلك فنذكر أنّ مؤلّف "المراسلة" وهي إحدى الرسالات الجبريّة، يعمد إلى استخدام هذه المتطابقات، حتّى دون أن يرسم أيّ شكل هندسيّ، ويؤكّد أنّ $\left(x-\frac{b}{2}\right)^2$ و $\left(\frac{b}{2}-x\right)^2$ متطابقان من حيث "اللفظ" أي كتعبيرين جبريَّين حتّى وإن كانت قيمتاهما مختلفتين (أي مختلفتين هندسيّاً)[٧٦]. ولكن كيف ينبغي أن نفهم هذا التكافؤ "من حيث اللفظ"؟ ذلك التفريق بين التكافؤ في اللفظ والتطابق الهندسي، يعود بالضبط إلى الخوارزمي[٧٧].

---

[76] انظر "المراسلة في الجبر والمقابلة" مخطوطة أوكسفورد:
Ms. Oxford, Bod., Hunt 214, fol. 53ʳ-75ᵛ..

[77] وقد لاحظ غاندز ذلك التفريق، انظر:
"The Origin and Development of the Quadratic Equations in Babylonian, Greek, and Early Arabic Algebra," *Osiris*, vol. 3 (1938), pp. 515-516.

فقد عالج الخوارزمي في الفصل الثاني من كتابه، تطبيق العمليّات الحسابيّة الابتدائيّة على ذوات الحدّين وثلاثيّات الحدود، أي على التعابير الجبريّة التي احتاج إليها في كتابه. درس إذن خوارزميّات الحساب على هذه التعابير التي قد تكون مُنطَقة أو غير مُنطَقة. وخلال دراسته هذه، كان يواصل استخدام "البرهان بالعلّة"، طالما كان الأمر يتعلّق بذي حدّين كما في المثل التالي: $\left(a\sqrt{x}-b\right)+\left(2b-a\sqrt{x}\right)$. ولكن، عندما يتعلّق الأمر بثلاثيّات الحدود، كما في المثل التالي: $\left(100+x^2-20x\right)+\left(50+10x-2x^2\right)$، يُشير الخوارزمي إلى أنّه لا يستطيع أن يبرهن "بالعلّة" خوارزميّة جمع كثيرات الحدود من هذا النوع، لأنّ من غير الممكن تمثيلها في شكل هندسيّ. فهو يكتب: "وليس معها ما يعادلها فتُصوَّر، وقد يمكننا لها صورة لا تُحَسّ"، ويتابع: "فأمّا اضطرارها باللفظ فَبَيِّن"[78]. هذا يعني أنّ الصورة الوحيدة التي بإمكانها أن تُمثِّل العمليّات الحسابيّة على ثلاثيّات الحدود، موجودة في العقل، وأنّ البرهان الوحيد، نظراً لعدد الحدود، هو "باللفظ"، أي أنّه جبريّ. والبرهان اللفظيّ هذا هو ما يسمح بإثبات أنّ العبارة الأخيرة، أي $\left(100+x^2-20x\right)+\left(50+10x-2x^2\right)$، مساوية لـ $150-x^2-10x$.

هذه المرحلة شكّلت نقطة البداية لتيّار من البحث، لم يلبث أن أخذ كامل زخمه مع خلفاء الخوارزمي المباشرين.

فقد أُدخِل تفريق بِذْرِيّ بين نوعين من البرهان: "بالعلّة" (أي البرهان الهندسي)، و"باللفظ"، بمعزل عن أيّ شكل "محسوس" (أي البرهان الجبريّ). ولكنّ ما هو أهمّ من هذا التفريق، هو المكان الذي صيغ فيه للمرّة الأولى. فقد لجأ إليه الخوارزمي في ذلك الفصل المتعلّق بالحسابات الجبريّة الابتدائيّة. فطالما كانت تجري

[78] انظر نصّ الخوارزمي في ما يتبع، ص ١٨٩، س ١٠-١١. "اللفظ" كلمة من اللغة العربيّة التقليديّة، مشتقّة من الفعل "لفظ"، معناها المجرّد "نطق" (تكلّم). وكلمة لفظ تدلّ على تعبير مُفرَد كما على جملة أو على عدّة تعابير مُركّبة. ولها في اللغة استخدام علمّ – كلمة، تعبير، عبارة ...– بالإضافة إلى معناها التقنيّ الذي نرتديه في هذه أو تلك من المواد العلميّة أو الأدبيّة: المنطق، الطبّ، الميتافيزيقا ... يشرح الفارابي مطوّلاً هذا الاستخدام المزدوج في كتاب **الألفاظ المستخدمة في المنطق**، تحقيق م. مهدي (بيروت: [د. ن.]، ١٩٦٨). نذكّر هنا بأنّ قدامى المترجمين ترجموا، بجمع هذه الكلمة ("ألفاظ")، تعبير οἱ λόγοι اليونانيّ. يقصد الخوارزمي هنا، "الألفاظ المستخدمة في الجبر"، التي تُسمّى في عصرنا "الصيغ الجبريّة".

دراسة الحسابات الجبريّة، كانت فكرة البرهان الجبري تفرض نفسها. ذلك البرهان لم يعد يحتاج إلى اللجوء لبناء أشكال هندسيّة؛ فيكفي أخذ العبارة الجبريّة "بتعابير جبريّة" أي "بألفاظ"، لكي يجري العمل، من ثَمَّ، بواسطة تكافؤات بين عبارات. ولقد سبق أن عمل الخوارزمي بهذا الشكل عند معالجته المعادلات ذات الحدَّين، حيث أثبت ضرورة ("اضطرار") كلّ من حلولها عن طريق مجرَّد تحليل. ولكنّه قدّم برهاناً هندسيّاً لكلّ من الأنوع الثلاثة من المعادلات ثلاثيّة الحدود، وأوجز قصده بقوله: "فأمّا ما يُحتاج فيه إلى تنصيف الأجذار من الأبواب الثلاثة الباقية، فقد وصفته بأبواب صحيحة، وصيّرت لكلّ باب منها صورة يُستدلّ بها على العلّة في التنصيف"[79].

البرهان الجبري المذكور هو من داخل أو من ذات علم الجبر، لا يأخذ بالاعتبار سوى التعابير الجبريّة، المعبّر عنها، في ذلك الحين، باللغة الطبيعيّة. ولكنّ البرهان الجبري كان يتوسّع ويتعمّم مع تطوّر الفصل الذي ولد فيه هذا البرهان، أي فصل الحسابات الجبريّة. كان أبو كامل هو البادئ بمثل هذا التطوير، وأتى من بعده الكرجي ومدرسته المهمّة. ففي تلك المدرسة تأسّس فيما بعد ذلك البرهان الجبري، عبر إيضاح خاصّيّتي التبديل والتجميع ولخاصّية توزيع الضرب بالنسبة إلى الجمع، وهو مسار نستطيع الإحساس به منذ كتاب "الباهر" للسموأل[80]. ورغم أنّ هذه الخواصّ لم تكن قد حُدِّدت بعد، إلاّ أنّها استُخدمت في البرهان "باللفظ".

ولا بدّ من أن نلحظ أخيراً أنّ هذا التفريق البذري (الذي قام به الخوارزمي) بين هذين النوعين من البرهان في الجبر، لا يجب أن يحجب عن أعيننا أنّ الأسبقيّة عند هذا الرياضيّ كانت للبرهان "بالعلّة"، عندما يمكن القيام به. وعندما كان يبدو أنّ هذا النوع من البرهان غير قابل للتطبيق كان يحلّ محلّه البرهان "باللفظ"، الذي يأتي عند

[79] انظر نص الخوارزمي في ما يتبع، ص ١٧٢، س ١٧-١٩.

[80] السموأل، الباهر في الجبر = *Al-Bāhir en algèbre d'As-Samaw'al*، ص ١٠٤-١١١.

الخوارزمي في المرتبة الثانية. ولكنّ هذه التراتبيّة ما لبثت أن انقلبت مع تطوّر الحساب الجبريّ التجريدي.

وتُشير كلّ الدلائل إلى أنّ هذا التفريق فَرَضَ نفسه بشكل طبيعيّ على الخوارزمي وذلك بسبب تصَوُّره لموضوع الجبر، من جهة أُولى –الشيء أو المجهـول–، وللمعيـار البرهاني الذي ينبغي أن يَحكُم هذه المادّة العلميّـة الجديـدة، مـن ناحيـة ثانيـة. فلـ"الشيء"، كما رأينا، وضعيّات ثلاث لا يمكن فصل إحداها عن الأخـرى: فهـو العدد وهو المقدار غير المُنطَق التربيعيّ وهو جذر المعادلة من الدرجة الثانية أو من درجة أعلى. وبما أنّ "الشيء" في الحالتين الأخيرتين يمكن تمثيله بقطعة من خـط مـستقيم، نستطيع، في هاتين الحالتين، أن نُطبِّق عليه البراهين التي تجوز على القِطَـع المـستقيمة، فيفرض البرهان "بالعلّة" نفسه كـ *demonstratio potissima*. وصحيح أنّ الهندسة، وتحديداً كتاب الأصول"، كانت في ذلك العصر المادّة الرياضيّة الوحيدة "المصادراتيّة". ولكن، عندما يُمَثَّل "الشيء" بقطعة مستقيمة، و"المال" بمساحة مربّعة، يجـب إيجـاد أسلوب للبرهان يتماشى مع الوضعيّات الثلاث لـ"الشيء" كلّها، وهنا يدخل البرهان "باللفظ" أي البرهان الجبريّ.

نرى إذن أنّ البرهان الجبريّ قد فرض نفسه فرضاً على الخوارزمي وعلـى خلفائه، وذلك في حقل الحسابات الجبريّة، لا في حقل نظريّة المعادلات، لأنّ هذه النظريّة تلائم تماماً البرهان الهندسيّ. وانقضت مدّة طويلة من الزمن قبل أن يتوصّل البرهان الجبريّ إلى درجة التقدّم على البرهان الهندسي، حتّـى في مجـال نظريّـة المعادلات نفسها، وأن يحصل الانقلاب في التراتبيّة، الذي سبق أن أشرنا إليه، بين هذين النوعين من البرهان. ولكنّ الحقبة التي شكّلت فترة انتظار هذا الانقلاب في التراتبيّة، لم تخلُ من جبريّين أعربوا عن ضرورة القيام بـبراهين جبريّـة في مجـال المعادلات التكعيبيّة، حتّى وإن لم تتوفّر لديهم الوسائل للتوصّل إليها[٨١].

---

[81] انظر: الخيّام، "مقالة في الجبر والمقابلة"، في كتاب رياضيّات عمر الخيّام المذكور سابقاً، ص ١٧٥.

٢-٣ أقليدس وهيرون الإسكندري والخوارزمي

لم يكن الرياضيّ البغدادي، الخوارزمي، على علم بكتاب "الأصول" لأقليدس فحسب، بل كان التقليد الهيروني أيضاً بمتناول يده. وتوجد على هذا الأمر أدلّة قدّم بعضُها منذ أكثر من قرن، استندت إلى فصلين قصيرين من كتاب الخوارزمي، مخصَّصَين لعلم المساحة، أي لقياس مساحات الأشكال البسيطة وحجوم بعض المجسّمات الابتدائيّة، ولبعض البناءات الهندسيّة؛ فهما يعالجان إذن مسائل هندسيّة.

يقترح الخوارزمي في هذين الفصلين المخصّصين للمساحة، تصنيفاً للأشكال رباعيّة الأضلع وآخر للمثلّثات. هذان التصنيفان هما التصنيفان نفسهما اللذان نصادفهما في تحديدات الكتاب الأوّل من "الأصول". فقد عدّد الخوارزمي، كما فعل أقليدس في التحاديد ٣٠-٣٤، خمسة أنواع من رباعيّات الأضلاع هي: المربّع، والمستطيل، والمعيَّن، ومتوازي الأضلاع، وذي الأضلع غير المتساوية والزوايا غير المتساوية.

أعطى الخوارزمي، على خُطى أقليدس، تصنيفين للمثلّثات؛ الأوّل بحسب شكل المثلّث: قائم الزاوية، ومنفرج الزاوية وحادّ الزوايا؛ والثاني بحسب الأضلع: متساوي الأضلع، ومتساوي الساقين، الذي لا يحوي ضلعين متساويين؛ والأهمّ هو أنه أعطى التكافؤات التالية، في مثلّث نشير إليه بـ ABC، وإلى ضلوعه بـ a (المقابل لـ A)، وb، وc:

الزاوية A قائمة $\Leftrightarrow b^2+c^2=a^2$ ،

الزاوية A حادّة $\Leftrightarrow b^2+c^2>a^2$ ،

الزاوية A منفرجة $\Leftrightarrow b^2+c^2<a^2$ ،

الموافقة للقضايا I.38، وII.12، وII.13، من "الأصول".

فمعرفة الخوارزمي بكتاب "الأصول" ليست موضِع شكّ؛ إلاّ أنّ وصولَه إلى التقليد الهيروني وإن كان أيضاً أمراً أكيداً، يطرح مزيداً من المسائل. ففي حين كان

كتاب "الأصول" متوفّراً بالعربيّة في بغداد، وبالتحديد في "بيت الحكمة" الذي كـان الخوارزمي أحد أعضائه، لا يوجد أيّ مؤشّر على أنّ الترجمة العربيّة لمؤلّفات هـيرون في الهندسة كانت قد حصلت. فقدامى المفهرسين، كابن النديم[٨٢]، لا يأتون على ذكر أيّ ترجمة لأعمال هيرون الهندسيّة قبل النصف الثاني من القرن التاسع للميلاد. بـل، وأكثر من ذلك، فإنّ كتب هيرون المترجمة إلى العربيّة، التي ذكرها النديم هي: "كتاب الحيل الروحانيّة" (الميكانيكا)، و"كتاب العمل بالاسطرلاب" و"كتاب حلّ شـكوك أقليدس". ولكنّنا نعلم، من جهة أخرى، استناداً إلى نصّ عبريّ متأخّر، يتعلّق بمصادر عربيّة، هو "مِشنة ها-مِدّوت"[٨٣]، أنّ رياضيّي ذلك العصر كانوا على علـم بـبعض عناصر التقليد الهيرونيّ.

إنّ مسألة استعارة الخوارزمي لبعض المسائل من التقليد الهيرونيّ هـي مـسألة مهمّة جدّاً بالنسبة إلينا. فالنصّ الهيرونيّ، الذي يتّصف بكونه يحوي خليطاً من علـم الحساب والهندسة من جهة، وبانحياز إلى العمليّات الإجرائيّة من جهة أخـرى، مـن شأنه أن يترك انطباعاً بأنّ هذا النصّ هو نصّ شبه جبريّ. لذلك لم يتردّد المؤرّخون في ترجمة هذا النصّ مستخدمين تعابير الجبر، وأحياناً في تقريبه من نصّ الخوارزمي. هذا الأمر يدعونا إذن إلى إيلاء أهمّيّة خاصّة للنظر إلى كيفيّة قـراءة الخـوارزمي نفـسه للمسائل التي استعارها من التقليد الهيروني.

إحدى هذه المسائل القليلة المستعارة هي حساب مساحة مثلّث ABC، ضلوعه ($AB = a$)، و($BC = b$)، و($AC = c$)، حيث a=14، وb=13، وc=13. وهـذا مـا يكتبه هيرون بخصوصها:

---

[82] يذكر ابن النديم في الفهرست، ص ٣٢٨، كتاب حلّ شكوك أقليدس لهيرون، ولكن دون أن يذكر إن كان مترجماً إلى العربيّة أو لا.

[83] انظر:

S. Gandz, "The Mishnat ha Middot and the Geometry of Muhammad Ibn Musa al-Khowarizmi", *Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik*, Abteilung A Quellen, 2 (1932).

"في المثلّثات ذات الأضلع غير المتساوية".

"ليكن مثلّث حاد الزوايا، ضلعه الأصغر 13 قطعة من الأرض، وقاعدته 14 قطعة من الأرض، ووتره 15 قطعة من الأرض. جِد ارتفاعه. افعل هكذا: اضرب الـ13 من الضلع الأصغر في نفسها. ذلك يُعطي 169. والـ14 من القاعدة في نفسها. ذلك يُعطي 196. والـ15 من الوتر الأصغر في نفسها. ذلك يُعطي 225. ومن ثمّ اجمع ضرب القاعدة وضرب الوتر، فيكون 196 و225. ذلك يُعطي 421. واطرح من ذلك ضرب الضلع الأصغر، أي 169. يبقى 252. نصفها 126. اقسم ذلك على الـ 14 من القاعدة. ذلك يُعطي 9. وهذه هي كميّة القِطَع من الأرض. اضربها في نفسها. ذلك يُعطي 81. اطرح الـ 81 من ضرب الوتر وهو 225. يبقى 144. ضلعها التربيعي 12. هذه هي كميّة قِطع أرض الارتفاع.

وبطريقة أخرى. اجمع ضرب القاعدة وضرب الضلع الأصغر، فيكون 196 و169. ذلك يُعطي 365. واطرح من ذلك ضرب الوتر، أي 225. يبقى 140. نصفها 70. والجزء من 14 من أجزائها، 5. وهذه كميّة المنفصل. (واضربها) بنفسها وهذا يَعمل 25. واطرح الـ 25 من الـ 169. يبقى 144. ضلعها التربيعي يعطي 12. هذه هي كميّة قِطع أرض الارتفاع"[84].

ونعيد عمليّاته الحسابيّة بالترتيب:

$14^2 + 15^2 = 421$؛ ومنها $421 - 13^2 = 252$، ونصفها 126. نقسم 126 على 14 فنحصل على 9. ومن ثمّ $15^2 - 9^2 = 144$؛ فيكون الارتفاع $AD = h = 12$، وتكون المساحة 84.

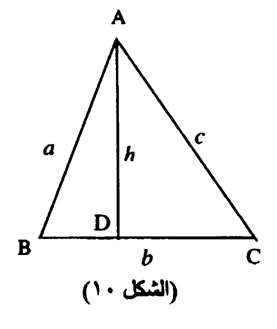
---

[84] انظر:

Heronis Geometrica, dans: Heron Alexandrinus, *Opera*, t. IV, éd. J. L. Heiberg, Bibliotheca Teubneriana, Leipzig, 1912, pp. 234, 1-25.

من الواضح أنّ هيرون يُطبِّق هنا القضيّة II.13، من "الأصول"، على المثلّثات ذات الزوايا الحادّة (الشكل ١٠)، التي تُعطي:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2CB.CD$$ ،



(الشكل ١٠)

وهذا يُعطي:

$$CD = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2b} = 9$$ ،

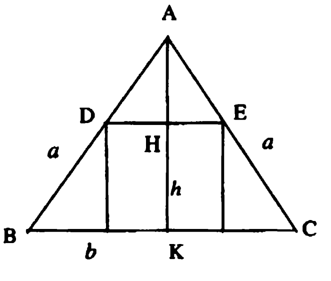
ومنها $h^2 = 144$، ... إلخ.

يستعيد الخوارزمي المسألة نفسها، وبالوسائط نفسها، ويفترض BD مجهولاً ("شيئاً") ويحسب $h^2 + x^2 = a^2$ و $h^2 + (b-x)^2 = c^2$ فيكون $a^2 - x^2 = c^2 - (b-x)^2$، وبالتالي $169 - x^2 = 225 - (14-x)^2$ أي $169 = 29 + 28x$ ومنها $x = 5$ و $h = 12$ وتكون المساحة 84.

ومن البديهي أنّ الخوارزمي يطبّق على هذه المسألة الوسائل الجبريّة ويستخدم مبرهنة فيثاغوراس مرّتين ليصل إلى نتيجته، دون أن يستخدم القضيّة الثانية من "الأصول". هذا الاختلاف في الرؤى الذي يفصل بين الخوارزمي والتقليد الهيروني، الذي هو في نظرنا اختلاف جوهريّ، هو أيضاً خلاف منهجيّ. فلقد طبّق الخوارزمي الطريقة نفسها على مسألة أخرى، مستعارة من هيرون، نُقدّم ترجمتها في ما يلي:

"ليكن مثلّث متساوي الساقين، قاعدته 12 قطعة من الأرض وارتفاعه 8 قطع من الأرض، ومساحته 48 قطعة من الأرض، وليكن في داخله مربّع محاط بمثل هذا المثلّث. جِد المربّع. افعل هكذا: اجمع قاعدة المثلّث وارتفاعه، أي 12 و8. هذا يُعطي 20. ومن ثمّ اضرب القاعدة في الارتفاع، أي الـ12 في الـ8. هذا يُعطي 96. اقسمها على المجموع أي على 20. هذا يُعطي $4\frac{1}{2}\frac{1}{5}\frac{1}{10}$، أي $4\frac{4}{5}$. وهذه كميّة قِطع الأرض لكلّ من ضلوع المربّع. (اضربها) في نفسها، فهذا يُعطي $23\frac{1}{125}$. ويجري الضرب كما يلي: $4\times4=16$، $4\times\frac{4}{5}=\frac{16}{5}$؛ $\frac{4}{5}\times4=\frac{16}{5}$، $\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}=\frac{16}{25}=\frac{3}{5}\frac{1}{25}$؛ إجمع $16+\frac{35}{5}+\frac{1}{25}$؛ $\frac{35}{5}=7$ تُجمَع مع الـ 16 الباقية. العدد الحاصل من الضرب هو $23\frac{1}{25}$، وهو كميّة قِطع أرض مساحة المربّع"[85].

مسألة هيرون هنا هي إذن مسألة إحاطة مربّع داخل مثلّث متساوي الساقين، ABC، قاعدته $BC=12$، وارتفاعه 8، ومساحته 48.



(الشكل ١١)

لتكن القاعدة $b=12$، وليكن $h=8$ الارتفاع، فيكون الساق $a=10$، ويكون $\frac{1}{2}hb=48$، و$b+h=20$، $b.h=96$، وأخيراً يكون $\frac{bh}{b+h}=\frac{24}{5}$، هو ضلع المربّع (الشكل ١١).

[85] انظر: *Heronis Geometrica*، من ص ٢٥٤، س ٢١، إلى ص ٢٥٦، س ١٥.

لا يشرح هيرون مساره. نلفت النظر إلى أنّه لم يلجأ إلى أيّة قيمة مجهولة؛ لذا قد يكون ارتكز إلى تشابه المثلّثين ABC وADE، الذي يُعطي:

$$\frac{AH}{AK}=\frac{DE}{BC}$$

ومنها:

$$\frac{AK-HK}{AK}=\frac{HK}{BC}=\frac{AK}{AK+BC}$$ ،

ومنها ينتج أنّ $HK=\frac{bh}{b+h}$ هو ضلع المربّع المحاط بالمثلّث.

هذه المسألة أيضاً يستعيرها الخوارزمي وبالوسائط ذاتها، ولكنّه يحلّها بواسطة الجبر. فهو يعتبر ضلع المربّع "شيئاً"، أي x، والمربّع "مالاً" أي x^2، وبما أنّ مساحة المثلّث الأساسي هي مجموع مساحة المربّع مع مساحات المثلّثات الثلاثة التي تحصل من إحاطة المربّع، يكون:

$$x^2+\frac{x}{2}(b-x)+\frac{x}{2}(h-x)=48$$ ،

فيكون $x=4+\frac{4}{5}$.

وبالإمكان تكوين فرضيّات حول استعارات أخرى للخوارزمي من التقليد الهيروني. من هذه الاستعارات القيمة $\frac{22}{7}$ للعدد π، وقيمة حجم جذع الهرم، وصيغة المساحة A للدائرة ذات القطر $d=7$:

$$A=d^2\left(1-\frac{1}{7}-\frac{1}{14}\right)=49\left(1-\frac{3}{14}\right)=38\frac{1}{2}$$ ،

وغيرها[٨٦].

---

[86] انظر: *Heronis Geometrica*، ص ٢٥٤، س ٨-١٦، حيث يكتب هيرون: توجد أيضاً معايير ثابتة للقياس هي التالية: في كلّ مثلّث، يكون الضلعان أكبر من الضلع الثالث؛ وفي كلّ مثلّث قائم الزاوية، يكون مربّعا الضلعين اللذين يحيطان بالزاوية القائمة، مساويين لمربّع الوتر؛ وفي كلّ دائرة يكون المحيط مساوياً لثلاثة أضعاف القطر وسُبعه؛ وأحد عشر (ضعفاً من) مربّع قطر الدائرة تساوي أربعة عشر (ضعفاً من) مساحة الدائرة".

يُظهر المثلان السابقان بوضوح أنّ المسائل التي استعارها الخــوارزمي، قــد تمّ وضعها ضمن رؤية غير تلك التي كانت لهيرون، هي رؤية الجبر. وحتّــى أســلوب العمليّات لدى هيرون، الذي كان من شأنه أن يستميل الخوارزمي، كان مختلفاً عــن أسلوب الرياضيّ البغدادي. فبينما اتّبع هيرون ترتيباً هندسيّاً حسابيّاً، اتّبع الخوارزمي مساراً جبريّاً-هندسيّاً. لذا، فإنّ كلّ الدلائل تُشير إلى أنّ مفاهيم الخوارزمي وطرائقه، كانت موجودة لديه عند استعارته لهذه الأمثلة من هيرون. تأثير التقليد الهيروني كان إذن على هذا المستوى، و لم يكن له أثر على تصوّر الخوارزمي للجبر كعلم جديد.

٢-٤ ديوفنطس والخوارزمي

كتاب "الحساب" لديوفنطس، هو من المؤلّفات التي يرِد ذكرها كثيراً باعتبارها من أصول الجبر. ويمكننا وصف هذا الأمر بأنّه رأي سائد تواصل الدفاع عنــه منــذ القرن السادس عشر على الأقلّ (مع بومبللي Bombelli على سبيل المثال)[٨٧]، و لم يزل يتمتّع بالحيويّة إلى آيامنا هذه. وهنا لا بدّ أن تخطر على البال بعض المؤلّفــات مثــل كتاب نيسّيلمان: Nesselmann, *Die Algebra der Griechen*، وكتاب هيث: Heath, *Diophantus of Alexandria and the Origin of Algebra*، وكتب جاكوب كلايــن (J. Klein) وباشماكوفا (I. G. Bashmakova) وغيرها[٨٨]. هذا الرأي السائد، مبنيّ على

---

[87] انظر:

Rafael Bombelli, *L'Algebra*, préface de E. Bortolotti et introduction de U. Forti (Milan: Feltrinelli, 1929), p. 8.

[88] انظر:

G. H. F. Nesselmann, *Die Algebra der Griechen* (Berlin: VEB Deutscher Verlag der Wissen- schaften, 1842); Thomas Heath, *Diophantus of Alexandria: A Study in the History of Greek Algebra* (New York: Dover Publications, 1964); J. Klein, *Greek Mathematical Thought and the Origin of Algebra*, translated by Eva Brann, With an appendix containing Vieta's Introduction to the analytical art; translated by J. Winfree Smith (Cambridge, MA: M. I. T. Press, 1968); I.G. Bashmakova and G.S. Smirnova, *The Beginnings and Evolution of Algebra*, translated from the Russian by Abe Shenitzer, with the editorial assistance of David A. Cox, Dolciani Mathematical Expositions; no. 23 (Washington, DC: Mathematical Association of America, 2000).

إحدى الفكرتين التاليتين: الأولى هي أنّ "حساب" ديوفنطس هو كتاب جبريّ[89]، والثانية هي أنّ كتاب الخوارزمي وكتاب ديوفنطس ينتميان إلى التقليد نفسه، الذي يعود أصلاً إلى الرياضيّات البابليّة. ولكن، وقبل التوقّف لمناقشة هذه الأفكار، يجدر البدء بالتذكير بواقع تاريخيّ هو أنّ مؤلّف "الحساب" لديوفنطس، (وبالتحديد، سبعة كتب من هذا المؤلّف)، تُرجِم إلى العربيّة بعد حوالى نصف قرن من كتابة جبر الخوارزمي. وقد سبق أن بيّنّا، في مكان آخر[90]، أنّ هذه الترجمة قام بها قسطا بن لوقا وصاغها بلغة الخوارزمي؛ فبهذا المعنى يُصبح ديوفنطس خليفةً للرياضيّ البغداديّ وليس العكس.

الفوارق بين "حساب" ديوفنطس و"جبر" الخوارزمي لا يمكن بتاتاً غضّ النظر عنها أو تخفيضها. فمشروع ديوفنطس هو بناء نظريّة حسابيّة ἀριθμητικὴ θεωρία، عناصرها الأعداد والأجزاء الكَسرِيّة، حيث يُعتَبَر العدد كثرةً من الوحدات μονάδων πλῆθος، وتُعتَبَر الأجزاء الكسريّة كسوراً من مقادير. أمّا مشروع الخوارزمي فكان مختلفاً تماماً، وهو بناء حسابات على المجاهيل وتأسيس نظريّة للمعادلات التي تُحلُّ بواسطة الجذور، ومن هنا كان توقّفُه عند الدرجتين الأولى والثانية وعناصرهما: العدد، والمجهول ومربّع المجهول.

هذان المشروعان المختلفان صيغا بأسلوبين، هما أيضاً مختلفان: فقد عمد ديوفنطس إلى التوفيق بين الأنواع الثلاثة من الأعداد، دون غيرها، لصياغة كلّ المسائل الممكنة. وهذه الأنواع هي: العدد الخطّي والعدد السطحي والعدد المجسّم، بحسب التقليد الأقليدي والأرسطوطاليسي. فقد جرى، على سبيل المثال، توفيق مربّع

---

[89] انظر: ديوفنطس الإسكندراني، صناعة الجبر، ترجمة قسطا بن لوقا؛ حققه وقدم له رشدي راشد، التراث العلمي العربي؛ ١ (القاهرة: الهيئة المصرية العامة للكتاب، ١٩٧٥).

[90] انظر:

Diophante, *Les Arithmétiques*, texte établi et traduit par R. Rashed, Collection Universités de France, 2 vols., (Paris: Les BellesLettres, 1984).

ومكعب من أجل مساواته مع نوع آخر. وهذا ما جعله يحصل على مسائل محـــدَّدة*، كما على مسائل غير محدَّدة. أمّا أسلوب الخوارزمي فمختلف تماماً: فهـــو يـــصوغ المعادلات من الدرجة الأولى والثانية، بمتغيّر واحد، ويدرس العمليّات الحسابيّة علـــى ذوات الحدّين وعلى ثلاثيّات الحدود المرافقة لهذه المعادلات. ولم يُطبِّق نظريّته هـــذه على حلول المسائل، إلاّ فيما بعد، وكلّ المسائل التي طرحها وحلّها كانت مُحَدَّدة.

هذه الفروق التي ذكرنا، تقود إلى فروق أخرى لا تقلّ أهمّيّة عنها. فبينمـــا لا توجد في "حساب" ديوفنطس أيّة دراسة للكائنات الهندسيّة، نرى أنّ "الـــشيء" أي المجهول في جبر الخوارزمي، باستطاعته أن يكون كائناً هندسيّاً، كما أنّ الجبر يُطبَّـــق لحلّ المسائل الهندسيّة. ويقتضي حلّ المسألة عند ديوفنطس السعي، عن طريق التعويض والحذف، للوصول إلى وضعيّة "يبقى فيها نوع واحد في جهة وفي الجهة الأخـــرى"، لكي نحصل في النهاية على عدد مُنطَق موجِب؛ وعلى سبيل المثال، نأخـــذ مـــسألة ديوفنطس التالية: إيجاد مربّعين، يكون مجموعهما مجموع عددين مربّعين، وهي مسألة تُعبِّر عنها (بلغة عصرنا) المعادلة التالية: $x^2+y^2=a^2+b^2$، حيث المجهولان همـــا x وy.

تعتمد طريقة ديوفنطس على وضع: $x=a+t$ و $y=ut-b$؛ فإذا تمّ تعويض هذه القِيَم وحذف الحدود المشتركة، نحصل على

$$t=\frac{2(bu-a)}{u^2+1}،$$

ومنها نحصل على x وy.

أمّا تصوُّر الخوارزمي لحلّ المسائل فكان مختلفاً تماماً، إذ كان يسعى إلى تحديـــد الجذور الموجِبة للمعادلات. هذا يعني أنّ ديوفنطس، وإن لجأ إلى تقنيّات كتلك الـــتي أصبحت فيما بعد تتّصف بكونها جبريّة، فإنّ كتابه الذي يتألّف من سلاســـل مـــن

* أي لها عدد محدود من الحلول. ويستعمل بعض قدماء الرياضيّين العرب كلمة "محدودة" بَدَل كلمة "مُحَدَّدة" للدلالة على هذه الصفة (المترجم).

المسائل العدديّة، ليس كتاباً جبريّاً بأيّ حال. هذا مع العلم بأنّ الخوارزمي لم يعالج المسائل الديوفنطسيّة[٩١]. نضيف إلى ذلك، أنّ ديوفنطس بحث عن الحلول التي تأخذ شكل الأعداد المُنطَقة الموجبة، بينما قبلَ الخوارزمي الحلول غير المُنطَقة مثل $x = \sqrt{5}$ أو $x = \sqrt{30}$، ...

ومن جهة أخرى، وحتّى عندما كان ديوفنطس يطرح مسألة مُحـدّدة، من الدرجة الثانية، كانت طريقته في مقاربة تلك المسألة وحلّها تختلف عن طريقة الخوارزمي. ومثالاً على ذلك نأخذ المسألة I.30، وهي إحدى مسائل ثلاث من الكتاب الأوّل من مؤلّف "الحساب"، اعتُقدَ أنّها تدرس المعادلة التربيعيّة؛ هذه المسألة هي التالية: "جِد عددين، يُشَكِّل الفرق بينهما وضربهما عددين معطَيَين"[٩٢].

النصّ البيانيّ لهذه المسألة يمكن اعتباره نموذجاً لنصوص مسائل "حساب" ديوفنطس. ولم يسبق هذا النصّ أيّ دراسة للمعادلات التربيعيّة. يمكن إعطاء الترجمة الرمزيّة لهذه المسألة كما يلي:

$$\begin{cases} x - y = a, \\ x . y = b, \end{cases}$$

حيث a وb عددان مُعطَيان.

قبل أن يمضي ديوفنطس قُدُماً في حلّ المسألة، يريد أن يتأكّد من كونها "محدّدة بشكل مناسب ("πλασματιχός")، فيكتب: "يجب، في كلّ حال، أن تُشكِّل أربعة أضعاف ضرب العددين، مضافٌ إليها مربّع الفرق بينهما، مربّعاً". فهو إذن يُعطي الشرط الضروري لوجود حلّ موجب للمسألة؛ هذا الشرط هو التالي:

$$4xy + (x - y)^2 = 4b + a^2 = z^2$$

---

[91] باستثناء بعض منها في القسم الثاني من الكتاب المخصّص لحساب الإرث والوصايا، وهي جميعاً مسائل من الدرجة الأولى.

[92] انظر:
Diophante d'Alexandrie, *Les Six Livres arithmétiques et le livre des nombres polygones*, Œuvres traduites pour la première fois du grec en français, avec une introduction et des notes par Paul Ver Eecke, Nouveau triage (Paris: A. Blanchard, 1959), p. 40.

وتعتمد طريقة حلّ ديوفنطس، البـــدء بوضـــع $x+y=2t$، ومنـــها $x=t+\frac{a}{2}$ و $y=t-\frac{a}{2}$. عند ذلك تُصبِح المعادلة الأولى (أي $x-y=a$) محقّقـــة، وتُكتَـــب الثانية على الشكل: $4b+a^2=(2t)^2$.

وهكذا نلاحظ أنّ الطريقة في هذه المسألة كما في غيرها من المسائل المـــشابهة، تعتمد أخذ أحد المجهولَين كحاصل جمع نصف مجموعهما مع نصف الفرق بينـــهما، والآخر كحاصل طرح نصف الفرق بينهما من نصف مجموعهما. ونلاحظ أيـــضاً أنّ هذه الطريقة قديمة قِدَمَ الرياضيّات البابليّة والمصريّة، كما نلاحظ، أخيراً، أنّها ليست بتاتاً طريقة الخوارزمي. فلو كانت هذه المسألة مطروحة على الخوارزمي، لما أعطـــى شرطاً ضروريّاً لكونها "مُحَدّدة بشكل مناسب"؛ ولكان ردّ هذه المسألة، مـــن أجـــل حلّها، إلى أحد أشكال المعادلات التربيعيّة التي سبق أن درسها. فهـــو قـــد أعطـــى الفصلين اللذين عالج فيهما مسائل مشابهة للمسألة المذكورة، عنـــوانين همـــا "بـــاب المسائل الست" أي المعادلات "القانونيّة" الست، و"باب المسائل المختلفة" أي تلـــك التي تعود إلى المعادلات القانونيّة الست.

باختصار، وكما لَحَظ فير إيـــك (Paul Ver Eecke)، عمَـــدَ ديـــوفنطس في طريقته إلى اختيار مجهول مساعد، ممّا أدّى إلى تحاشي تشكُّلِ المعادلة ثلاثيّة الحدود[٩٣].

هذا الفرق بين الخوارزمي وديوفنطس لاحظه جبريّو القرن العاشـــر للمـــيلاد الذين يعرفون جيّداً كتاباتهما والذين، إضافة إلى ذلك، قـــاموا بتفـــسير "حـــساب ديوفنطس" جبريّاً. فقد تحدّث الكرجي عن طريقة إتمام المُربّع "على طريق ديوفنطس". فهكذا، عند معالجة معادلة من الشكل $x^2-ax=b$، تحصل من المسألة I.30، مـــن

---

[93] المرجع السابق، ص XXVI.

كتاب "الحساب"، يجري إتمام المربّع: $\left(x-\frac{a}{2}\right)^2=b+\left(\frac{a}{2}\right)^2$، ومـن ثمّ يوضـع: $x=t+\frac{a}{2}$؛ ويتمّ التعويض أي إحلال $t+\frac{a}{2}$ محلّ x، من أجل تحديد x.

هذا التفسير، يبتعد كثيراً عن طريقة ديوفنطس. فهذا الرياضيّ لم يتمّم المربّع في أيّ وقت من الأوقات، ولكنّه كان يُبرِز شَكلَ التعويض الذي يستخدمه.

٢-٥ آريَبْهَطا وبرَهْمَغوبتا والخوارزمي

يلجأ بعض مؤرّخي الرياضيّات، منذ منتصف القرن التاسع عشر –لا قبل تلك الفترة بتاتاً–[٩٤] إلى ضمّ أعمال آريَبهَطا وبرَهْمَغوبتا إلى المصادر العديدة المحتملة لجـبر الخوارزمي. وقد تولّد الاعتقاد بأنّ جبر هذا الرياضي البغدادي يرجع إلى أصل هنديّ، إثر نشر كتاب هـ. ث. كولبروك (H. Th. Colebrooke)[٩٥]. ولقد ساعد في انتشار هذا الرأي، الدعمُ الذي تلقّاه بعد ذلك بفترة وجيزة، عام ١٨٣١، مـن قبـل ف. روزن (F. Rosen)[٩٦]، الذي قام بتحقيق كتاب الخوارزمي وترجمته إلى الإنكليزيّـة. ولكنّ هذا الرأي تعرّض للانتقاد ورُفِض، لا من قِبل الذين يعتبرون أنّ الجبر يعود إلى أصل يونانيّ فحسب، بل أيضاً من قِبَل المختصّين بالعلوم الهنديّة مثل لِيـون روديـه (Léon Rodet)[٩٧]. لكن، ولأسباب لا مجال للحديث عنها هنا، صمد هذا الرأي أمام الانتقادات ولم يزل منتشراً إلى يومنا هذا؛ إلاّ أنّ أيّاً من المتمسّكين بـه لا يـستطيع

---

[94] تكفي، للاقتناع بذلك، قراءة كتاب مونتوكلا (Montucla): *"Histoire des Mathématiques"* أو "موسوعة" دالامبير (d'Alembert): *"l'Encyclopédie méthodique"*.

[95] هو الكتاب التالي:

Brahmagupta, *Algebra, with Arithmetic and Mensuration, from the Sanscrit of Brahmegupta and Bhâscara*, translated by Henry Thomas Colebrooke (Londres: J. Murray, 1817).

[96] انظر:

Frederic Rosen, ed., *The Algebra of Mohammed ben Musa* (Londres: Oriental Translation Fund, 1831).

[97] انظر:

L. Rodet, "L'Algèbre d'al-Khârizmi et les méthodes indienne et grecque", *Journal asiatique* (janvier 1878), pp. 73-98.

تبريره تاريخيّاً أو زمنيّاً بشكل مُقنع. فالوثائق التي يتطلّبها هذا التبرير مفقودة، وبَـدَل التحليل الدقيق لا نجد ما يسند هذا الرأي سوى استكمالات وفرضيّات انطلاقاً من تشابهات غير واضحة المعالم.

ولكنّ مسألة الأصول الهنديّة المحتملة للجبر تبقى مسألة جديرة بأن تُعالج. فقد كان علماء البصرة، ومن بعدهم علماء بغداد، على اطّلاع على العديد من النشاطات العلميّة الهنديّة، بما فيها النشاطات في علم الفلك. يُضاف إلى ذلك، كما يدلّ زيج الخوارزمي، أنّ هذا العالم نفسه نهل من الأدبيّات الفلكيّة الهنديّة. وكان الخوارزمي على علم بما سُمّي "الحساب الهندي"، أي بالحساب الذي يستخدم الرموز الرقميّة التسعة[98]، كما كان مطّلعاً على بعض عناصر علم المثلّثات المستعارة من فلكيّي الهند[99]. من المهمّ إذن أن نعرف ما إذا كان على علم بعناصر أخرى من الرياضيّات الهنديّة (مفاهيم كانت أو طرائق) من شأنها أن تُسهم في إعداده لكتابه الجبريّ.

أوّل ما تتطلّبه معالجة هذه المسألة هو اعتماد مسعىً، يعاكس في اتجاهه، المساعي المعتادة التي سبق اعتمادها، التي كان لا بدّ لها من أن تؤدّي إلى رؤية خاطئة.

---

[98] يُشير إلى ذلك عنوان كتابه في الحساب الهندي.

[99] كَتب هـ. سوتر (H. Suter): "[...] استمرّ إلى يومنا هذا اعتبار المرجع الهنديّ المقصود هو "برَهما سيدهانتا" *Brahma-Sidhānta* (الذي أعدّه برَهماغوبتا في النصف الأوّل من القرن السابع للميلاد)، ولكنّنا سوف نرى لاحقاً بأنّ هناك العديد من المؤلّفات المعروفة بالـ"سيدهانتا"، التي يُحتمل أن تكون شكّلت مراجع، وعلى الأخصّ الـ"سيريا سيدهانتا"، ممّا يشكّل مؤشّراً على أنّ الخوارزمي قد يكون استعان بجداول الشاه الفارسيّة ("زيج الشاه" أو "زيج الشهريار") [...]":
Heinrich Suter, *Die astronomischen Tafeln des Muḥammed Ibn Mūsā al-Khwārizmī, in der Maslama Ibn Ahmed al-Madjrīṭī* (Copenhague: Herausgegeben und Kommentiert, 1914), p. 32.

وقد ذهب أ. نوجباور (O. Neugebauer)، في ترجمة نص الخوارزمي هذا إلى الإنكليزيّة وفي شرحه الدقيق له، إلى أبعد ممّا وصل إليه هـ. سوتر؛ فقد كتب (على سبيل المثال): "ومن الواضح أيضاً أنّ عمَل الخوارزمي نفسه يحتوي عناصر من أصول واسعة الاختلاف: هذه العناصر هي، بقسم منها، هنديّة (خاصّة فيما يتعلّق بنظريّة علم الكواكب)، وبقسم منها هيلّينستيّة-عربيّة"؛ انظر:
Muḥammad Ibn Mūsā al-Khwārizmī, *The Astronomical Tables of al- Khwārizmī*, translation with Commentaries of the Latin version edited by H. Suter; supplemented by Corpus Christi College MS 283, by O. Neugebauer, Historisk-filosofiske skrifter; bd. 4, nr. 2 (Copenhague: I kommission hos Munksgaard, 1962), p. 233.

لذا، وبَدَل الانطلاق من الرياضيّات الهنديّة كما وصلتنا بالسنسكريتيّة، سننطلق ممّا كان بإمكان الخوارزمي أن يعرفه عنها بالعربيّة أو الفارسيّة؛ وسلوكنا هذا، لا بدّ من أن يقينا من المقارنات ومن التشابهات العشوائيّة. ويجب، من جهة أخرى، الامتناع عن تعميم ما حصل في علم الفلك وفي الحقول الأخرى المرتبطة به (مثل بعض الطرائق الحسابيّة، كطريقة الاستكمال التربيعي)[100]، على مجالات أخرى مثل الجبر والتحليل الديوفنطسي.

السؤال الأول الذي يطرح نفسه في هذا الصدد يتعلّق بمدى معرفة رياضيّي البصرة وبغداد بالرياضيّات الهنديّة عند نهاية القرن الثامن. ولكن، لم يبق من النصوص السنسكريتيّة المترجمة إلى العربيّة، التي من شأنها مساعدتنا للإجابة بدقّة عن هذا السؤال، سوى آثار متفرّقة في عدد من الأزياج المختلفة[101]. ويتوجّب أيضاً عند معالجة هذه الأزياج، تفريق الآثار المعاصرة للخوارزمي، عن تلك التي وصلتنا من الرياضي والباحث في العلوم الهنديّة، البيروني، الذي عاش بعد عصر الخوارزمي بحوالى

---

[100] انظر:

R. Rashed, "Al-Samaw'al, al-Bīrūnī et Brahmagupta: Les Méthodes d'interpolation," *Arabic Sciences and Philosophy: A Historical Journal*, vol. 1 (1991), pp. 100-160, and R. Rashed, "Indian Mathematics in Arabic," paper presented at: *The Intersection of History and Mathematics* (conference), edited by Sasaki Chikara, Sugiura Mitsuo and Joseph W. Dauben, Science Networks Historical Studies; v. 15 (Basel; Boston, MA: Birkhaüser-Verlag, 1994), pp. 143-148.

[101] انظر نالينو (Nallino)، الذي يُعيد رسم انتقال العلوم الهنديّة إلى العربيّة:

C. Nallino, *Arabian Astronomy: Its History during the Medieval Times* (Rome: [n. pb.], 1911), pp. 149-186.

انظر أيضاً:

David Pingree, "The Fragments of the Works of Ya'qūb ibn Ṭāriq," *Journal of Near Eastern Studies*, vol. 27 (January-October 1968), pp. 97-125; E. S. Kennedy, "The Lunar Visibility of Ya'qūb ibn Ṭāriq," *Journal of Near Eastern Studies*, vol. 27 (January-October 1968), pp. 126-132; D. Pingree, "The Fragments of the Works of al-Fazari," *Journal of Near Eastern Studies*, vol. 29 (January-October 1970), pp. 103-123, and Ali Ibn Sulaymān al-Hāshimī, *The Book of the Reasons behind Astronomical Tables* (*Kitāb fī ʿilal al-zījāt*), a Facsimile reproduction of the unique Arabic text contained in the Bodleain MS Arch. Seld. A. 11 with a translation by Fuad I. Haddad and E. S. Kennedy and a commentary by David Pingree and E. S. Kennedy, Studies in Islamic Philosophy and Science (New York Scholars' Facsimiles and Reprints, 1981).

قرنين من الزمن. ولتجاوز هذا العائق، سنستعين بقدامى المفهرسين، وبشهادات المؤرّخين والرياضيّين.

يذكر النديم، المفهرس من القرن العاشر، عناوين بعض المؤلّفات السنسكريتيّة المترجمة إلى العربيّة (أو على الأقلّ، المعروفة في الأوساط العلميّة العربيّة) عند نهاية القرن الثامن للميلاد. تدلّ العناوين على أنّ هذه المؤلّفات تقع في ميادين علم الفلك والتنجيم وطب الجسم والنفس[102]. ولم يأتِ النديم على ذكر أيّ من الكتب في الرياضيّات، باستثناء "زيج السندهند" الذي أورده في المقالين المخصّصَين للخوارزمي وليعقوب بن طارق. أمّا المفهرس الآخر، صاعِد، فيذكر في كتابه العائد إلى العام ١٠٦٨م، الزيج المنقول إلى العربيّة إضافة إلى كتاب رياضيّ واحد، وذلك بعد مقدّمة يمدح فيها الأمّة الهنديّة: "وممّا وصل إلينا من علومهم في العدد: حساب الغبار الذي بسطه أبو جعفر محمّد بن موسى الخوارزمي"[103]. وفي القرن الثالث عشر، يُعيد القفطي ما كتبه النديم في هذا الصدد، مضيفاً إليه بعضاً من ملاحظات صاعِد، ولكن دون الإشارة إلى أيّ من الكتب الرياضيّة. ويلحظ صاعِد، كما يلحظ القفطي من بعده، ضعف نفاذ العلوم الهنديّة إلى المجتمع العلمي العربي:

---

[102] يُحصي ابن النديم في الفهرست الترجمات العديدة من اليونانيّة والسريانيّة والفارسيّة إلى العربيّة، ويذكر مترجِمَين اثنين فقط من السنسكريتيّة. كلّ الدلائل تُشير بأنّ هذين المُترجمَين لم يهتمّا بالرياضيّات. فقد ترجم أحدهما لصالح إسحق بن سليمان الهاشمي، الذي كان مهتمّاً بالفلسفة؛ أمّا الآخر فقد كان يرأس مستشفى البرامكة (ص ١٠٥). ولم ينقل النديم شيئاً عن محتويات ما ترجماه؛ إلاّ أنّه ذكر في الفصل من الفهرست المخصّص للعاملين في مجال الهندسة، والمنجّمين، ...، عناوين تمّت ترجمتها من السنسكريتيّة إلى العربيّة. وباستثناء "زيج السندهند"، لا يقع أيّ من هذه العناوين في علم الفلك أو في الرياضيّات (ص ٣٣٠). وقد ورد ذكر "زيج السندهند" في المقال المخصّص للخوارزمي (ص ٣٣٣)، كما في المقال المخصّص ليعقوب بن طارق (ص ٣٣٦).

[103] صاعد بن أحمد الأندلسي، التعريف بطبقات الأمم - *The World History of Sciences and Scholars up to the 5th Century A. H.*، حقّقه وقدّم له غلام رضا جمشيدنزاده أفال (إيران، هجرة، ١٩٩٧، ص ١٥٧.

"ولبعد الهند عن بلادنا، واعتراض الممالك بينهم وبيننا، قلّت عندنا تواليفهم، ولم يصل إلينا سوى طرف من علومهم، ولا وردت علينا إلاّ نبذ من مذاهبهم، ولا سمعنا إلاّ بالقليل من علمائهم.

فمن مذاهب الهند في علم النجوم: المذاهب الثلاثة المشهورة عنهم وهي: مذهب السند هند، ومذهب الأرجبهر، ومذهب الأركند. ولم يصل إلينا على التحقيق، إلاّ مذهب السند هند وهو المذهب الذي تقلّده جماعة من علماء الإسلام، وألّفوا فيه الزيجة، كمحمّد بن إبراهيم الفزاري، وحبش بن عبد الله البغدادي، ومحمّد بن موسى الخوارزمي، والحسين بن محمّد بن حميد المعروف بابن الآدميّ وغيرهم"[١٠٤].

هذا يعني أنّ قدامى المفهرسين كانوا يُدركون ضآلة انتقال الرياضيّات الهنديّة إلى العربيّة ودخولها إلى المجتمع الرياضي العربي. والكتاب الوحيد الذي ذكره صاعد، غير الأزياج، هو بالتحديد كتاب في الحساب بواسطة لوحة غباريّة.

ويتوسّع صاعد إلى حدّ ما في وصفه لحالة العلوم في نهاية القرن الثامن. وفي هذا السياق يروي انتقال علم الفلك الهنديّ إلى العربيّة[١٠٥]. وقد وصلت هذه الرواية إلينا

---

[104] المصدر نفسه، ص ١٥٥، والقفطي، تاريخ الحكماء: وهو مختصر الزوزني المسمى بالمنتخبات الملتقطات من كتاب إخبار العلماء بأخبار الحكماء، ص ٢٦٦.

[105] كتب صاعد:

"فأمّا علم النجوم، فأوّل من عُني به في هذه الدولة، محمّد بن إبراهيم الفزاري، وذلك أنّ الحسين بن محمّد بن حميد المعروف بابن الآدميّ ذكر في زيجه الكبير المعروف بنظم العقد: أنّه قدم على الخليفة المنصور في سنة ست وخمسين ومائة رجل من الهند بالحساب المعروف بالسندهند في حركات النجوم مع تعاديل معمولة على كردجات محسوبة لنصف نصف درجة مع ضروب من أعمال الفلك من الكسوفين ومطالع البروج وغير ذلك؛ في كتاب يحتوي على اثني عشر باباً وذكر أنّه اختُصر من كردجات منسوبة إلى ملك من ملوك الهند يُسمّى فيغر، وكانت محسوبة لدقيقة دقيقة. فأمر المنصور بترجمة ذلك الكتاب إلى اللغة العربيّة وأن يؤلّف منه كتاباً تتخذه العرب أصلاً في حركات الكواكب.

فتولّى ذلك محمّد بن إبراهيم الفزاري وعمل منه كتاباً يسمّيه المنجّمون السندهند. وتفسير السند هند باللغة الهنديّة: الدهر الداهر. فكان أهل ذلك الزمان يعملون به إلى أيّام الخليفة المأمون فاختصره له أبو جعفر محمّد بن موسى الخوارزمي، وعمل منه زيجه

من مصدرٍ آخر مستقلّ هو البيروني[106] نفسه. تقول هذه الرواية إنّ مؤسّس بغـــداد، الخليفة المنصور، استقبل في العام ١٥٦هـــ (٧٧٣م)، بعثة من الهند. وتقول إنّ بـــين أعضاء هذه البعثة كان أحد مشاهير علم الفلك، الذي كان بالإضافة إلى ذلك قـــد ألّف كتاباً من اثني عشر فصلاً. فطلب الخليفة من الفلكيّ لديه، الفزاري، نقل هـــذا الكتاب إلى العربيّة، وعُرِفت تلك الترجمة تحت عنوان "زيج السندهند". وقد انكبّ المؤرّخون على التقاط ما بقي من آثار هذا الزيج، الموزّعة على عدد من الأزياج الـــتي صيغت من بعده، وخلصوا إلى فَرَضيّة تقـــول إنّـــه ينتمـــي إلى تقليـــد يعـــود إلى الـــ"براهماسفوطسيدّهانتا" لبرَهمَغوبتا. ويؤكّد هـــؤلاء المؤرّخـــون أيـــضاً أنّ لـــزيج السندهند هذا مصادر أخرى فارسيّة ويونانيّة، وأنّه يحتوي على إضـــافات قـــام بهـــا المترجم، الفزاري نفسُه.

ومن جهة أخرى، كانت ترجمة عربيّة لزيج "الأركند" متوفّرة قبل البيروني بمـــدّة طويلة، كما يقول هذا العالم نفسه، الذي يـــشير إلى كونهـــا ســـيّئة وإلى أنّـــه قـــام بتصحيحها[107]. ولكنّ أصل "زيج الأركند" هو الـــ"خنضخاديَكا" لبرَهمَغوبتا. إضافة إلى

المشهور لبلاد الإسلام، وعوّل فيه على أوساط السندهند وخالفه في التعاديل والميـــل. فجعـــل تعاديله على مذاهب الفرس وميل الشمس فيه على مذهب بطلميوس".

انظر: المصدرين السابقين، ص ٢١٦-٢١٧، و٢٧٠-٢٧١ على التوالي. وكان هذا الملك الهنـــدي، بحـــسب د. بينغري (D. Pingree) و إ. كينيدي (E. Kennedy)، فياغرلموخا (Vyāghramukha)، "أمير كابـــا الـــذي كتب برَهمَغوبتا في عهده الـــ'برَهمَسفوطَسيدّهانتا، عام ٦٢٨" (للميلاد). انظر:

Al-Hāshimī, *The Book of the Reasons behind Astronomical Tables* (*Kitāb fī ʿilal al-zījāt*), p. 223.

[106] أبو الريحان أحمد محمد بن أحمد البيروني، كتاب البيروني في تحقيق ما للهند من مقولة مقبولة في العقل أو مرذولة، السلسلة الجديدة؛ ١١ (حيدر أباد الدكن: مكتب المنشورات العثمانيّة الـــشرقيّة، ١٩٥٨)، ص ٣٥١. وبحسب ابن الأدمي، قال البيروني إنّ اللقاء بين الخليفة والعالِم الهندي حصل عام ١٥٤، لا عام ١٥٦.

[107] يكتب البيروني: "وهذّبت زيج الأركند وجعلته بألفاظي إذ كانت الترجمة الموجودة منه غير مفهومـــة، وألفاظ الهند فيها بحالها متروكة" (فهرست كتابهاي رازي"، تحقيق مهدي مُحقّق، طهـــران ١٣٥٢، ص ٢٧). انظر:

D. J. Boilot, "L'œuvre d'al-Bērūnī: Essai bibliographique," *MIDEO*, vol. 2 (1955), pp. 161-256, esp. 178.

ذلك، واستناداً إلى كلٍّ من البيروني وابن الآدمي وصاعِد والقفطي، كان زيج "الأرْيَبهَطِيّة" لآريَبهَطا، معروفاً بالعربيّة باسم "زيج الأرجبهر" (أو "زيج الأرجبهد")[١٠٨].

بات معروفاً تأثير هذه الأعمال في بحث الفلكيّين العرب كالفزاري ويعقوب بن طارق والخوارزمي نفسه[١٠٩]، قبل أن يلتفت الفلكيّون العرب إلى بطلميوس وتقليد كتاب "المجسطي"؛ ولكنّ هذا الأمر يخرج عن نطاق بحثنا هنا، فكلّ ما يهمّنا منه هو أنّ هذه الأزياج الهنديّة، بترجمتها العربيّة كانت معروفة عند نهاية القرن الثامن، وأنّها تعود بطريقة أو بأخرى إلى آريَبهَطا وبرَهمَغوبتا. وضمن هذه الأزياج توجد كتب علم الرياضيّات ذات الأصل السنسكريتي التي كان الخوارزمي قادراً على معرفتها. وسوف نتبنّى هنا، كفرضيّة، أنّ الخوارزمي كان على عِلم بهذه الأزياج وأنّها كانت أحد مصادر إلهامه.

يبقى أن نعرف ما إذا كان بإمكان الخوارزمي الوصول إلى مصادر رياضيّة أخرى من الهند، من شأنها التأثير في إسهامه في الجبر. لم يُشِر المفهرسون القدامى، كما لم يُشِر الرياضيّون إلى شيء من هذا القبيل. ويوجد أثر لنوع من "الحساب"، أشار إليه اللغوي من القرن الثامن للميلاد، الخليل بن أحمد الذي أتينا على ذكره.

وتنسب المعاجم العربيّة التقليديّة، التي صاغها كبار المعجميّين بدءاً من النصف الثاني من القرن الثامن للميلاد، إلى "كتاب العين" (أي إلى أوّل مُعجم للّغة العربيّة، الذي صاغه الخليل بن أحمد كما يقول البعض أو تلميذه، الليث، كما يقول البعض

---

[108] البيروني، المصدر نفسه، ص ٣٥٦-٣٥٧، و
Nallino, *Arabian Astronomy*: *Its History during the Medieval Times*, pp. 172-173.

[109] انظر: المرجع سابق الذكر، ص ١٧٣.
انظر أيضاً: علي بن سليمان الهاشمي، كتاب في عِلل الزيجات،" صورة طبق الأصل للنص العربي الوحيد الموجود في المخطوطة Boldeain Arch. Seld. A.11 مع ترجمة إلى الإنكليزية قدّمها فؤاد إ. حداد وإ. س. كينيدي، وشرح قدّمه دافيد بينغري وإ. س. كينيدي، الورقة ٩٣ظ، وما بعدها.

الآخر)، تحديداً لنوع من "الحساب" بات أثره مفقوداً. وبحسب الزَبيدي، مؤلّف المجموعة المعجميّة المعروفة بـتاج العروس، هذا التحديد هو التالي:

"عن الليث: حساب البرحان، بالضمّ، هو مثل قولك ما جُداء كذا في كذا، وفي بعض النُسَخ كذا وكذا، فجُداؤه، بالضمّ، مبلغ [ـه] وجَذره بالفَتح أصله الذي يُضربُ بعضه في بعض وجملته البُرحان، يُقالُ: ما جذر مائة؟ فيقال عشرة ويُقال ما جُداء عشرة؟ فيقال مئة"[110].

هذا النصّ هو الوحيد الذي وجدنا فيه إشارة إلى "حساب البرحان" المذكور. وقد استخدم الزبيدي لفظة "البرحان" لإعطاء مظهر عربيّ لهذا الكلمة. يُشكّل هذا التحديد شهادة فائقة الأهميّة، نظراً إلى تاريخه وإلى كاتبه وإلى صياغته. يستخدم "حساب الـ ب.ر.ج.ا.ن"، بحسب هذا التحديد، عمليّتين فقط هما الضرب واستخراج الجذر التربيعيّ. أمّا المثل التوضيحيّ المعطى، فهو موجّه لقارئ عاديّ ليس رياضيّاً بالضرورة، وهو لا يستخدم سوى أعدادٍ صحيحة. وطالما كان الأمر كذلك، ليس من سبب يدعو إلى تمييز هذا الحساب عن الحساب العاديّ وإعطائه اسماً خاصّاً به. ومن جهة أخرى، لا يجد المرء ما يجعل عمليّة الضرب مشاركة لعمليّة إيجاد الجذر التربيعيّ. ففي كتب عِلم الحساب، أيّاً كان هذا الحساب، تكون عمليّة الضرب مشاركة للعمليّة العكسيّة أي للقِسمة. ولكن، وبالمقابل، تتشارك عمليّة الضرب، مع عمليّة تحديد الجذر التربيعيّ، عند معالجة المساحات المربّعة وأضلاعها، أو بشكل أعمّ عند معالجة الأعداد المُنطَقة الموجبة غير المربّعة وتحديد جذورها التربيعيّة، أي عند معالجة مسائل إيجاد الأضلاع انطلاقاً من المساحات، أو العكس: إيجاد المساحات عندما تكون الأضلاع معطاة. ونظنّ أنّ تلك هي الغاية من "حساب الـ ب.ر.ج.ا.ن".

وتتدعّم هذه الفرضيّة عندما نعاين التعابير المستخدمة. فكلمة "ب.ر.ج.ا.ن" ليست لفظة عربيّة؛ وليس لها لا جمع ولا جنس. وكلمة جُداء، الذي أُشير لها إلى

---

[110] انظر الزبيدي، تاج العروس، مقال "البرجان"، حيث ينسب الزبيدي هذا النصّ إلى الخليل بن أحمد. ونجد النصّ نفسه، مع اختلافات بسيطة، في كتاب لسان العرب لابن منظور، وفي كتاب القاموس المحيط للفيروزآبادي، وفي كتاب التكملة للصاغاني، وفي كتاب تهذيب اللغة للأزهري.

الضرب، ليست عربيّة في الأصل، ولو أنّها اندمجت بالعربيّة فيما بعد، خلافاً لكلمة "ب.ر.ج.ا.ن". ومعروف، من جهة أخرى، أنّ حرف الباء هو نقل عربيّ للفظة *v* من اللغات الأخرى. ونعلم أيضاً أنّ "الآرِيَبهَطِيّة" التي ألّفها آريَبهَطا، كانت معروفة بالعربيّة، وأنّ ضرب عدد بنفسه كان يُشار إليه، بحسب بهاسكَرا الأوّل (Bhāskara I)، بأحد التعابير التالية: *varga*، أو *karaṇii* أو *vargana*، دون تمييز واحدها عن الآخر. والتعبير الأخير وتعبير *varga* يُلفظان وينقلان إلى العربيّة بكلمتَي "برغانا" (أو "برجانا") و"برغا" (أو "برجا") على التوالي. أمّا كلمة جُذاء، فيُمكن تقريبها من كلمة *gata*، التي، في السياق نفسه، تشير تحديداً إلى الضرب.

إنّ تجميع كلّ هذه العناصر من شأنه أن يساعد على صياغة فرضيّة حول أصل "حساب الـ ب.ر.ج.ا.ن"، هي التالية: كان هذا الحساب يُعالِج البحث عن مربّعات الأعداد المُنطَقة الموجبة التي ليست بالضرورة مربّعات، وعن الجذور التربيعيّة لهذه الأعداد. ولكنّ هذه الدراسة قام بها آريَبهَطا، ونجدها بشكل خاصّ في شرح بهاسكرا الأوّل[111]. يُحتَمَل إذن أن يكون "حساب الـ ب.ر.ج.ا.ن" قد أُخذ في الأصل من الرياضيّات السنسكريتيّة، وبشكل خاص من قسم الـ"غَنيتابادا" (*Ganitapāda*) من كتاب آريَبهَطا، في شرح بهاسكرا الأوّل. يبقى إذن أن نعرف ما إذا كان بإمكان الخوارزمي أن يصل مباشرة إلى هذه الترجمة، المفقودة في أيّامنا هذه.

التساؤل عن المصادر الهنديّة المحتملة لجبر الخوارزمي يؤدّي إذن إلى طرح سؤالين مترابطين ظاهريّاً: هل كان الخوارزمي على اطّلاع على "حساب الـ ب.ر.ج.ا.ن"؟ وبشكل أكثر تحديداً، هل كانت الترجمة العربيّة لـ"الآرِيَبهَطِيّة" في متناول يده؟ وما هو في هذه الحالة تأثير معرفته المحتملة تلك على مفهومه الخاصّ للجبر؟

---

[111] انظر المرجعين التاليين:

Āryabhaṭīya of Āryabhaṭa, critically edited with introduction, English translation, notes, comments and indexes by Kripa Shankar Shukla in collaboration with K.V. Sarma 3 vols. (New Delhi: Indian National Science Academy, 1976), pp. 34-35; *Āryabhaṭīya of Āryabhaṭa*: With the commentary of Bhāskara I and Someśvara, critically edited with introduction and appendices by Kripa Shankar Shukla, pp. I-XXIX.

الإجابة عن السؤال الأوّل ليست بالأمر السهل؛ فالوثائق غير موجودة، وجبر الخوارزمي لا يحوي أيّ تعبير سنسكريتيّ الأصل؛ وألفاظه لا تستعير شيئاً من الترجمات من السنسكريتيّة إلى العربيّة؛ وحتّى كلمتا الـ "ب.ر.ج.ا.ن" وجُداء غائبتان. والمُعطى الوحيد ذو الأصل الهندي الذي نَجده فيه هو التقريب الثاني الذي أعطاه لقيمة ثابت قياس الدائرة وهو $\pi = \frac{62832}{20000}$؛ وقد أعطاه الخوارزمي في القسم الهندسيّ من كتابه ونسبه إلى "الهنود"[١١٢]. ولكنّ هذه القيمة لـ π توجد أيضاً في أزياج هنديّة كانت معروفة في بغداد. لن يبقى أمامنا إذن سوى المقارنة بين المسارَيْن، مع العلم بأنّ هذه المقارنة لا تؤدّي بتاتاً إلى نتائج مؤكّدة. لذا سوف نكتفي بالتخمين.

قام الخوارزمي بدراسة العمليّتين الواردتين في "حساب الـ ب.ر.ج.ا.ن"، الضرب وتحديد الجذر التربيعي، في رؤية مختلفة عن رؤية ذلك الحساب وعن رؤية كتاب آريَبهَطا. فلم يُخصّص الخوارزمي لهاتين العمليّتين أيّة دراسة مستقلّة، ولكنّه يفصل بينهما من جهة، ومن جهة أخرى يضمّهما معاً إلى فصل مُخصّص لمعالجة العمليّات الحسابيّة على ذوات الحدّين، وعلى ثلاثيّات الحدود المشاركة للمعادلات الست القانونيّة. وصحيحٌ أنّ ذلك الفصل كان لم يزل موجزاً، وتنقصه المنهجيّة، إلاّ أنّ النيّة من ورائه كانت واضحة و لم تخفَ على خلفاء الخوارزمي، إذ عمدوا إلى توسيع ذلك الفصل وتطويره، سائرين على خطاه. في هذا المجال نستذكر أبا كامل، وخاصّة الكَرَجي ومدرسته[١١٣]. يفتتح الخوارزمي هذا الفصل بالضرب، فيُحدّده

---

[112] انظر النصّ فيما يتبع، ص ٢٢١.

[113] انظر فصل "الجبر" في:

R. Rashed, ed., *Histoire des sciences arabres* (Paris: Seuil, 1997), vol. II, pp. 31-54.

تُرجم الكتاب إلى العربيّة تحت عنوان: موسوعة تاريخ العلوم العربية، بإشراف رشدي راشد وريجيس مورلون، سلسلة تاريخ العلوم عند العرب؛ ٤، ٣ ج (بيروت: مركز دراسات الوحدة العربية، ١٩٩٧) نقله إلى العربيّة فريق الدراسة والبحث في التراث العلمي العربي. نشرت الموسوعة بالإنكليزيّة:

Encyclopedia of the History of Arabic Science (London: Routeledge, 1996).

بالأسلوب الأقليدي الشهير: "لا بدّ لكلّ عددٍ يُضرَب في عددٍ من أن يُضاعَف أحد العددين بقدر ما في الآخر من الآحاد"[١١٤]. وبعد أن يُعطي الخوارزمي هذا التحديد، يُقدِّم ضرب ذوات الحدّين، بالشكل الذي سبق ورأيناه. وعند إمعان النظر في مجرى دراسته هذه، نلاحظ أنّه كان يبحث عن التأكّد من الخاصيّتين اللتين نسمّيهما اليوم "تبادُليّة" الضرب و"توزيعيّته" بالنسبة إلى الجمع.

وينتقل الخوارزمي، من ثمّ، إلى دراسة الجمع والطرح، بالنسبة إلى ذوات الحدّين بدءاً بالتي يكون أحد حدّيها غير مُنطق تربيعيّ، حيث يُقدِّم براهين "بالعلّة"؛ وبعد ذلك ينتقل إلى دراسة ثلاثيّات الحدود حيث يعمد إلى البرهان "باللفظ"، أي البرهان الجبريّ. وقد سبق أن شرحنا مفهوم الخوارزمي لكلّ من هاتين العمليّتين.

إنّ مقابلة بسيطة مع كتاب آريَبهَطا، تُظهر أنّ القيام بدراسة ضرب وجمع وطرح التعابير الجبريّة في كتاب الخوارزمي، يجري في رؤية مخالفة تماماً، وبحسب معايير مغايرة. فالخوارزمي يقصد برهان الخوارزميّات، هندسيّاً إذا كان ذلك ممكناً، وإلاّ فجبريّاً. وبعد ذلك يتوقّف، دون إسهاب، عند ضرب الجذور التربيعيّة للمجهول وقسمتها، مهما كانت طبيعة المجهول: عدداً مُنطَقاً أو مقداراً غير منطق تربيعيّ. نشير بهذه المناسبة إلى أنّ الخوارزمي كان يتقبّل في حلوله المقادير غير المُنطَقة التربيعيّة:

$$.\left(15\pm\sqrt{5}\right) ، \sqrt{50} ، 25\sqrt{3} ، \sqrt{7+\frac{1}{2}} ، \sqrt{30} ، \sqrt{5} ، \left(30-\sqrt{800}\right)$$

يبدأ بتبيان كيفيّة مضاعفة الجذر، المعلوم أو الأصمّ[١١٥]. ويُعيد العمليّة نفسها باستخدام مُعامِل صحيح غير الـ 2 وباستخدام مُعامِل مُنطَق، ليُعطي صيغةً مكافئةً

ومن ثمّ بلغات أخرى. انظر أيضاً فصل الجبر في:

Storia della scienza, vol. III: *La civiltà islamica, Enciclopedia Italiana*, Rome, 2002.

[114] انظر النصّ فيما يتبع، ص ١٨٠.

[115] راجع الصفحات ٩٩–١٠٥ أعلاه.

للصيغة التالية: $k\sqrt{x^2}=\sqrt{k^2x^2}=kx$. ومن ثمّ يُعطي بعض الأمثلة العدديّة، الهدف منها تعليمي بالتأكيد، ولكنّها لا تخفي القصد الأساسيّ منها وهو إعطاء القاعدة الحسابيّة العامّة. بعد ذلك يشرح باختصار قسمة الجذور التربيعيّة ويعطي القواعد التي سبق أن نقلناها بكتابة عصريّة. ويجب أن نرى بوضوح قصده من دراسته لقسمة الجذور التربيعيّة؛ فهو لم يُرِد التوسّع في هذه القواعد الحسابيّة، أو تقديمها جميعها، بل أراد البرهان بأنّ قواعد ضرب الجذور التربيعيّة تقابلها قواعد قسمة هذه الجذور؛ فالقاعدة $\sqrt{\frac{k^2p^2}{q^2}}=k\frac{\sqrt{p^2}}{\sqrt{q^2}}$ تقابل $k\sqrt{x^2}=\sqrt{k^2x^2}$ والقاعدة $\sqrt{\frac{x^2}{y^2}}=\frac{\sqrt{x^2}}{\sqrt{y^2}}$ تقابل $\sqrt{x^2}\sqrt{y^2}=\sqrt{x^2y^2}$، وهكذا دواليك.

هل استعار الخوارزمي القواعد الحسابيّة الأخيرة هذه، الخاصّة بضرب الجذور التربيعيّة وقسمتها من الرياضيّين الهنود؟ إنّ بساطة هذه القواعد وحضورها في رياضيّات أخرى وخصوصاً الاختلاف في الرؤيا وفي السياق الرياضي الذي يقوم الخوارزمي بتطبيقها فيه، تجعل من الصعب، بل من المستحيل تقديم إجابة دقيقة عن هذا السؤال، لا تكتفي بالمقارنات. ونظراً إلى المعطيات المتوفّرة لنا حاليّاً، كلّ ما نستطيع قوله، إنّ احتمال هذا الاستعارة موجود، ولو لم يتوفّر الدليل التاريخيّ الذي يؤكّد أنّ عمل الخوارزمي هذا، هو نوع من الخلافة لأنشطة هنديّة سابقة. ولكنّ الأساسيّ ليس هو معرفة ما إذا كان هناك خلافة أو لا. فالأساسيّ هو تطبيق القواعد الحسابيّة للأعداد المُنطَقة، على المقادير غير المنطقة. في هذه النقطة يختلف الخوارزمي والرياضيّون الهنود.

ونلحظ هنا أنّ الخوارزمي لم يصغ هذه المسألة لذاتها، كما لم يصغها لذاتها آريَبهَطا أو برَهمَغوبتا. هذا يعني أنّ الخوارزمي لم يصُغها بهدف توسيع الحساب الجبري؛ فهذا المشروع لم يظهر إلاّ من بعده، عند أبي كامل، وبشكل خاصّ عند

الكرخي[116]. وقد عمد الرياضيّون الهنود والخوارزمي إلى هذا التطبيق عند دراستهم لجذور الأعداد الصحيحة أو لجذور المعادلات. وعند هذا الحدّ تتوقّف التشابهات. فبينما لا يهتمّ الخوارزمي إلاّ للجذر التربيعي، يستعمل آريَبهَطا وبرَهمَغوبتا الجذر التكعيبي أيضاً. ويقبل الخوارزمي، قيمة غير مُنطَقة كحلّ للمعادلة التربيعيّة؛ وأهمّ من ذلك أنّ أيّاً من آريَبهَطا أو برَهمَغوبتا لا يطرح المسألة الشائكة الأساسيّة التي هي شرعيّة أن تُطبّق على المقادير غير المُنطَقة التربيعيّة القواعد المُطبّقة على الأعداد المُنطَقة. وموقف الخوارزمي أكثر تعقيداً من موقف سابقَيه. فهو أوّلاً يُماثل بين المقدار غير المُنطَق التربيعيّ وبين المجهول، ملتفّاً بذلك حول مسألة وجود المقدار غير المُنطَق التربيعيّ. هذا التماثل يمتد أيضاً إلى البرهان. فهو يُبرهن قواعد الحساب على التعابير التي تحوي مقداراً غير مُنطَق تربيعيّ، بواسطة الهندسة، مثلما فعل على التعابير التي تحوي المجهول الجَبري. وفي برهانه يُمثّلهما كليهما، بقطعة من خطّ مستقيم، ليلتقي إذن بكتاب "أصول" أقليدس، متحاشياً طرح مسألة وجود المقدار غير المُنطَق. ونتعرّف في تصرّف الخوارزمي هذا، إلى مسعىً بذريّ سوف يُعمّمه خلفاؤه ويُوسّعونه بهدف تطوير الحساب الجبري المُجرّد.

نستنتج ممّا سبق أنّ معرفة الخوارزمي المُحتَملة بـ"حساب الـ ب.ر.ج.ا.ن"، وحتّى بكتاب آريَبهَطا، لم يكن لها أيّ تأثير في مفهومه للجبر؛ وإذا كان هناك من تأثير، فسيكون تأثيراً قليل الأهميّة، في موضوع حساب الجذور التربيعيّة. يبقى علينا متابعة معاينتنا، فيما يتعلّق بدراسة المعادلات الجبريّة من الدرجتين الأولى والثانية.

---

[116] انظر:

R. Rashed, *Entre arithmétique et algèbre - Recherches sur l'histoire des mathématiques arabes*, collection Sciences et philosophie arabes, études et reprises, Paris: Les Belles Lettres, 1984), chap. 1.

رشدي راشد، **تاريخ الرياضيات العربية بين الجبر والحساب**، ترجمة حسين زين الدين، سلسلة تاريخ العلوم عند العرب؛ ١ (بيروت: مركز دراسات الوحدة العربية، ١٩٨٩)، الفصل الأول.

لم يهتمّ الخوارزمي بالتحليل غير المحدّد، وهو الموضوع الذي وسّعه الرياضيّون الهنود، في الوقت عينه الذي عالجوا فيه المسائل التي يمكن إعادتها إلى معادلات. وهنا لا بدّ من العودة إلى آريَبهَطا.

لا نجد في "الآريَبهَطيّة" تصنيفاً للمعادلات ولا دراسة منهجيّة لحلّها ولا بـــراهين لخوارزميّاتها. ولكن، يوجد فيها مسائل يمكن إعادتها إلى معادلات تربيعيّة تترافق مع نوع من المعرفة بخوارزميّات حلولها. ونأخذ في ما يلي أحد الأمثلة، نستعيره مـــن الترجمـــة الإنكليزيّة لـــ ك. س. شوكلا (K. S. Shukla) وك. ف. سَرما (K. V. Sarma) يحمل العنوان "[معرفة] كَمّيَّتَين من ضربهما والفرق بينهما":

"اضرب الضرب بأربعة، ثمّ اجمع مربّع الفرق بين (الكمّيّتين) الاثنتين ومن ثمّ خذ الجذر التربيعيّ. (ضع هذا الجذر التربيعيّ في مكانين). (في المكان الأوّل) أضِف إليه الفرق (بين الكمّيّتين)، و(في المكان الآخر) أنقص منه (الفرق) نفسه. الناتج الذي نحصل عليه هكذا، عند قسمته على اثـــنين يُعطي العاملِين (أي عاملَي الضرب المُعطى)"[117].

تُترجم هذه المسألة رمزيّاً كما يلي. المطلوب حل النظام التالي:

$$\begin{cases} x - y = a, \\ x . y = b. \end{cases}$$

فنقوم بما يلي في اتجاه الأسهم:

$$4b \to 4b + a^2 \to \sqrt{4b+a^2} \longrightarrow \begin{cases} \sqrt{4b+a^2} + a \to \dfrac{\sqrt{4b+a^2}+a}{2} = x \\ \sqrt{4b+a^2} - a \to \dfrac{\sqrt{4b+a^2}-a}{2} = y \end{cases}$$

---

[117] انظر:

Āryabhaṭīya of Āryabhaṭa, edited by Shukla et Sarma, pp. 67-68.

المسألة الثانية التي يوجد فيها مسعىً مشابهٌ هي مسألة قرض بالفائدة[118]؛ كـلٌّ من المسألتين، مسألة خاصّة، محلولة بتلك الطريقة التي يُمكن أن تشتقّ مباشـرة مـن التطابق التالي:

$$(x+y)^2=(x-y)^2+4xy=a^2+4b$$

دون حتّى أن نكتب المعادلة $x^2-b=ax$.

لا مجال للنقاش في أنّ مفهوم الخوارزمي وطريقته يختلفان عن مفهوم آريَبـهَطا وطريقته. وحتّى المؤرّخون الميّالون إلى تماثل مسعى آريَبـهَطا ومـسعى الخـوارزمي وخلفائه، لا يتجرّؤون على الدفاع عن فكرة كون مسعى آريَبهَطا هذا هو نظريّة في المعادلات التربيعيّة. فقد كتب سفامي سَتيا براكاش سَرَفاتي (Svami Satya Prakash Saravati): "أعطى آريَبهَطا I إذن، حلول بعض المعادلات التربيعيّة، لكنّه لم يُعطِ، في أيّ مكان من الأمكنة طريقة حلّ هذه المعادلات"[119]. وفي كلّ حال لم يكن الأمـر قضيّة معادلات، بل كان مسائل يُمكِن ردّها إلى معادلات.

لا توجد إذن عند آريَبهَطا نظريّة فعليّة في المعادلات التربيعيّة، كما لم توجد عنـده فكرة المادّة الرياضيّة التي تكون تلك النظريّة جزءاً مُكمِّلاً منها. ولكنّنا، وبالمقابل نرصـد عنده فكرة المعادلة بمجهول واحد، وطرائق في الحساب الجبري، قبل أن يُسمّى ذلك النوع من الحساب جبريّاً. ونلحظ عنده كتابةً يمكن وصفها بأنّها نسخٌ عـن كتابـة الأعـداد الصحيحة في النظام العشري أو الستّيني -ولنَقُل كتابةً "كثيرة الحدود"-، يلجأ فيها آريَبهَطا إلى اختصارات ليُشير إلى المجهول وإلى مربّعه وإلى الحدّ الثابت. هذه الأمور، بالإضـافة إلى

---

[118] "مبلغ P أُقرِضَ بمعدّل فائدة شهري. عند انقضاء (كلّ) شهر، تُقرضُ الفائـدة "I" المـستحقّة علـى المبلغ P خلال شهر، بمعدّل الفائدة نفسه، لمدّة T أشهر. بعد T أشهر ارتفع "I" إلى A. المسألة هي إيجاد "I" عندما يكون A مُعطى". (*Āryabhaṭīya of Āryabhata*, éd. Shukla et Sarma, p. 68).

[119] انظر:

Satya Prakash, *A Critical Study of Brahmagupta and his Works, a Most Distinguished Indian Astronomer and Mathematician of the Sixth Century A.D.* (New Delhi: Indian Institute of Astronomical and Sanskrit Research, 1986), p. 215.

المعادلات غير المُحدّدة، هي عناصر كان بإمكان الخوارزمي أن يستفيد منها لو أنّها كانت بمتناول يده. ولكنّنا لا نجد في كتابه أيّ أثر لهذه الأمور. وفي التحليل غير المُحَدَّد، بقي بحث الخوارزمي في مستوى ابتدائي لا يقارن معه ببحث آريَبهَطا وبرَهمَغوبتا في هذا المجال. على كلّ حال لم يعالج الخوارزمي عمليّاً هذا النوع من المعادلات، إذ لا نجد في كلّ كتابه سوى معادلة غير محدّدة واحدة.

ونعود لنلتقي بجميع هذه العناصر في كتاب الـ"براهماسفوطَسيدّهانتا" الذي صاغه برَهمَغوبتا عام ٦٢٨م[١٢٠]. وقد واجه برَهمَغوبتا في حساباته الفلكيّة بعض المسائل التي حوّل اثنتين منها إلى معادلة نستطيع إعادة كتابتها لتأخذ الشكل: $x^2 - 10x = -9$. ويكفي أن نعاين واحدة من هاتين المسألتين لكي نطّلع على مساره. نُـذَكِّر أوّلاً بالاختـصارات الـتي استخدمها، قبل أن ننتقل إلى هذه المسألة، استناداً إلى الترجمة التي يعطيها كولبروك للفصل الـ ١٨ من الـ"براهماسفوطسيدّهانتا". هذه الاختصارات هي: *ru*، اختصاراً لـ *rupa* (أي العدد المُجَرَّد)، و *y a*، اختصاراً لـ *yāvat-tāvat* (أي كَـم، أي المجهـول) و *y a v*، اختصاراً لـ *yāvat-tāvat varga* (أي مربّع المجهول).

يطرح برَهمَغوبتا المسألة التالية:

"تُطرَح هنا مسألة الفرق بين دورَتين: مربّع *yāvat-tāvat*، نزيد عليه اثـنين: *ya v* 1 *ru* 2، هو الفرق بين الدورَتين. وهذا، بإنقاص 2 يكون *ya v* 1، الذي جذره التربيعيّ *ya* 1؛ وبإنقاص 1، يكـون لـدينا *ya 1 ru* 1 ، مـضروب بعشرة، يُعطي *ya* 10 *ru* 10؛ مضاف إليه 2، يُعطي *ya* 10 *ru* 8. هذا مساوٍ للفرق بين الدَورَتين *ya v* 1 *ru* 2، ناقصاً واحداً، أي *ya* v 1 *ru* 1. ونضع في جهتين:

ya v 0 *ya* 10 *ru* 8
ya v 1 *ya* 0 *ru* 1

[120] انظر:

Brāhma-spuṭa siddhānta with Vāsanā Vijnānā and Hindi Commentaries, edited by a board of editors headed by Acharyavara Ramswarup Sharma Indian Institute of Astronomical and Sanskrit Research (New Delhi: [n. pb.], 1966).

وبَعدَ طرح المتساوي (أي طرح الشبيه من الشبيه)، احتراماً للقاعدة (32§)، يصير:

ya v 1 ya 10 ru 9.

والآن، انطلاقاً من العدد المُطلَـق (9)، مـضروب بـأربع مـرّات [مُعامـل] المربّع(36)، المُضاف إلى (100)، وهو مُربّع [مُعامل] الحدّ الأوسط (يكون 64)، نستخرج جذره التربيعيّ (8)، نُنقص منه [مُعامل] الحدّ الأوسط (10)، الباقي هو 18، يُقسَم على ضِعف [مُعامل] المربّع (2) يُعطي قيمة الحدّ الأوسط 9"[121].

فمن أجل إيجاد المجهول، يقوم برَهمَغوبتا إذن على التوالي بما يلي (من اليسار إلى اليمين في التجاه السهم):

$$4.(-9) = -36 \rightarrow -36 + 100 = 64 \rightarrow \sqrt{64} = 8 \rightarrow 8 - (-10) = 18 \rightarrow \frac{18}{2} = 9.$$

وهذه بالتحديد هي "القاعدة"(*) التي يُعَبَّر عنها كما يلي:

"ضع العدد المُطلَق في الجهة المقابلة لتلك التي توجد فيها بواقي طرح المجهول من مُربّعه. أضِف إلى العدد المُطلَق المضروب بأربع مرّات[مُعامل] المربّـع، مُربّعَ [مُعامل] الحدّ الأوسط؛ جذر ذلك ناقص [مُعامل] الحـدّ الأوسـط، مقسومٌ على مرّتين [مُعامل المُربّع] هي [قيمة]الحدّ الأوسط"[122].

وإذا استخدمنا لغةً أخرى، يُمكنُنا القول أنّ حلّ المعادلة $ax^2 + bx = -c$ هو

$$x = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac} - b}{2a} \qquad (^*)$$

ويُعطي برَهمَغوبتا قاعدة "أخرى" هي في الواقع القاعدة السابقة نفسها، عند قـسمة الصورة ("البسط") والمَخرَج ("المَقام")، في الصيغة السابقة، على 2، وهي التالية:

---

121 انظر:

Brahmagupta, *Algebra, with Arithmetic and Mensuration, from the Sanskrit of Brahmagupta and Bháscara*, translated by Henry Thomas Colebrooke (London: J. Murray, 1817), pp. 346-347.

(*) (كلمة 'سوترَس'، Sūtras السنسكريتيّة).

122 المصدر نفسه، ص ٣٤٦.

$$. x = \frac{\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac} - \frac{b}{2}}{a}$$

نستطيع بعد هذا العرض أن نطرح سؤالنا بمزيد من الدقّة: إذا كان الخوارزمي قد اطّلع على الفصل 18 من الـ"براهماسفوطسيدّهانتا" لبرَهمَغوبتا، فهل كان هذا الفصل مُلهِماً له في مشروعه الجَبري؟

بعكس برَهمَغوبتا، لا يلجأ الخوارزمي إلى أيّ اختصار ليرمز إلى الكائنات التي يستخدمها. وهو يتحاشى استعمال الأعداد السالبة، أو طرح عدد من آخر أصغر منه، بينما لا يتردّد برَهمَغوبتا، مثله مثل رياضيّين هنود آخرين، في اللجوء إلى هذه الأعداد. فكيف يمكن أن نتصوّر أنّ الخوارزمي قد قرأ هذا الفصل، دون أن يستفيد من تلك القراءة، على الأقلّ لتخفيف عرضه وتسهيله؟

وتُبرِز مقابلة ما كتبه برَهمَغوبتا مع ما كتبه الخوارزمي فوارق لا يمكن تذليلها، لا بين الكتابين فحسب، إنّما أيضاً بين الفكر الرياضيّ لكلٍّ منهما. فلقد توصّل برَهمَغوبتا إلى المعادلة التربيعيّة بمجهول واحد في مجرى حلّه لمسألة في علم الفلك[١٢٣]. هذا يعني أنّه لم يطرح المعادلة، بذاتها، من أجل أن يحلّها. ولكنّ هذا التلازم بين المسألة والمعادلة، الذي نجده في رياضيّات أخرى، وهذا التجذّر الذي يمكن وصفه بالتطبيقي أو العملي، للمعادلة، اختفيا في مشروع الخوارزمي. فمنذ البداية عَمَد هذا الرياضيّ إلى تحديد التعابير الأوّليّة التي سمحت له توافيقها بالحصول على الأصناف المثاليّة من المعادلات، التي شكّلت موضوع نظريّته. هذه الطريقة الجديدة كسرت إذن ذلك الرباط الوثيق بين المسألة والمعادلة. أمّا المسائل فيعود إليها الخوارزمي فيما بعد، ولكن بصفتها تمارين جبريّة، أي كمجال لتطبيق نظريّته التي سبق أن أعدّها في المعادلات. وكان لطريقة الخوارزمي الجديدة هذه نتيجة أخرى تمثّلت بتوحيد عرضه: فقد جمّع كلّ المعادلات من الدرجة الأولى والثانية، أي كلّ المعادلات التي كان باستطاعته أن

[123] انظر أيضاً: *Brāhma-spuṭa siddhānta*, vol. I, p. 218، حيث يوجد مثل آخر.

يحلّها بالجذور. وأخيراً، وبما أنّ التعابير الأوّليّة عند الخوارزمي هي كائنات رياضيّة موجبة بالضرورة، لم يأخذ الخوارزمي بالاعتبار سوى المُعامِلات التي تؤمّن بقاءها موجبة. ويبدو أنّ هذا الأمر، المُتَمثّل باعتماد التوافيق المبنيّة على كون التعابير الأوّليّة موجبة، هو السبب الحقيقي لاختفاء المُعامِلات السالِبة. فعلينا ألاّ ننسى هيمنة الهندسة والبرهان الهندسي في مفهوم هذا الرياضيّ البغداديّ.

ذلك المسار بعيد كلّ البعد عن رؤية أسلاف الخوارزمي الهنود وطريقتهم، بل عن رؤية وطرائق جميع الذين يحلو للمؤرّخين اعتبارُهم من أسلافه. ولكنّ هذه الفوارق لا تُلمَس على صعيد الخُطاب فحسب، أي على صعيد النظريّة الجبريّة، بل أيضاً على صعيد الطرائق. نذكر في ما يلي بعضاً من انعكاسات هذه الفوارق.

نبدأ بالتذكير بكيفيّة تقديم الخوارزمي للمعادلات. يلعب طرفا المعادلة أدواراً لاتناظريّة، إن في تصنيفه للمعادلات أو في كتابتها، وذلك بعكس ما نجده عند رياضيّي الهِند. فعند معالجته المعادلة "أموالٌ وجذورٌ تعدل عدداً" يأخذ المعادلة: $x^2+10x=39$، التي يُعبّر عنها كما يلي: "مالٌ وعشرة من أجذاره يعدل تسعة وثلاثين درهماً"؛ بينما، لو قُدِّر لبرَهمَغوبتا أن يكتبها، لكان كتبها على الشكل التالي:

$$ya\ v\ 1\ ya\ 10\ ru\ 0$$
$$ya\ v\ 0\ ya\ 0\ ru\ 39.$$

ولنعاين، ثانياً، كيف تؤثّر الفوارق المذكورة، في تصوّر خوارزميّة الحلّ وتطبيقها. فالخوارزمي يُعطي الخوارزميّة الخاصّة بكلّ من الأصناف المثاليّة للمعادلات، أي أنّه يصوغ خوارزميّة الحلّ لكلٍّ من الأصناف التربيعيّة ثلاثيّة الحدود. بينما يصوغ برَهمَغوبتا "قاعدة" الحل للمعادلة التي يحصل عليها، أي $ax^2+c=bx$. ويُصِرّ الخوارزمي على إعطاء برهان هندسيّ لكلّ من خوارزميّاته، بينما لا يحاول برَهمَغوبتا بتاتاً تبرير "القاعِدة" التي يُعطيها.

الانعكاس الثالث لهذه الفوارق يتناول مُميِّز المعادلة*، والصيغة التي تُعطي أحد الجذرين. يُعطي برَهمَغوبتا هذه الصيغة على الشكل الذي سبق أن أشرنا إليها بـ: (*)؛ بينما يبدأ الخوارزمي بوصف المراحل التي تردّ المعادلة المطروحة إلى أحد الأصناف التربيعيّة المثاليّة الثلاثة، ثلاثيّة الحدود، قبل أن ينتقل إلى تحديد المُمَيِّز. وهكذا يكون قد بدأ بتطبيق العمليّتين اللتين أعطيتا اسمهما لهذه المادّة العلميّة: "الجبر" و"المقابلة"، للتَخلُّص من الحدود الطَرحيّة، ولتجميع الحدود المتشابهة؛ ويتابع معالجته للمعادلة لجعلها "طبيعيّة" أي لردّها إلى أحد الأشكال المثاليّة، وذلك بواسطة قسمة كلّ حَدّ من حدودها على مُعامل الحدّ ذي الدرجة الأعلى (اي الحدّ المربّع). فهو يحوّل المعادلة السابقة $ax^2 + c = bx$، مثلاً، إلى: $x^2 + q = px$، ويُعطي صيغة حلّها:

$$x = \frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

نجد إذن أنّ الخوارزمي لا يُعطي "قاعدة" لتشكيل الحلّ، بل طريقة لردّ المعادلة إلى شكلها "القانوني" لكي يُصبح بالإمكان إعطاءُ تلك القاعدة. ولا يوجد ما يُشبه ذلك عند برَهمَغوبتا. فعندما يلاحظ هذا الأخير أنّ:

"with the sequence of the unknown and the unknown are cleared, the known quantities (rūpāni) are cleared (from the side) below that"[124]

فهو يقصد، بحسب مُحقّقي النص، في حالة معادلة بمجهول واحد، تخليص أحد الطرفين من المجاهيل وتخليصَ الطرف الآخر من الحدود الثابتة، بحيث تُرَدّ المعادلة إلى الشكل الوحيد $ax^2 + c = bx$، حيث يكون كلّ من a، وb، وc، موجباً أو سالباً أو معدوماً.

نُذَكّر اخيراً بأنّ الخوارزمي أراد أن يؤسّس "حساباً" على المجاهيل، بغضّ النظر عمّا تمثّله هذه المجاهيل، أي أن يؤسّس مادّة رياضيّة، خاضعة في روحيّتها لقواعد البرهان. ولا يوجد عند أسلاف الخوارزمي أيّ أثر لمثل هذا المشروع.

---

* هو $b^2 - 4ac$، إذا كانت المعادلة هي $ax^2 + bx + c = 0$ (المُترجم).

[124] المصدر نفسه، ص ٢٠٦.

كلّ هذه الاختلافات، إن على صعيد المفاهيم أو على صعيد الطرائق، تؤكّد أنّ الخوارزمي، ولو أنه اطّلع على كُتُب آريَبهَطا وبرَهمَغوبتا، فإنّما قرأها بعين الباحث في علم الفلك، أو ربّما في علم الحساب. وفي كلّ حال لم تنعكس هذه القراءة على مفهومه للجبر، ولم يكن لها أيّ أثر في الوسائل التقنيّة لهذه المادّة. والعقلانيّة الرياضيّة التي تحكم جبر الخوارزمي بعيدة كلّ البعد عن تلك التي نجدها عند أسلافه. هذه هي، على كلّ حال، النتيجة التي يؤكّدها جميع معاصريه وخلفائه الذين كانوا مُطّلعين على الكتابات الهنديّة المعروفة باللغة العربيّة. كلّ هؤلاء يُجمعون على القول إنّ الخوارزمي وإن استفاد من علم الفلك الهندي ومن "الحساب بواسطة الأرقام التسعة"، فإنّه لا يدين بجبره إلى أيّ من سابقيه. فلنستمع إلى أحد هؤلاء، الهاشمي، أحد الذين يعرفون جيّداً علم الفلك الهندي:

"وأما محمد بن موسى الخوارزمي فإنّه وضع زيجه لنصف النهار بالقبّة بعد يومه على مثل قول الهند، بالجزء من اربعماية جزء <من ساعة> من يوم. ونَقَل رسايل الزيجات* إلى زيجه، فبعض ذلك من قانون ثاون وبعض من زيج يعقوب بن طارق وبعض من زيج الفزاري وقدّم في زيجه وأخّر وخَلَط** ويقال انه لم يسبقه أحد إلى كتابه الذي وضعه في الجبر والمقابلة واستخراج الجذور بالأصفار"[125].

* أي أجزاء من الزيجات.

** بمعنى أنّه وضع بعضاً من هذه "الرسايل" في مقدّمة كتابه وبعضاً منها في مؤخّرته وخلط بعضها الأخر مع عمله (المترجم).

[125] الهاشمي، "كتاب في عِلل الزيجات"، الورقة ٩٦ظ.

القسم الثاني

نصّ كتاب الخوارزمي

تحقيق النص وترجمته إلى الفرنسية

نعلم حتّى يومنا هذا، بوجود سبع مخطوطات من جبر الخوارزمي، يصعب الوصول إلى اثنتين منها هما المخطوطتان الموجودتان في كابُل، في أفغانستان. واستناداً إلى فهرس "معهد المخطوطات العربيّة" في القاهرة، توجد إحدى هاتين المخطوطتين ضمن مجموعة خاصّة، وتنتمي الأخرى إلى مكتبة البلاط الملكي القديم. وقد استطعت، خلال مهمّة في كابُل، مباشرةً بعد سقوط الملكيّة وقبل الاجتياح السوفياتي، فحص المخطوطة الموجودة في المجموعة الخاصّة، ولكنّي لم أحصل البتّة على نسخة فوتوغرافيّة عنها، رغم كلّ الوعود. أمّا مكتبة البلاط، فكان من المستحيل الدخول إليها. ونفهم، بعد الاجتياح الجديد، أن يكون العمل على الأرض مستحيلاً.

يبقى إذاً خمسُ مخطوطات، ومخطوطةٌ سادسة أقلُّ قيمةً. لهذه المخطوطات صِفة مشتركة وهي أنّها كلّها نُسَخٌ متأخّرة التاريخ نسبيّاً. تعود المخطوطة الأقدَم إلى العام ١٢٢٢م، أي إلى ما يقارب أربعة قرون بعد تأليف الخوارزمي لكتابه. وقد نقع يوماً ما على مخطوطة قديمة تائهة في أحد الكنوز العربيّة المخطوطة، المتناثِرة في جهات الأرض الأربع؛ وعلى كلّ حال، من المستغرب ألاّ يبقى من نصٍّ، حصل إجماعٌ على الاعتراف بكونه عملاً تأسيسيّاً، سوى هذا العدد القليل من المخطوطات المتأخّرة في الزمن. وهذا الوضع يعود إلى أسباب متعدّدة، منها المصير المأساوي للمخطوطات العلميّة العربيّة، والكتابات العديدة في الجبر التي حصلت إثر رسالة الخوارزمي والتي أثارتها هذه الرسالة، والتوسّع الحاصل في هذا العلم والذي جعل من هذا المقال رويداً رويداً مقالاً ابتدائيّاً؛ فكأنّ انتشارَ الكتاب كان الضحيّة الأولى لعبقريّة مؤلّفه.

لا يمكننا، مع نُسَخٍ متأخّرة نسبيّاً، أن نتجنّب طرح مسألة أصالة النص، عند القيام بتحقيقٍ يطمحُ لأن يكون نقديّاً. ولكنّنا نملك شهادةً قويّة داعمة، هي شهادة أبي كامل

(٨٥٠ - ٩٣٠م) الذي استعار، في جبره، نصوص الخوارزمي البيانيّة، كما استعار مسائل كان هذا الأخير قد طرحها وحلّها. فقد استعاد أبو كامل، عند معالجته "المسائل الست"، معادلات الخوارزمي، مع معاملاتها وبالترتيب نفسه. وأكثر من ذلك، نجد في معظم كتب الجبر هذه المعادلات كما نصّها الخوارزمي. وتصلنا شهادة أخرى هامّة من الترجمة اللاتينيّة الجزئيّة التي قام بها جيرار دو كريمون (Gérard de Crémone) (1114–1187م)، الذي توصّل إلى مخطوطتين عربيّتين للنص، منسوختين في القرن الحادي عشر للميلاد على أبعد تقدير. لدينا إذاً ما يكفي من المعلومات لضمانة أصالة النص، أو على الأقلّ لضمانة بُنيَتِه ومحتواه. لنبدأ إذاً بالمخطوطات.

المخطوطة A، [أ]: أوكسفورد: Oxford, Bod., Hunt 214, fol. 1ᵛ-34ʳ.

هذه المخطوطة عبارة عن مجموعة مؤلّفة من أربعة مقالات في علم الحساب وفي الجبر، وهي تتوجّه بالتأكيد إلى الفقهاء الخبراء في حساب الفرائض وإلى الموظّفين، لا إلى الباحثين في الرياضيّات. و لم يخلُ هذا الوضع من إيجابيّة تتمثّل في أنّها نُقلت من قِبَل أُناس أكفّاء باللغة العربيّة؛ والسلبي فيها أنّها ربّما تعرّضت لفائضٍ من التصحيح، وهو تصحيح لا يمكنه في كلّ حال أن يطال سوى الأخطاء النَحويّة. يحتل كتاب الخوارزمي الورقات ١ ظ-٣٤و. وهو مكتوب بالخط الـ"نسخي" بعناية مثاليّة. ولقد عمَد الناسخ غالباً إلى تشكيل الحروف، وإلى فَصل المقطع عن الآخر بنقطة محاطة بدائرة صغيرة، وإلى رسم الأشكال الهندسيّة بالحبر الأحمر، في حين أنّ النص منسوخٌ بالحبر الأسود والعناوين بالحبر الأحمر. أخيراً نذكر أنّ الكتابة جرت مِن قِبَل ناسخ واحد، وأنّ الأوراق من صناعة واحدة.

أصرّ الناسخ، الذي أغفل ذكر اسمه ومكان النسخ (الذي ربّما كان الحجاز)، على ذكر تاريخ إتمام النقل وهو يوم الأحد الواقع فيه ١٩ محرّم من العام ٧٤٣ للهجرة، أي ٢٤ حزيران من العام ١٣٤٢ للميلاد.

نلحظ في الهوامش وأحياناً بين السطور، ثلاثة أنواع من التأشيرات. **أوّلاً**، وفيما يخص الإغفالات خلال عمليّة النقل، فإنّ الناسخ يعيد كتابتها انطلاقاً من نموذجه الخاص (أي من النسخة التي يعتمدها)، ويُشير إلى إعادة الكتابة هذه بإضافة كلمة "صح" أو كلمة "أصل". وهناك **ثانياً**، التأشيرات المشار إليها بالحرف "خ"، وهي نصوص بديلة مختلفة مدوّنة انطلاقاً من "نسخة أخرى". وأخيراً هناك الحواشي. وهذه الحواشي ليست عديدة فحسب، إنّما هي جوهريّةٌ غالباً، وهي على نوعين: البعض منها منسوب صراحةً إلى المُزَيجِفي، وتسبقه عبارة "حاشية"، فيما البعض الآخر مجهول المؤلّف.

غير أنّ كلمة "المُزَيجِفي" تُشير إلى اسم مكان. والمقصود في الواقع هو أحمد بن عمر الخُزاعي أو ابنه محمّد بن أحمد بن عمر الخُزاعي. فالوالد كما الولد كانا رحلَي فقه (شرع) ورياضيّات. وقد وَصَلَنا من الابن كتاب في الحساب، توجد نسخة منه في المجموعة التي نفحصها هنا، بينما ينسب المؤرّخون ومؤلّفو السيَر كتابَ "شرح مختصر الخوارزمي في الجبر والمقابلة" إلى الوالد. لم نكن نعلم شيئاً عن وجود هذا الكتاب، إلى أن وضع الحظ على دربي مخطوطة مجهولة المؤلّف تحمل العنوان نفسه. عنيت المخطوطة رقم ٨٠٣، من مكتبة يني كامي من اسطنبول[1]. أُنجِزَت كتابةُ هذا الشرح الضخم في شهر رمضان من العام ٦٠٧ للهجرة، أي في شباط/آذار من العام ١٢١١ للميلاد. يعمل كاتب هذا الشرح بالطريقة التالية: يذكر مقطعاً من كتاب الخوارزمي ويشرحه بنوع من التوسّع، قبل أن ينتقل إلى المقطع التالي -أو إلى الجملة التالية-. والمقابلة بين نصوص الخوارزمي المذكورة في هذا الكتاب والمخطوطات الأخرى الموجودة لدينا من كتاب الخوارزمي، سمحت لنا بوضع المخطوطة التي كانت بحوزة الشارح في شجرة الروابط العائليّة لمخطوطات النصّ. ومن جهة أخرى، دلّت مقابلة "الشرح" مع حواشي نصّ

[1] مخطوطة الخُزاعي هذه نُسبت خطأً لابن الهائم.

الخوارزمي أنّ كل الحواشي –تلك المنسوبة إلى المزَيحفي، كما الحواشي الباقية– مستعارة من هذا الشرح. وهذا يعني أنّ هذا الشرح الهام عائدٌ للخُزاعي شخصياً.

كما أنّنا وجدنا مقطعاً بعنوان "من الوصايا بالسطوح الهندسيّة" في مخطوطة القاهرة، دار الكتب، طَلْعَت ٢٠٧، الورقات ٥٢ظ–٦١ظ، تبيّن، بعد الفحص، أنّه جزءٌ من شرح الخُزاعي لكتاب الخوارزمي. مؤلّف هذا المقطع مجهول؛ وتوجد قبلَه صفحة ملتبسة، نسبه فيها الناسخ إلى الابن بدل الأب.

الرسائل الأخرى من مجموعة أوكسفورد تتوالى بالترتيب التالي:

– مقدّمة في علم الحساب، بعنوان "مقدّمة في الحساب"، الورقات ٣٤ظ–٥٢ظ، كتبها ابن الخُزاعي نفسه، وقد كان على قيد الحياة، في حدود سنة ١٣٢٤م؛

– مقالة في الجبر مجهولة المؤلّف، بعنوان "المراسلة في الجبر والمقابلة"، الورقات ٥٣و–٧٥ظ؛

– مقالة بعنوان "المقدّمة الكافية في أصول الجبر والمقابلة" للمدعو أبي عبدالله الحسين بن أحمد، الورقات ٧٦و–٨٦ظ.

المخطوطة B، [ب]: برلين: Berlin, Landberg 199, fol. 60ᵛ-95ᵛ.

هذه المخطوطة كتبها، بالخط الـ"نسخي" وبتاريخ متأخّر نسبيّاً، ناسخٌ مجهول، يبدو أنّه ناسخٌ محترف؛ ويبدو أنّها لم تكن أبداً قد استُخدِمت كنسخة عمل. فقد كُتِبت بيد ناسخ واحد، والملحوظات الهامشيّة الوحيدة –التي لا يوجد منها سوى اثنتين– هي عبارة عن تصحيحين قام بهما الناسخ خلال عمليّة النقل؛ وقد تُركت مواضع الأشكال الهندسيّة فيها فارغةً، وكذلك مواضع العبارات في بداية المقاطع، مثل عبارة "باب"، "مسألة"، "وأمّا". وكلّ الدلائل تُشير إلى أنّ هذه المواضع تُركت لتُكتب كلماتها بالحبر الأحمر فيما بعد.

المخطوطة O، [ع]: المدينة، عارف حكمت، ٦-جبر، الورقات ١ ظ-٣١ ظ.

أُنجز نسخ هذه المخطوطة في ١١ صفر من العام ٦١٩ للهجرة، أي في ٢٦ آذار من العام ١٢٢٢ للميلاد، على يد المدعو محمّد بن سعيد. الخط "نسخي" والناسخ واحد. يوجد مع ذلك ثلاث ملحوظات هامشيّة كُتبت بيد الناسخ نفسه، هي كلمات نسِيَها خلال النسخ وأعاد كتابتها انطلاقاً من نموذجه. والاستثناءان هما شروح قدّمها أحد قرّاء تلك المخطوطة لتعبيرين واردين في الورقات ٥ ظ-٦ و.

النصُّ في [ب] وفي [ع] غير تام ويتوقّف عند الصفحة ٢٦٤ من النص المحقّق في كتابنا هنا.

المخطوطة H، [ح]: المدينة، عارف حكمت، ٤-جبر، الورقات ١ ظ-٦١ ظ.

تدل قلفونة هذه المخطوطة على أنّ النسخ أُنجز في ٢٤ محرّم من العام ١١٨١ للهجرة، أي في ٢١ حزيران من العام ١٧٦٧ للميلاد. فهي إذاً نسخة حديثة العهد، لكنّها كما سنرى لاحقاً، إعادة لتقليد نَصّي مهمّ. أغفل الناسخ ذكر اسمه، وليس في هذه النسخة أدنى إشارة هامشيّة.

المخطوطة M، [م]: طهران، مالك ٣٤١٨، الورقات ١٦-٢٣.

هذه المخطوطة هي مقطع يحتوي على الفصل ذي العنوان "في المساحة"، من كتاب الخوارزمي. وفي نهايتها، يكتب الناسخ، مجهول الاسم، أنّه قابل نسخته بنموذجه. الكتابة تمّت بالخط "النسخي"؛ وقد نُسِخ المقطع بيد ناسخ واحد، وهو لا يحوي إشارات هامشيّة.

المخطوطة S: نيويورك، كولومبيا، New York, Columbia, Smith Or. 40.

هي نسخة حديثة العهد، أُنجزت لصالِح الرياضيّ د. أ. سميث (D. E. Smith) انطلاقاً من المخطوطة [أ] فحسب. لهذا لم نأخذها بالاعتبار في تحقيقنا.

الترجمة اللاتينيّة العائدة لجيرار دو كريمون:

Liber Maumeti filli Moysi Alchoarismi de algebra et almuchabala

يُدرك الجميع أهمّيّة هذه الترجمة بالنسبة إلى تاريخ الجبر في أوروبا. إلاّ أنّ دورها في التحقيق النقدي للنص العربي[2] لم يُشَر إليه بالأهمّيّة التي يستحق. تشكّل هذه الترجمة شاهداً ثميناً، ولو غير مباشر، على التقليد المخطوط قبل القرن الثاني عشر للميلاد. فكلّ المخطوطات العربيّة الموجودة من كتاب الخوارزمي نُسِخت بعدها بما يزيد على قرنٍ من الزمن. لا يمكننا إذاً أن نتجنّب مقابلة هذه الترجمة، اللاتينيّة، بالنصوص العربيّة. وهذا ما أتاح لنا التراجع بتاريخ التقليد النَصّي نزولاً إلى القرن الحادي عشر للميلاد، إن لم يكن إلى أقدم من ذلك. تَظهر هذه الترجمة على شكل نصٍّ رئيسي، يتبعه ملحق مؤلّف من

---

[2] حول الترجمات اللاتينيّة لكتاب الخوارزمي، انظر:

Barnabas Hughes, "The Medieval Latin Translations of al-Khwārizmī's *al-Jabr*," *Manuscripta*, vol. 26 (1982), pp. 31-37.

هناك ثلاث ترجمات لاتينيّة وهي: ترجمة جيرار دو كريمون، ترجمة روبير دو شستر (Robert de Chester) وترجمة غيّوم دو لونا (Guillaume de Luna). فيما يخص ترجمة جيرار دو كريمون وهي، بما لا يُقاس، الأفضل والأكثر حَرفيّةً، انظر المرجعين التاليين:

Guillaume Libri, *Histoire des sciences mathématiques en Italie depuis la renaissance des lettres jusqu'à la fin du 17ème siècle* (Paris: Adamant Media Corporation, 1838), vol. I, pp. 253-299; B. Hughes, "Gerard of Cremona's Translation of al-Khwārizmī's *al-Jabr*: A Critical Edition", *Mediaeval Studies*, vol. 48 (1986), pp. 211-263.

وفيما يخص ترجمة روبير دو شستر، انظر:

Muḥammad Ibn Mūsā Al-Khwārizmī, *Robert of Chester's Latin Translation of the algebra of al-Khowarizmi*, introduction critical notes and an English version by L. Karpinsky (New York: MacMillan, 1915); B. Hughes, *Robert of Chester's Latin Translation of al-Khwārizmī's al-Jabr*, edited by Barnabas Bernard Hughes, coll. Boethius; XIV (Stuttgart: Franz Steiner, 1989), et A. A. Björnbo, "Gerhard von Cremonas Übersetzung von Alkhwarizmī's Algebra und von Euclids Elementen," *Bibliotheca mathematica* (Leipzig), vol. 3, no. 6 (1905), pp. 239-248.

سلسلة من المسائل. وسوف نُشير بحرف L، [ل] إلى المخطوطة الأساس في النص الرئيسي، وبحرف K، [ك] إلى المخطوطة الواردة في الملحق.

يقوم النص [ل] بترجمة ما يلي: التحديدات، والمعادلات الست وبرهان خوارزميّات الحل، والحساب الجبري، والمسائل التي تُعاد إلى المعادلات الست، وبعض المسائل من الفصل الذي يحمل عنوان "باب المسائل المختلفة"، والمعامَلات. أغفل جيرار دو كريمون إذاً ترجمة المقدِّمة والفصل المتعلّق بالمساحة والكتاب الثاني المتعلّق بالوصايا. هذا يعني أنّ جيرار دو كريمون نَقَلَ إلى اللاتينيّة الكتاب الأوّل، ما عدا الجزء الهندسي منه. ولكنّ هذا الجزء، الأساسي، هو الجزء الذي كان الأقل تعرّضاً للتدخّل الخارجي عبر تاريخ النص (هذا إذا استثنينا الفصل المتعلّق بـ"المسائل المختلفة"). وللاقتناع بأصالة النص، تكفي مقابلة هذا الجزء بأعمال خلفاء الخوارزمي خلال القرن التاسع، مثل كتاب أبي كامل[3]. فأبو كامل، كما كثيرون غيره، يستشهد بنصوص الخوارزمي البيانيّة وأمثلته، التي كانت قد أضحت ذات قيمة مرجعيّة.

تدلّ مقابلة [ل] بالمخطوطات العربيّة على أنّ النص المترجَم إلى اللاتينيّة هو من عائلة [ب] وَ [ع]. وفحص التعليقات والحواشي بهذا الخصوص أمرٌ ذو دلالة. مع ذلك، تجدر الإشارة إلى استثنائين هما:

أوّلاً: يحتوي نص برهان خوارزميّة حل المعادلة $x^2+21=10x$ (انظر ص ١٢-١٣ من [ل]) على بعض الفروق بين الصيغة والأخرى. ينقص مقطع في كلٍّ من المخطوطتين [ب] وَ [ع]. تختلف الصيغة [أ] عن الصيغة [ح] وعن النسخة [ل]. يؤشّر هذا إلى أنّ هذه السطور من النص قد أُفسدت في تاريخٍ مُبكرٍ نسبيّاً.

---

[3] "كتاب الجبر والمقابلة"، مخطوطة اسطنبول، قره مصطفى باشا ٣٧٩.

ثانياً: الاستثناء الذي يمثّله الفصل المتعلّق بـ"المسائل المختلفة" هو أكثر أهميّة؛ هذه المسائل تُعاد إلى معادلات من الدرجتين الأولى والثانية، وهي التي لم تُطرح بالترتيب المتّبع من قِبل الخوارزمي لدى دراسته هذه المعادلات. وفي الترجمة [ل]، لا يوجد سوى اثنتي عشرة مسألة. ومن جهة أخرى، هذا النوع من الفصول، هو الأكثر تعرّضاً لتسرّب المسائل المنحولة إليه خلال تاريخ النص. المخطوطات العربيّة تحتوي على أربعٍ وثلاثين مسألة وليس على اثنتي عشرة.

يبقى أن نشير إلى أنّ جيرار دو كريمون يقول، في نهاية الترجمة [ل]: "ينتهي الكتاب هنا. إلاّ أنّني وجدت في كتاب آخر، هذه الأشياء مُدخَلة بين الأشياء المكتوبة أعلاه"[4].

"هذه الأشياء" هي "مسائل أخرى مختلفة"، وعددها واحد وعشرون. هذا يعني أنّه كان يملك مخطوطتين، الأولى هي المخطوطة [ل]، والثانية يحتوي الفصل المتعلّق بالمسائل المختلفة فيها على ٣٣ مسألة، وهي المسائل الاثنتي عشرة من [ل] يضاف إليها الإحدى والعشرون المُدخلة. والمسائل الأخيرة هذه، ترجمها جيرار ووضعها في ملحقٍ بترجمته لـ[ل]. لنسمِّ هذه المخطوطة الثانية [ك].

من أولى مهمّات التحقيق النقدي، التحقّق من أصالة هذه "المسائل المختلفة". وتتوفّر مصادر عديدة تتيح لنا إجراء هذا التحقّق. هناك أوّلاً التقليد العربي، وشهادة أبي كامل (حوالى ٨٧٨م) الذي استعار بعضاً من هذه المسائل، رغم أنّه لم يقم باستعارتها كلّها، و لم يضَع المسائل المستعارة بالترتيب ذاته. كما أنّ هنالك شرح الخزاعي. يذكر هذا الأخير، في معظم الحالات، نص الخوارزمي لهذه المسائل، بتعابيره ذاتها.

---

[4] انظر:
"Liber hic finitur. In alio tamen *libro* repperi hec interposita suprascriptis" (éd. Hugues, p. 257, 2).

التقليد النصّي العربي (رقم المسألة)	الخُزاعي (الورقة أو الورقات)	[ل]	[ك]
١	١٩و	١	–
٢	٢٠و	٢	–
٣	٢٠ظ	٣	–
٤	٢١و	٤	–
٥	٢٤و	٥	–
٦	٢٤ظ	٦	١
٧ (لا توجد في [ب] وَ [ع])	٢٤ظ	–	–
٨	٢٥و	٧	–
٩	٢٥ظ	–	٢
١٠	٢٥ظ	٨	–
١١	٢٥ظ-٢٦و	–	٣
١٢	٢٦و	–	–
١٣	٢٦ظ	–	٤
١٤	٢٦ظ	–	٥
١٥	٢٦ظ	–	٦
١٦	٢٦ظ-٢٧و	–	٧
١٧	٢٧و	–	٨
١٨	٢٧و	٩	–
١٩	٢٧و	–	٩
٢٠	–	–	١٠
٢١	٢٧ظ	١٠	–
٢٢	٢٨و	–	١١
٢٣	٢٨و	–	١٢
٢٤	٢٨و	١١	–
٢٥	٢٨ظ	–	١٣

٢٦	٢٨ظ	-	١٤
٢٧	٢٨ظ	-	١٥
٢٨	٢٩و	١٢	-
٢٩	٢٨ظ	-	٢١
٣٠	٢٩ظ	-	١٦
٣١	٢٩ظ	-	١٧
٣٢	٢٩ظ-٣٠و	-	١٨
٣٣	٣٠و	-	١٩
٣٤	-	-	٢٠

هذا الجدول يؤكّد تماماً أقوال جيرار دو كريمون، ويدل على حالة هذا الفصل من كتاب الخوارزمي وعلى ثبات النص بدءاً من القرن الحادي عشر للميلاد، إن لم يكن قبل ذلك. ويبقى الشك فيما يخص المسألة ٧، الغائبة عن العائلة [ب، ع] وأيضاً عن [ل] وَ [ك]. والمسألة ١٢، اللافتة ببساطتها، تغيب عن [ل] وَ [ك]؛ وقد يعود هذا الغياب إلى مجرّد حادثٍ في النسخ. ليست المسألة ١ من "الملحق" سوى المسألة ٦ من [ل] التي عاد جيرار وأوردَها في المخطوطة [ك]. ويبدو أنّ جيرار قد تحقّق من أنّها فعلاً المسألة ٦ نفسها، إذ إنّه يبدأها بكتابة "مكرّر" (تحقيق هوغز (Hughes)، ص ٢٥٧، ٣).

استناداً إلى التقليد النصي العربي، وإلى الترجمة اللاتينيّة العائدة لجيرار دو كريمون وإلى شرح الخُزاعي (وهي شهادات نستطيع بسهولة أن نضيف إليها شهادة نص حبر أبي كامل)، نتبيّن أنّ نص الفصول المذكورة سابقاً من حبر الخوارزمي، ثابتٌ ومؤكّدٌ منذ ما قبل القرن الثاني عشر للميلاد. يعيدنا كتاب أبي كامل إلى القرن التاسع للميلاد فيما يخص النصوص البيانيّة للمعادلات والخوارزميّات. وإلى هذه النتيجة الإجماليّة والتقريبيّة، نستطيع أن نقدّم المزيد من الإيضاحات فيما يخصّ بمجمل الكتاب، وذلك عن طريق تفحّص تاريخ

النص العربي الذي نحقّقه هنا وإقامة شجرة الروابط العائليّة لمخطوطات النصّ. لذا نقدّم في ما يلي النتائج الأساسيّة استناداً إلى دراسة الإغفالات في النسخ؛ وقد قمنا بتدوين النصوص المختلفة البديلة لهذه الإغفالات في حواشي النصّ المُحقّق ويستطيع القارئ مراجعتها بسهولة.

في الكتاب الأوّل "كتاب الجبر والمقابلة"، تتوزّع النواقص الخاصّة بكلٍّ من المخطوطات، على الشكل التالي:

النواقص الخاصّة بـِ[أ]: ٥ كلمات وَجملتان؛ وبـِ[ح]: ٧١ كلمة وَ١٤ جملة؛ وبـِ[ع]: ١٣ كلمة؛ وبـِ[ب]: ١٥ كلمة، و٩ جمل وَ١٣ موضعاً فارغاً؛ وبـِ[م]: ٦ كلمات.

النواقص المشتركة تتوزّع على الشكل التالي: النواقص المشتركة لـِ [ب، ع]: ١٥٤ كلمة وَ٣٢ جملة؛ ولـِ [ب، ح، ع]: ١٣٣ كلمة وَ٢٦ جملة؛ ولـِ [ب، ح]: كلمة واحدة هي "فقال"، والتي هي بالتأكيد خطأ عرَضيٌّ في النسخ.

في فصل "باب المساحة" (ص ٢٢٠-٢٣٤)، تتوزّع النواقص المشتركة على الشكل التالي: النواقص المشتركة لـِ [ب، ع، ح، م]: ١٧ كلمة وَ٣ جمل؛ ولـِ [ب، ع، م]: ٧ كلمات؛ ولـِ [ح، م]: ١١ كلمة، وجملة واحدة.

في الكتاب الثاني (ص ٢٣٥-٢٦٤)، تتوزّع النواقص الخاصّة بكلٍّ من المخطوطات، على الشكل التالي:

النواقص الخاصّة بـِ[أ]: ٢٠ كلمة وَ٣ جمل؛ وبـِ[ح]: ٥٣ كلمة وَ٨ جمل؛ وبـِ[ع]: ١٣ كلمة وَجملة واحدة؛ وبـِ[ب]: ٢١ كلمة، ١٣ جملة وَ٣ مواضع فارغة.

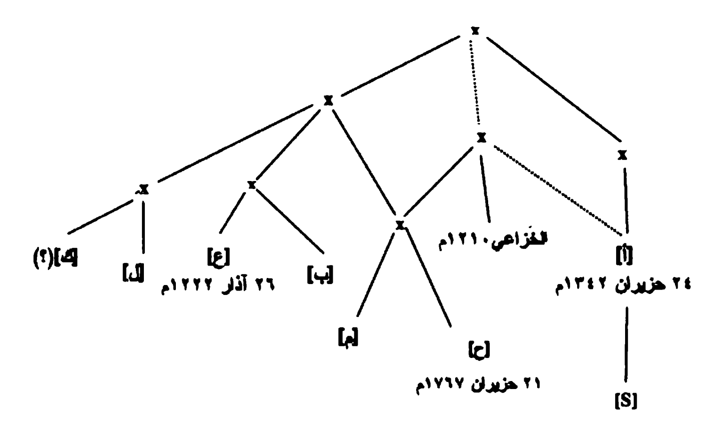
النواقص المشتركة لـِ [ب، ع، ح]: ٨٥ كلمة وَ١١ جملة؛ والنواقص المشتركة لـِ [ب، ع]: ٦٤ كلمة وَ١٧ جملة.

تتوزّع النواقص من الصفحة ٢٦٥ إلى الصفحة ٢٨٤، على الشكل التالي:

النواقص الخاصّة بـ[أ]: ١٣ كلمة وَجملة واحدة؛ وبـ[ح]: ١١٠ كلمات وَ١٠ جمل.

ونُشير إلى أنّ تعبير "مسألة" لا يوجد إلاّ في [ح].

نقترح، آخذين بالاعتبار الإغفالات، والإضافات، والأخطاء وغير ذلك من الاختلافات، التمثيل التالي للروابط العائليّة بين الصِيَغ المخطوطة لكتاب الخوارزمي:



جرى تحقيق كتاب الخوارزمي مرّتين انطلاقاً من المخطوطة الواحدة نفسها [أ]. المرّة الأولى كانت على يد ف. روزن (F. Rosen) في العام ١٨٣١. وكان لهذا التحقيق غير النقدي، على الأقل، أفضليّة التعريف بكتاب الخوارزمي ابتداءاً من القرن التاسع عشر، بلغته الأصليّة وبترجمته الإنكليزيّة في الوقت نفسه. يعود التحقيق الثاني، وهو أفضل، إنّما أيضاً غير نقدي، إلى علي مصطفى مشرّفه ومحمّد مُرسي أحمد، وهو مؤرّخ

بالعام ١٩٣٩م[٥]. لا يأخذ تحقيق مشرّفه بالاعتبار إضافات الناسخ أو تصحيحاته في الهامش (المشار إليها بإحدى الكلمتين "أصل" أو "صح")، ولكنّه يتبنّى أحياناً التعابير المخالفة والاختلافات الواردة في النسخة الأخرى ("خ"). ولقد دوّنا، في حواشي التحقيق النقدي، الاختلافات بالنسبة إلى تحقيق مشرّفه [ط].

تَقيّدنا في التحقيق النقدي الذي نُقدّمه هنا، كما في الترجمة الفرنسيّة، بالقواعد عينها التي اتّبعناها في تحقيقاتنا الأخرى للنصوص الرياضيّة العربيّة.

---

[5] أبو عبد الله محمد بن موسى الخوارزمي، كتاب الجبر والمقابلة، تحقيق وتعليق علي مصطفى مشرفة ومحمد مرسي أحمد، الجامعة المصرية؛ كلية العلوم (القاهرة: وزارة الثقافة، ١٩٣٩).

رموز كتابيّة

<> نستخدم هاتين الزاويتين في النص العربي لنضَع بينهما ما أضفناه إلى النصّ لسدّ ثغرة فيه. أمّا في الترجمة الفرنسيّة، فقد أبقينا عليهما في العناوين وأدخلناهما للإشارة إلى إضافات إلى النص العربي، قمنا بها ليستوي المعنى بالفرنسيّة.

[ ] نستخدم هذين القوسين في النص العربي فحسب، لنُحدّد الكلمة أو المقطع الذي ينبغي حذفه من أجل تماسك النص.

/ تدلُّ هذه الإشارة على نهاية ورقة من ورقات المخطوطة.

[أ]، [A]: مخطوطة أوكسفورد: Oxford, Bod., Hunt 214, fol. 1^{v}-34^{r}.

[ب]، [B]: مخطوطة برلين: Berlin, Landberg 199, fol. 60^{v}-95^{v}.

[ح]، [H]: المدينة، عارف حكمت، ٤-جبر، الورقات ١$^{\text{ظ}}$-٦١$^{\text{ظ}}$.

[ط]، [I]: تحقيق مشرّفه.

[ك]، [K]: ملحق بالترجمة اللاتينيّة لِجيرار دو كريمون.

[ل]، [L]: الترجمة اللاتينيّة لِجيرار دو كريمون.

M، [م]: مخطوطة طهران، مالك ٣٤١٨، الورقات ١٦-٢٣.

[ع]، [O]: مخطوطة المدينة، عارف حكمت، 6-جبر، الورقات ١$^{\text{ظ}}$-31$^{\text{ظ}}$.

[S]: مخطوطة نيويورك، كولومبيا، سميث: New York, Columbia, Smith Or. 40.

بسم الله الرحمن الرحيم

ا - ١ - ظ
ب - ٦٠ - ظ
ح - ١ - ظ
ع - ١ - ظ
ط - ١٥

‹كتاب الجبر والمقابلة

لمحمّد بن موسى الخوارزمي›

هذا كتاب وضعه محمد بن موسى الخوارزمي، افتتحه بأن قال:

5 الحمد لله على نعمه بما هو أهله من محامده، التي بأداء ما افترض منها على من يعبده من خلقه يقع اسم الشكر ويستوجب المزيد، ويؤمن من الغير إقراراً بربوبيته وتذللاً لعزته وخشوعاً لعظمته.

بعث محمداً صلى الله عليه وسلّم بالنبوة على حين فترة من الرسل وتنكرٍ من الحق ودُرُوسٍ من الهُدى، فبصّر به من العمى، واستنقذ به من

10 الهلكة، وكثر به بعد القلّة، وألف به بعد الشتات. تبارك الله ربنا وتعالى جدّه وتقدست أسماؤه ولا إله غيره، وصلّى الله على محمد النبي وآله وسلّم.

ولم تزل العلماء في الأزمنة الخالية والأمم الماضية يكتبون الكتب، مما يصنفون من صنوف العلم ووجوه الحكمة، نظراً لمن بعدهم واحتساباً

15 للأجر، بقدر الطاقة / ورجاءً أن يلحقهم من أجر ذلك وذُخره وذكره ح - ٢ - و

1 الرحيم: الرحيم رب يسر بفضلك [ع] الرحيم وبه نستعين [ح] - 4 هذا ... قال: ناقصة [ب] / وضعه: كتبه [ا] أثبت «كتبه» فوقها من نسخة أخرى- 5 بأداء: تودي [ب، ع] / ما: بما [ب، ع] / منها: ناقصة [ب، ع] - 6 يؤمن من: يومل [ب، ع] - 7 الغير: الغير [ا، ح، ب] / إقراراً: اقرار [ب] / تذللاً: ذلا [ب] ذل [ع] / لعزته: العزة [ع] / وخشوعاً: وخضوعاً [ب، ع، ح] - 8 عليه: عليه وعلى آله [ا، ط] / بالنبوة: ناقصة [ب، ع] - 9 تنكر: منكر [ب، ع] / من (الأولى والثانية): ناقصة [ب، ع] - 10 الله: ناقصة [ب، ع، ح] - 11 جدّه: ناقصة [ب، ع] / ولا إله غيره: ناقصة [ب، ع] / محمد النبي: سيدنا محمد [ب] محمد [ع] / النبي: ناقصة [ح] / وآله: وعلى آله [ح] - 12 وسلّم: وسلم كثيراً [ب، ع] - 13 الماضية: السالفة [ح] / مما: بما [ب، ع] - 14 يصنفون: يصنفونه [ح] يقتنفون [ب، ع] - 15 للأجر: للخير [ب] الخير [ع] / وذخره: ناقصة [ح] ذخره [ب، ع] / وذكره: ناقصة [ب، ع].

ويبقى لهم من لسان الصدق ما يصغُر في جنبه كثيرٌ مما كانوا يتكلفونه
من المؤونة ويحملونه على أنفسهم من المشقة في كشف أسرار العلم
وغامضه. إما رجل سبق إلى ما لم يكن مستخرجًا قبله، فورثه من بعده؛
وإما رجل شرح مما أبقى الأولون ما كان مستغلقاً، فأوضح طريقه وسهل
5 مسلكه وقرّب مأخذه؛ وإما رجل وجد في بعض الكتب خللاً فلمّ شعثه
وأقام أوده وأحسن الظن بصاحبه غير زادٍ عليه ولا مفتخرٍ بذلك من فعل
نفسه.

وقد شجعني ما فضل الله به الإمام المأمون، أمير المؤمنين، مع الخلافة
التي أجاز له إرثها وأكرمه بلباسها وحلاّه بزينتها من الرغبة في الأدب
10 وتقريب أهله وإدنائهم وبسط كنفه لهم / ومعونته إياهم على إيضاح ما ب-٦١- و
كان مستبهمًا وتسهيل ما كان مستوعراً، على أن / ألفت من حساب ط - ١٦
الجبر والمقابلة كتاباً مختصراً، جعلته حاصراً للطيف الحساب وجليله لما
يلزم الناس من الحاجة إليه في مواريثهم ووصاياهم وفي مقاسماتهم
وأحكامهم وتجاراتهم، وفي جميع ما يتعاملون به / بينهم من مساحات ع - ٢ - و
15 الأرضين وكرى الأنهار / والهندسة وغير ذلك من وجوهه / وفنونه، ا-٢- و
مقدمًا لحسن النية فيه وراجيًا لأن ينزله أهل الأدب بفضل ما استودعوا ح-٢- ظ
من نعم الله تعالى وجليل آلائه وجميل بلائه عندهم منزلته، وبالله توفيقي
في هذا وفي غيره، عليه توكلت وهو رب العرش العظيم. وصلّى الله على
جميع الأنبياء والمرسلين.

1 الصدق: الصدق فيه [ح] / مما: ما [ب، ع] – 2 ويحملونه: ويكملونه [ب] وكملونه [ع] / أنفسهم: نفوسهم [ح] / كشف: تكشيف [ب، ع] – 3 فورثه: فاورثه [ب، ع] – 4 رجل: رجل خرج [ب، ع] / مما: ما [ب، ع] / طريقه: تعريفه [ب، ع] – 5 شعثه: تسيعه [ب] – 6 بصاحبه: لصاحبه [ع] / مفتخر: مفتجرا [ب، ع] متفخر [ح] / بذلك: بذالك [ب] – 8 الله: الله عز وجل [ب، ع] / أمير المؤمنين: اعزه الله [ب، ع] / مع: من، وأثبت «مع» فوقها من نسخة أخرى [ا] – 9 أجاز: حاز [ا، ط، ح، ع] كتب ناسخ [ا] فوقها كلمة «بقي» من نسخة أخرى / له: ناقصة [ب، ع، ح] / أكرمه: أكرمه الله [ح] – 10 وتقريب: وتعريب [ب] / وإدنائهم: ولدنائهم [ا] / كنفه: كعنه [ع] – 11 مستبهمًا: مشتبهًا [ب، ع] / تسهيل: يستهيل [ع] / حساب: كتاب [ط] – 12 كتابًا: كتابًا جامعًا [ب، ع] / جعلته: ناقصة [ا، ط] / حاصراً: ناقصة [ب، ع] – 13 مواريثهم: موازينهم [ب] موازيهم [ع] / ووصاياهم: ووصياهم [ع] / في: ناقصة [ب، ع، ح] / مقاسماتهم: مقاسمهم [ب، ع] مقاسمتهم [ا، ح، ط] – 14 وتجاراتهم: ناقصة [ب] / بينهم: بيت لهم [ب] / مساحات: مساحة [ا، ط] – 15 وكرى الأنهار: وحفر الانهار والحفر [ح] – 16 مقدمًا: معدما [ب] / ينزله: ينزل منزلته [ع] – 16-17 أهل ... عندهم: ناقصة [ب، ع] – 17 وجميل: وحميد [ح] – 18 هذا: ذلك [ب، ع، ح] – 18-19 وصلى ... والمرسلين: ناقصة [ب، ع].

وإني لما نظرت فيما يحتاج إليه الناس من الحساب، وجدت جميع ذلك عدداً، ووجدت جميع الأعداد إنما تركّبت من الواحد، والواحد داخل في جميع الأعداد. ووجدت جميع ما يلفظ به من الأعداد ما جاوز الواحد إلى العشرة. فالواحد يثنى ويثلث، فيكون منه الواحد والاثنان والثلاثة إلى تمام العشرة. والعشرة تخرج مخرج الواحد، ثم تثنّى العشرة وتثلّث كما فعل بالواحد، فيكون منها العشرون والثلاثون إلى تمام المائة، ثم تثنّى المائة وتثلّث، كما فعل بالواحد وبالعشرة، إلى الألف، ثم كذلك تردد الألف عند كل عقد إلى غاية المدرك من العدد.

ووجدت الأعداد التي يحتاج إليها في حساب الجبر والمقابلة على ثلاثة ضروب وهي: جذور وأموال وعددٌ مفردٌ / لا ينسب إلى جذر ولا إلى مال. ط - ١٧

فالجذر منها: كل شيء مضروب في نفسه، من الواحد وما فوقه من الأعداد وما دونه من الكسور.

والمال: كلُّ ما اجتمع / من الجذر المضروب في نفسه. ح - ٢ - و

والعدد المفرد كل ملفوظ به من العدد، بلا نسبة إلى جذر ولا إلى مال.

<المفردات>

فمن هذه الضروب / الثلاثة ما يعدل بعضها بعضاً وهو كقولك: أموال تعدل جذوراً، وأموال تعدل عدداً، وجذور تعدل عدداً. ب - ٦١ - ظ

فأما الأموال التي تعدل الجذور، فمثل قولك: مال يعدل خمسة أجذاره، فجذر المال خمسة، والمال خمسة وعشرون وهو مثل خمسة أجذاره، وكقولك: ثلث مال يعدل أربعة أجذار، فالمال كلّه يعدل اثني عشر

1 وجدت: فوجدت [ح] ووجدت [ب، ع] – 2 تركّبت: ركبت [ب، ع، ح] / والواحد: فالواحد [ب، ع، ح] – 3 جميع: جماعة [ب، ع] – 5-4 فالواحد ... تمام العشرة: ناقصة [ا، ب، ع، ط، ل] – 5 والعشرة: فالعشرة [ب، ع] ناقصة [ا، ط] – 7 بالواحد و: ناقصة [ب، ع، ح، ل] / إلى الألف: ناقصة [ب، ع، ل] – 8 المدرك: الدرك [ع] – 9 ووجدت: ثم وجدت [ب، ع، ل] / والمقابلة: ناقصة [ع] – 10 وهي: ناقصة [ب، ع، ح] / جذور: جذوراً [ب، ع] / وأموال وعدد مفرد: وأموالاً وعدداً مفرداً [ب، ع] / جذر: جذور [ح] – 12 منها: ناقصة [ب، ع] – 14 كل ما: كلما [ا، ح] – 18 بعضها: بعضه [ب، ع] / كقولك: كقوله [ح] – 21 أجذاره: اجذار [ب، ع] / خمسة (الأولى): خمسة آحاد [ح] – 22 وكقولك: وقولك [ح] / أجذار: اجذاره [ح] / يعدل: ناقصة [ب، ع] / اثني عشر: اثنا عشر [ب، ع].

جذراً، وهو مائة وأربعة وأربعون، وجذره اثنا عشر؛ ومثل قولك خمسة أموال تعدل عشرة أجذار، فالمال الواحد يعدل جذرين، وجذر المال اثنان، والمال أربعة. وكذلك ما كثُر من الأموال أو قلّ يرد إلى مال واحد.

وكذلك يُفعل بما عادلها من الأجذار، يردّ إلى مثل ما يردّ إليه المال./

5 وأما الأموال التي تعدل عدداً، فمثل قولك: مالٌ يعدل / تسعة، فهو المال، وجذره ثلاثة؛ وكقولك: خمسة أموال تعدل ثمانين، فالمال الواحد خُمس الثمانين وهو ستة عشر. وكقولك: / نصف مال يعدل ثمانية عشر، فالمال يعدل ستة وثلاثين، وجذره ستة. ط - ١٨ ع - ٢ - ظ ا - ٢ - ظ

وكذلك جميع الأموال / زائدها وناقصها تردّ إلى مال واحد؛ وإن 10 كانت أقل من مال، زيد عليها حتى تكمل مالاً تامًا، وكذلك يفعل بما عادلها من الأعداد. ح - ٢ - ظ

وأما الجذور التي تعدل العدد، فكقولك: جذرٌ يعدل ثلاثة من العدد، فالجذر ثلاثة، والمال الذي يكون منه تسعة؛ وكقولك أربعة أجذار تعدل عشرين، فالجذر الواحد يعدل خمسة، والمال الذي يكون منه خمسةٌ 15 وعشرون؛ وكقولك: نصف جذرٍ يعدل عشرة، فالجذر يعدل عشرين، والمال الذي يكون منه أربعمائة.

1 وجذره اثنا عشر: ناقصة [ب، ع، ح] وجذره اثنى عشر [ا، ط] / قولك: ناقصة [ب، ع، ح] موجودة في [ل]: Et sicut si dicas – 3 يرد: ترد [ح] – 4 يفعل: تفعل [ح] / عادلها: عادله [ح] عادلك [ب، ع] / يرد: ترد [ح] / يرد إلى ... المال: ناقصة [ب، ع، ل] – 5 عدداً: العدد، ثم أثبت «عدداً» فوقها من نسخة أخرى [ا] / فمثل قولك: ناقصة [ب، ع] موجودة في [ل] / مال: فمال [ب، ع] / تسعة: بتسعه [ب، ع] – 6 فالمال: والمال [ب] – 7 وكقولك: كتب فوقها «وكذلك» من نسخة أخرى [ا] – 8 وجذره ستة: ناقصة [ب، ع، ل] – 9 زائدها: وابدها [ب] / ناقصها: ناحصها [ب] / ترد: يرد [ح] – 9-10 وإن كانت ... تامًا: ناقصة [ب، ع، ل] – 10 يفعل: تفعل [ح] – 12 الجذور التي: الجذر الذي [ب، ع] / العدد: عدداً [ا، ط]، ثم كتب ناسخ [ا] «العدد» فوقها من نسخة أخرى / ثلاثة: يليه [ب] / من العدد: ناقصة [ب، ع] – 13 ثلاثة: يليه [ب] – 14-15 والمال ... وعشرون: ناقصة [ب، ع، ح، ل].

‹المقترنات›

وجدت هذه الضروب الثلاثة، التي هي: الجذور والأموال والعدد، تقترن، فيكون منها ثلاثة أجناس مقترنة وهي: أموالٌ وجذور / تعدل عدداً؛ وأموالٌ وعددٌ تعدل جذوراً؛ وجذورٌ وعددٌ تعدل أموالاً. ب - ٦٢ - و

5 فأما الأموال والجذور التي تعدل العدد، فهو كقولك: مال وعشرة أجذاره يعدل تسعة وثلاثين درهمًا، ومعناه أيّ مال إذا زدت عليه مثل عشرة أجذاره، بلغ ذلك كلّه تسعة وثلاثين.

فبابه: أن تنصف الأجذار، وهي في / هذه المسألة خمسة، فتضربها في مثلها، فتكون خمسة وعشرين، فتزيدها على التسعة والثلاثين، فتكون ط - ١٩

10 أربعة وستين، فتأخذ جذرها، وهو ثمانية، فتنقص منها نصف الأجذار، وهو خمسة، فيبقى ثلاثة، فهو جذر المال الذي تريد، والمال تسعة.

وكذلك لو/ ذكر مالين أو ثلاثة أو أكثر أو أقل، فاردده إلى مال واحد، واردد ما كان معه من الأجذار والعدد إلى مثل ما رددت إليه المال. ح - ٤ - و

وهو نحو قولك: مالان وعشرة أجذار تعدل ثمانية وأربعين درهمًا،

15 ومعناه أي مالين إذا جمعا وزيد عليهما مثل عشرة أجذار أحدهما، بلغ ذلك ثمانية وأربعين درهمًا. فينبغي أن ترد المالين إلى مال واحد؛ وقد علمت أن مالاً من مالين نصفهما، فاردد كل شيء في المسألة إلى نصفه،

2 التي... والعدد: الجذور والأموال والعدد هي التي [ب، ع] - 3 تقترن: تفترق [ب، ع] / مقترنة: مفترقه [ب، ع] - 4 جذور: جذر [ب، ع] - 5 فأما: فا، ثم أثبت «ما» في الهامش مع «صح» [ح] / فهو كقولك: فمثل قولك [ا، ط]، ثم أثبت ناسخ [ا] «فهو كقولك» فوقها من نسخة أخرى - 6 أجذاره: اجذار [ب، ح، ع، ل] / زدت: زيد [ب] - 7 تسعة وثلاثين: ٣٩، ولن نشير إلى مثلها فيما بعد [ح] / ثلاثين: أضاف فوقها كلمة «درهماً» من نسخة أخرى [ا] - 8 فبابه: فبيانه [ب، ع] فقياسه [ح] cuius regula est [ل] / هذه: ناقصة [ح] - 9 فتزيدها: فردها [ب، ع] وتزيدها [ح] - 10 وهو: ناقصة [ب، ع] / فتنقص: ثم تنقص [ب، ع، ل] / منها: منه [ا، ط] - 11 وهو: وهي [ا، ح] هو [ط] / فهو: وهي [ح] وهو [ا، ط]، ثم كتب ناسخ [ا] فوقها «وهي» من نسخة أخرى - 12 أكثر أو أقل: أقل أو أكثر [ا، ط] / فاردده: فرده [ب، ع] - 13 واحد: ناقصة [ح] / واردد: ورد [ب، ع] / ما (الأولى): مكررة [ب] / والعدد: ناقصة [ح] / المال: الماليه [ب] - 14 درهمًا: من العدد [ح] - 14-16 درهمًا ... درهمًا: ناقصة [ب، ع] - 16 درهماً: ناقصة [ح] - 17 علمت: علمنا [ب، ع] / مالين: مالين إلى مال واحد وقد علمنا أن بابا من بابين [ب].

فكأنه قال: مال وخمسة أجذار يعدل أربعة وعشرين درهمًا، ومعناه أي
مال إذا زدت عليه خمسة أجذاره، بلغ ذلك أربعة وعشرين.
فنصّفْ الأجذار، فتكون اثنين ونصفًا، فاضربها في مثلها، / فتكون ع - ٢ - و
ستة وربعًا، فزدها على الأربعة والعشرين، فتكون ثلاثين درهمًا وربعًا،
5 فخذ / جذرها، وهو خمسة ونصف، فانقص منها نصف الأجذار، وهو ا - ٣ - و
اثنان ونصف، يبقى ثلاثة وهو جذر المال، والمال تسعة.
وكذلك لو قال: نصف مال / وخمسة أجذاره تعدل ثمانية وعشرين ب - ٦٢- ظ
درهمًا، فمعنى ذلك أي مال إذا زدت على نصفه مثل خمسة أجذاره بلغ
ذلك ثمانية وعشرين درهمًا.
10 فتريد أن تكمل مالك حتى يبلغ مالاً تامًا، وهو أن يضعفه. فاضعفه
واضعف كل ما معك مما يعادله، فيكون مالاً وعشرة أجذاره / يعدل ستة ح - ٤ - ظ
وخمسين درهمًا. فنصّفْ الأجذار فتكون / خمسة، فاضربها في مثلها ط - ٢٠
فتكون خمسة وعشرين، فزدها على الستة والخمسين فتكون واحدًا
وثمانين. فخذ جذرها، وهو تسعة، فانقص منه نصف الأجذار، وهو
15 خمسة، فيبقى أربعة، وهو جذر المال الذي أردت، والمال ستة عشر ونصفه
ثمانية.

1 يعدل: تعدل [ح] / درهمًا: ناقصة [ب، ع، ل] / ومعناه: معناه [ح] - 2 عليه: عليه مثل [ح] / أجذاره: من اجذاره [ب، ع] / ذلك: ناقصة [ب، ع] - 3 فتكون: تكون [ح] / ونصفًا: ونصف [ب] - 4 فزدها: فزده [ب، ع] / الأربعة والعشرين: أربعة وعشرين [ب، ح، ع] / درهمًا: ناقصة [ب، ع، ل] - 5 وهو: ناقصة [ح] فيكون [ب، ع] / ونصف: ونصفا [ب، ع] - 6-5 منها ... ونصف: منه الاجذار اثنين ونصفا [ح] - 6 يبقى: فيبقى [ب، ع، ل] / وهو: وهي [ح] / جذر المال: جذره [ب، ع] - 7 كذلك: ناقصة [ب، ع، ح، ل] / أجذاره: اجذار [ب، ع، ح، ل] - 8 درهمًا: ناقصة [ب، ع، ح، ل] / فمعنى: ومعنى [ب، ع] / مال: نصف مال [ح] / على نصفه: عليه [ح] / أجذاره: اجذار المال [ح] - 9 درهمًا: ناقصة [ب، ع، ح، ل] - 10 يبلغ: يبلغ به [ع] - 10-11 تامًا ... مالاً: ناقصة [ب، ع] - 11 كل ما: كلما [ا، ط] ما [ح] / مالاً: كتب «معك مال» فوقها مع «صح» [ا] / أجذاره: اجذار [ا، ح، ط] - 12 درهمًا: ناقصة [ب، ع، ح] / فتكون: تكون [ا، ط، ح] / مثلها: نفسها [ح] - 12-13 فاضربها ... خمسة: ناقصة [ب] - 13 فتكون: تكون [ا، ط] / الستة والخمسين: ستة وخمسين [ح] / فتكون: تكون [ا، ط] تكن [ح] - 13-14 واحدًا وثمانين: احدا وثمانين [ا، ط] - 14 منه: منها [ا، ط] ثم أثبت ناسخ [ا] فوقها «منه» مع «صح» / وهو: وهي [ا، ح]، ثم كتب ناسخ [ا] «وهو» فوقها من نسخة أخرى - 15 وهو: فهو [ب، ع] وهي [ح] / الذي: التي [ب، ع].

وكذلك فاعمل بجميع ما جاءك من الأموال والجذور وما عادلها من العدد، تصب إن شاء الله.

وأما الأموال والعدد التي تعدل الجذور، فنحو قولك: مال وواحد وعشرون درهمًا يعدل عشرة أجذاره، ومعناه أي مال إذا زدت عليه واحداً وعشرين درهماً، كان ما اجتمع مثل عشرة أجذار ذلك المال. 5

فبابه: أن تنصف الأجذار فتكون خمسة، فاضربها في مثلها فتكون خمسة وعشرين، فانقص منها الواحد والعشرين التي ذُكر أنها مع المال، فيبقى أربعة، فخذ جذرها، وهو اثنان، فانقصه من نصف الأجذار، وهو خمسة، فيبقى ثلاثة، وهو جذر المال الذي تريده والمال تسعة.

10 وإن شئت فزد الجذر على نصف الأجذار، فيكون سبعة، وهو جذر المال الذي تريد، والمال تسعة وأربعون.

وإذا وردت عليك مسألة تخرجك إلى هذا الباب، فامتحن صوابها بالزيادة، فإن لم تكن بالزيادة فهي بالنقصان لا محالة. وهذا الباب يعمل بالزيادة / والنقصان جميعاً وليس ذلك في غيره من الأبواب الثلاثة التي ح – ٥ – و

15 يحتاج فيها إلى تنصيف / الأجذار. ب – ٦٢ –

1 فاعمل: فافعل [ا، ط] ثم كتب ناسخ [ا] «فاعمل» فوقها من نسخة أخرى / بجميع: بكل [ب، ع] – 1-2 والجذور ... العدد: وما عادلها من الجذور والعدد [ب، ع] وما عادلهما من الجذور والعدد هذه المسألة الثانية من المقترنات [ح] Et similiter facias de unoquoque censuum, et de eo quod equat ipsum ex radicibus et numeris [ل] – 2 تصب ... الله: ناقصة [ب، ع، ح، ل] – 3 التي: الذي [ح] / وواحد: واحد [ا، ط، ح] – 4 وعشرون درهمًا: وعشرون من العدد [ا، ط] وأثبت ناسخ [ا] «درهمًا» فوق «وعشرون» من نسخة أخرى / أجذاره: اجذار [ب، ع، ح، ل] – 5 درهمًا: ناقصة [ب، ع، ح، ل] – 6 فبابه: وبيانه [ب] فبيانه [ع] / فتكون (الثانية): تكون [ا، ط] – 7 منها: ناقصة [ح] / ذكر أنها: ذكرها [ب، ع] ذكرتها [ح] – 8 وهو: وهي [ا] – 9 الذي: التي [ع] / تريده: تريد [ب، ع، ح] – 10 فزد: فزده [ح] وكتب ناسخ [ا] «فزده» فوق «فزد» من نسخة أخرى/ الجذر: ناقصة [ب، ع، ح، ل] / فيكون: فتكون [ا، ح] / وهو: فهو [ب، ع] ويكون [ح] / جذر: جد [ع] – 11 الذي: التي [ح] / تريد: تريده [ط] / تسعة وأربعون: ٤٩ اكثر من ذلك المال [ح] – 12 وإذا: فاذا [ا، ط] / وردت: ورد [ب، ع] – 13 تكن: يكن [ح] / بالزيادة: ناقصة [ا، ح، ط، ل] / يعمل: الواحد يخرجك [ح] تخرج [ب] الواحد يخرج [ع].

واعلم أنك إذا نصفت الأجذار في هذا الباب وضربتها في / مثلها، ط - ٢١
فكان مبلغ ذلك أقلّ من الدراهم / التي مع المال، فالمسألة تستحيل؛ وإن ع - ٢ - ظ
كان مثل الدراهم بعينها فجذر المال مثل نصف الأجذار سواء، لا زيادة ولا
نقصان.

5 وكلّ ما أتاك من مالين أو أكثر أو أقل فاردده إلى مالٍ واحدٍ كنحو ما
بيّنا لك في الباب الأول.

وأما الجذور / والعدد التي تعدل الأموال، فنحو قولك: ثلاثة أجذار ا - ٢ - ظ
وأربعة من العدد تعدل مالاً.

فبابه: أن تنصف الأجذار فتكون واحداً ونصفًا، فاضربها في مثلها
10 فتكون اثنين وربعًا، فزدها على الأربعة فتكون ستة وربعًا، فخذ جذرها
وهو اثنان ونصف، فزده على نصف الأجذار، وهو واحدٌ ونصف، فتكون
أربعة، وهو جذر المال، والمال ستة عشر.

وكل ما كان أكثر من مال أو أقلّ فاردده إلى مال واحد.

فهذه الستة الضروب التي ذكرتها في صدر كتابي هذا، وقد أتيت على
15 تفسيرها، وأخبرت أن منها ثلاثة ضروب لا تنصف فيها الأجذار، وقد
بينت قياسها واضطرارها.

فأما ما يحتاج فيه إلى تنصيف الأجذار من الأبواب الثلاثة الباقية، فقد
وصفته بأبواب / صحيحة، وصيرت لكل باب منها صورة يستدل بها على ح - ٥ - ظ
العلة في التنصيف.

1 وضربتها: فضربها [ع] – 2 مبلغ: يبلغ [ب، ع] / الدراهم التي: كتب فوقها «العدد الذي» من نسخة أخرى [ا] / تستحيل: مستحيلة [ا، ط]، ثم كتب ناسخ [ا] «تستحيل» فوقها من نسخة أخرى – 3 كان: كانت [ب، ع] / سواء: ناقصة [ب، ع، ح، ل] / زيادة: زدياده [ا] – 5 كل ما: كلما [ح] / أكثر أو أقل: أقل أو أكثر من ذلك [ح] – 6 بينا: بينت، ثم أثبت فوقها «بينا» من نسخة أخرى [ا] / لك: ناقصة [ب، ع، ح] – 9 فبابه: فبيانه [ب، ع] / فتكون: فيكون [ح] / فاضربها: فاضربه [ب، ع، ح] / مثلها: مثله [ب، ع، ح] – 10 فتكون: يكن [ح] / اثنين ... فتكون: أثبتها في الهامش مع «صح» [ب] / وربعًا (الأولى): وربع [ب] / فزدها: فزده [ب، ع، ح] كتب ناسخ [ا] «فزده» فوقها من نسخة أخرى / الأربعة: quattuor drag- mis [ل] / فتكون: فيكون [ح] – 11 وهو: ناقصة [ح] / اثنان ونصف: اثنين ونصفا [ح] – 12 وهو: فهو [ب، ع] – 13 كل ما: كلما [ح] – 14 فهذه: بهذه [ع] وهذه [ح] / هذا: ناقصة [ب، ع] – 15 وأخبرت: واخترت [ح] / تنصف: ينصف [ح] / الأجذار: الجذور [ب، ع، ح] – 16 اضطرارها: اطرادها [ح] – 17 فيه ... الأجذار: إلى تنصيف الأجذار فيه [ب، ع] / الأبواب الثلاثة: الثلاثة الأبواب [ا، ط] – 18 وصفته: وضعته [ب، ع] / بها: منها [ط].

فأما علة مال وعشرة أجذار تعدل تسعة وثلاثين درهماً :

فصورة ذلك سطح / مربع مجهول الأضلاع وهو المال الذي تريد أن ط - ٢٢
تعرفه وتعرف جذره، وهو سطح ا ب، وكل ضلع من أضلاعه فهو جذره،
وكل ضلع من أضلاعه إذا ضربته في عدد من الأعداد ، فما بلغت الأعداد
5 فهي أعداد جذور، كل جذر مثل جذر ذلك السطح.

فلما قيل إن مع / المال عشرة أجذاره، أخذنا ربع العشرة، وهو اثنان ب - ١٢ -،
ونصف، وصيرنا كل ربع منها مع ضلع من أضلاع السطح، فصار مع
السطح الأول الذي هو سطح ا ب أربعة سطوح متساوية، طول كل سطح
منها مثل جذر سطح ا ب وعرضه اثنان ونصف، وهي سطوح ح ط ك جـ.
10 فحدث سطح متساوي الأضلاع مجهول أيضًا ناقص في زواياه الأربع في
كل زاوية من النقصان اثنان ونصف في اثنين ونصف. فصار الذي يحتاج
إليه من الزيادة حتى يتم تربيع السطح اثنان ونصف في / مثله أربع ع - ٤ - و
مرات، ومبلغ ذلك جميعه خمسة وعشرون.

وقد علمنا أن السطح الأول، الذي هو سطح المال، والأربعة السطوح
15 التي حوله وهي عشرة أجذاره هي تسعة وثلاثون من العدد . فإذا زدنا
عليها الخمسة والعشرين التي / هي المربعات الأربع، التي هي على زوايا ح - ٦ - و
سطح ا ب، تمّ تربيع السطح الأعظم، وهو سطح د ه. وقد علمنا أن ذلك
كله أربعة وستون، وأحدَ أضلاعه جذره وهو ثمانية. / فإذا نقصنا من ا - ٤ - و
الثمانية مثل ربع العشرة مرتين من طرفي ضلع السطح الأكبر الذي هو

1 فأما: اما [ع] / علة: ناقصة [ب، ع، ح] causa autem est ut hic [ل] / تعدل: مكررة [ب] / درهماً: ناقصة [ح] - 2 فصورة: ناقصة [ل] / سطح: مسطح [ح] - 4 من أضلاعه: منه [ب، ع، ح] / إذا: ناقصة [ب، ع] / فما: فلما [ع] - 5 فهي أعداد: فهو عدد [ب، ع] / كل جذر: ناقصة [ب، ع] - 6 عشرة: مثل عشرة [ح] / أجذاره: اجذار [ب، ع] - 7 وصيرنا: فصيرنا [ب، ع] / مع: ربع [ح] - 8 سطوح: مسطوح [ع] - 9 هي: هو [ب، ع] - 10 ناقص: سقطت في [ب، ع] / زواياه: زوايا [ح] - 12 يتم تربيع: ثم [ب، ع] يتربع [ا، ط]، ثم كتب ناسخ [ا] «يتم تربيع» فوقها من نسخة أخرى/ السطح: سطح [ح] / اثنان ونصف: اثنين ونصفاً [ب، ع، ح] - 13 ومبلغ: فمبلغ [ح] ومبلح [ب] / جميعه: ناقصة [ب] جميع ذلك [ع] - 14 الذي: ناقصة [ب، ع] - 15 التي: التي هي [ح] / وهي: التي هي [ب، ع، ح] / عشرة أجذاره: العشرة الأجذار [ب، ع] عشرة أجذار [ا، ط] / هي: ناقصة [ح] - 16 الخمسة والعشرين: كتب فوقها «خمسة وعشرين» [ا] / هي (الثانية): ناقصة [ب، ع، ح] - 17 تمّ: ثم [ب، ح] - 18 وأحد: فاحد [ب، ع] - 19 الأكبر: الاعظم [ا، ط]، ثم كتب ناسخ [ا] «الأكبر» فوقها من نسخة أخرى.

سطح د ه، وهو خمسة، بقي من / ضلعه ثلاثة، وهو مثل ضلع السطح ط - ٢٣
الأول الذي هو سطح ا ب، وهو جذر ذلك المال.

وإنما نصفنا العشرة الأجذار، وضربناها في مثلها وزدناها على العدد، الذي هو تسعة وثلاثون، ليتم لنا بناء السطح الأعظم بما نقص من زواياه الأربع؛ لأن كل عدد يضرب ربعه في مثله ثم في أربعة، يكون مثل ضرب 5
نصفه / في مثله. فاستغنينا بضرب نصف الأجذار في مثلها عن الربع في ب - ٦٤ - و
مثله ثم في أربعة، وهذه صورته:

وله أيضًا صورة أخرى تؤدي إلى هذا: وهو سطح ا ب وهو المال، فأردنا أن نزيد عليه مثل عشرة أجذاره. فنصفنا العشرة، فصارت خمسة، فصيرناها سطحين على جنبتي سطح ا ب، وهما سطحا جـ ن، فصار طول 10
كل سطح منهما خمسة أذرع، وهو نصف العشرة الأجذار، وعرضه مثل ضلع سطح ا ب. فبقيت لنا مربعة من زوايا سطح ا ب، وهي خمسة في

1 وهو خمسة: ناقصة [ل] / ضلع: ناقصة [ا] – 1-2 وهو مثل ... ا ب: أثبتها في الهامش مع «صح أصل» [ا] ناقصة [ط] – 2 سطح: ناقصة [ب، ع] – 3 زدناها: زدنا [ب، ع] – 4 لنا: ناقصة [ح] / بناء: ناقصة [ب، ع، ح، ل] / بما: لما [ح] – 5 ضرب: ناقصة [ب] – 7 ثم ... صورته: ناقصة [ب، ع، ل] / نجد في هامش [ع] «ثم في أربعة» – 8 أيضًا: ناقصة [ب، ع، ح] / وهو (الأولى): وهي [ا، ط] ثم أثبت ناسخ [ا] «هو» فوقها من نسخة أخرى / المال: سطح المال [ب، ع] – 9 فنصفنا: فنصفت [ب، ع، ح] – 10 على: عن [ب، ع] / جـ ن: الجيم والدال [ب، ع، ح، ل] / فصار: ناقصة [ب، ع، ح] / طول: عرض [ح] – 11-12 منهما ... ضلع سطح ا ب: مثل ضلع سطح ا ب وطوله ه وهو نصف العشرة [ح] مثل ضلع الف با وعرضه خمسة وهو نصف العشرة [ب، ع] sit equalis lateri superficiei *ab*, et latitudo eius sit quinque que est medietas decem [ل] – 12 من: على [ب، ع] / زوايا: ناقصة [ب، ع] / زوايا سطح: سطح زوايا [ح] / وهي: وهو [ب، ع].

خمسة،/ وهي نصف العشرة الأجذار التي زدناها على جنبتي السطح ح - ٦ - ظ
الأول. فعلمنا أن السطح الأول هو المال وأن السطحين اللذين على جنبتيه
هما عشرة أجذاره، فذلك كله تسعة وثلاثون، وبقي إلى تمام السطح
الأعظم / مربعة خمسة في خمسة، فذلك خمسة وعشرون، فزدناها على ع - ٤ - ظ
5 تسعة وثلاثين ليتم لنا السطح الأعظم الذي هو سطح د ه. فبلغ ذلك كله
أربعة وستين، فأخذنا جذرها، وهو ثمانية، وهو أحد أضلاع السطح
الأعظم، فإذا نقصنا منه مثل ما زدنا عليه، وهو خمسة، بقي ثلاثة، فهو
ضلع سطح ا ب، الذي هو المال، وهو جذره، والمال تسعة، وهذه صورته:

ا د
المال جـ
ب
ن ٢٥
ه

وأما مال وأحد وعشرون درهماً تعدل عشرة أجذاره:

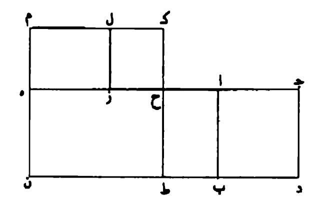
10 فإنا نجعل المال سطحًا / مربعًا مجهول الأضلاع، وهو سطح ا د، ثم ط - ٢٤
نضم إليه سطحًا متوازي الأضلاع عرضه / مثل أحد أضلاع سطح ا د، ا - ٤ - ظ
وهو ضلع ه ن، والسطح ه ب، فصار طول السطحين جميعاً ضلع جـ ه. وقد

1 وهي: وهو [ب، ع] / زدناها: زدنا [ب، ع] / جنبتي: جنبي [ح] – 2 هو: وهو [ع] / اللذين: الذين [ب] / جنبتيه: جنبتي [ع] جنبيه [ح] – 3 أجذاره: اجذار [ا، ع، ط] / فذلك كله: كتب ناسخ [ا] فوقها «جميع ذلك» من نسخة أخرى – 4 الأعظم: الاعظم الذي هو سطح ه و [ب، ع] / مربعة: بمربعه [ح] / فذلك: وذلك [ب، ع] – 5 ليتم لنا: ليتم [ح] كتب ناسخ [ا] «ليتم لنا»، ثم ضرب بالقلم على «لنا» وكتب فوقها «لان يتم» من نسخة أخرى / الذي ... د ه: ناقصة [ب، ع، ل] / فبلغ: مبلغ [ح] / كله: ناقصة [ح] – 6 وستين: وستون [ح] / فأخذنا: فخذ [ب، ع، ل] / فأخذنا جذرها: فجذرها [ح] / وهو (الثانية): فهو [ب، ع] – 7-6 وهو (الأولى) ... الأعظم: هو احد اضلاع السطح الاعظم وهو ثمانية [ح، ل] – 7 مثل: ناقصة [ب، ع] / ما: كتب ناسخ [ا] فوقها «الذي» من نسخة أخرى / فهو: وهو [ا، ط] – 8 جذره: جذرها [ع] / والمال: مكررة [ح] / وهذه صورته: ناقصة [ب، ل] نجدها أمام الشكل، ص-٢-و [ع] – 9 درهماً: ناقصة [ب، ع، ح، ل] / أجذاره: اجذار [ح] – 10 ا د: ا ب [ح، ل] – 11-10 ثم نضم: ونضم [ب] ويضم [ع] – 11 نضم: تضم [ح] / سطح: ناقصة [ب، ع] – 12 ه ن: ها زاي [ب، ع] gd [ل] / جـ ه: ه جـ [ح] ها جيم [ب، ع].

علمنا أن طوله عشرة من العدد، لأن كل سطح مربع / متساوي الأضلاع ب-٦٤-ظ
والزوايا، فإن أحد أضلاعه مضروباً في واحد جذرُ ذلك السطح، وفي اثنين
جذراه، فلما قال: مالٌ وأحد وعشرون تعدل عشرة أجذاره، علمنا أن
طول ضلع / ه جـ عشرة من العدد، لأن ضلع جـ د جذر المال. فقسمنا ح-٧-و
5 ضلع جـ ه بنصفين على نقطة ح، وأخرجناه إلى نقطة ط، فتبيّن لنا أن خط
ه ح مثل خط ح جـ، وقد تبيّن لنا أن خط ح ط مثل خط جـ د. فزدنا
على خط ح ط، على استقامته، مثل فضل جـ ح على ح ط، ليتربع السطح،
فصار خط ط ك مثل خط ك م، وحدث سطح مربع متساوي الأضلاع
والزوايا، وهو سطح م ط؛ وقد كان تبيّن لنا أن خط ط ك خمسة،
10 وأضلاعه مثله، فسطحه إذاً خمسة وعشرون، وهو ما اجتمع من ضرب
نصف الأجذار في مثلها، وهو خمسة في خمسة يكون خمسة وعشرين.
وقد كان تبيّن لنا أن سطح ه ب هو الواحد والعشرون، التي زيدت
على المال، فقطعنا من سطح ه ب بخط ط ك الذي هو أحد أضلاع سطح
م ط <سطح ه ط>، بقي سطح ط ا، وأخذنا من خط ك م خط ك ل، وهو
15 مثل خط ح ك، فتبيّن لنا أن خط ط ح مثل خط م ل، وفضل من خط م ك
خط ل ك، وهو مثل خط ك ح. فصار سطح م ز مثل سطح ط ا، / فتبيّن ح-٧-ظ
لنا أن سطح ه ط مزيداً عليه سطح م ز مثل سطح ه ب وهو واحد/

2 جذر ذلك السطح: كتب ناسخ [ا] فوقها «جذره» من نسخة أخرى – 3 جذراه: جذرانه [ب] / وأحد: وواحد [ب، ع] / عشرون: عشرون درهما [ب] / أجذاره: اجذار [ب، ع، ح] – 4 ضلع: ناقصة [ب، ع] / من العدد: اعداد [ا، ط] ناقصة [ب، ع] – 5 بنصفين: نصفين [ب، ع، ط] / وأخرجناه ... ط: ناقصة [ا، ب، ع، ط، ل] / فتبيّن: فيتبين [ط] – 6 ه ح: حا ها [ب] / وقد: وقد كان [ح] / خط (الثانية والثالثة): ناقصة [ب، ع] – 7 على استقامته: ناقصة [ب، ع، ل] / على استقامته ... على ح ط: مثل فضل جـ ح على خط ح ط على استقامته مثل فضل جـ ح على ح ط وكذلك فلنزد على خط ن ه فيكون خط نون ميم وفضل م ك [ح] / فضل ... ح ط: خط الف حا وهو [ب، ع] / ليتربع: لتربيع [ب، ع، ح] – 8 وحدث: وحدت [ح] – 8-9 متساوي الأضلاع والزوايا: ناقصة [ب، ع، ل] – 9 لنا: ناقصة [ح] – 9-10 وقد ... وعشرون: ناقصة [ب، ع، ل] – 10 أضلاعه: اضلاع سطحه [ح] / وهو: هو [ح] – 12 كان: ناقصة [ب، ع] / زيدت: زدت [ب، ع] – 13 فقطعنا: انظر التعليق رقم [١] / بخط: على خط [ب، ع] – 14 بقي: ناقصة [ب، ع] – 14-15 وأخذنا ... خط ح ك: ناقصة [ب، ع] – 15 فتبين: وتبين [ع]/ ط ح: كاف طا [ب، ع] / م ل: ميم كاف [ب، ع] / وفضل: ففضل [ب، ع] – 16 خط (الأولى): ناقصة [ب، ع] / م ز: ميم نون [ب، ع] / ط ا: الف طا [ب] الف با [ع] / فتبين: فيتبين [ط] – 17 سطح (الأولى): ناقصة [ح] / م ز: ميم نون [ب، ع] / واحد: احد [ب، ع].

وعشرون. وقد كان سطح م ط خمسة وعشرين؛ فلما نقصنا من سطح ع-٥-و
م ط سطح ه ط وسطح م ز اللذين هما واحدٌ وعشرون، بقي لنا سطح
صغير، وهو سطح ز ك، وهو فضل ما بين خمسة وعشرين وواحد
وعشرين، وهو أربعة، وجذرها خط ز ح وهو مثل خط ح ا، وهو اثنان.
5 فإن نقصتهما من خط ح ﺟ الذي هو نصف الأجذار بقي خط ا ﺟ وهو/ ط-٢٥
ثلاثة وهو جذر/ المال الأول. فإن زدته على خط ﺟ ح، الذي هو نصف ب-٦٥-و
الأجذار بلغ ذلك سبعة، وهو خط ز ﺟ، ويكون جذر مال أكثر من هذا
المال، إذا زدت عليه واحداً وعشرين، صار ذلك مثل عشرة أجذاره، وهذه
صورته:



10 وذلك ما أردنا أن نبيّن./

وأما ثلاثة أجذار وأربعة من العدد تعدل مالاً: ا-٥-و
فإنا نجعل المال سطحًا مربعًا مجهول الأضلاع، متساوي الأضلاع /
والزوايا، وهو سطح ا د. فهذا السطح / كله يجمع الثلاثة الأجذار ح-٨-و ط-٢٦
والأربعة التي ذكرناها. وكل سطح مربع فإن أحد أضلاعه في واحد جذره،

2 م ز: م ن [ب، ع] / هما: همـا سطح [ح] – 3 سطح: ناقصة [ح] / ز ك: ن ك [ب، ع] / وهو: وقد [ح] / وواحد: واحد [ب، ع] – 4 ز ح: نون حا [ب، ع] / اثنان: ﺣ [ح] – 5 فإن: فاذا [ح] / نقصتهما: انقصتها [ح] نقصهما [ب] – 6 جذر: مكررة [ب، ع] / المال: ذلك المال [ب، ع] / فـإن: وان [ب، ح، ع] / ﺟ ح: حـا ها [ب، ع] – 7 ز ﺟ: نون جيم [ب، ع] / ويكون: فيكون [ح] / مال: المال [ب، ع] / أكثر: اكبر [ح] – 8 إذا: اذا كـان [ع] / ذلك: ناقصة [ب، ع، ح] – 10 وذلك ... نبين: ناقصة [ب، ع] – 11 وأما: ناقصة [ب] / ثلاثة: قوله نلـه [ع] قوله يليه [ب] قوله ثلاثة [ح] / من العدد: ناقصة [ب، ع، ل] في [ل]: درهمًا – 12 الأضلاع: ناقصة [ب، ع] – 13 والزوايا: الزوايا [ب، ع] – 14 ذكرناها: ذكر [ب، ع] ذكرنا [ح].

فقطعنا من سطح ا د سطح ه د، وجعلنا أحد أضلاعه الذي هو ه جـ ثلاثة، التي هي عدد الأجذار، وهي مثل ز د. فتبيّن لنا أن سطح ه ب هو الأربعة المزيدة على الأجذار. فقطعنا ضلع ه جـ - الذي هو ثلاثة أجذار- بنصفين على نقطة ح. ثم جعلنا منه سطحًا مربعًا، وهو سطح ه ط، وهو ما كان
5 من ضرب نصف الأجذار - الذي هو واحدٌ ونصفٌ - في مثله، وهو اثنان وربع. ثم زدنا في خط ح ط مثل خط ا ه، وهو خط ط ل. فصار خط ح ل مثل خط ا ح، وخط ك ن مثل خط ط ل. وحدث سطح مربع متساوي الأضلاع والزوايا وهو سطح / ح م. وقد تبيّن لنا أن خط ا جـ مثل خط ه ز، وخط ا ح مثل خط ه ن، فبقي خط ح جـ مثل خط ن ز، وخط م ن
10 مثل خط ط ل، فيفضل من سطح ه ب مثل سطح ك ل. وقد علمنا أن سطح ا ز هو الأربعة / الزائدة على الثلاثة الأجذار. فصار سطح ا ن وسطح ك ل مثل سطح ا ز، الذي هو الأربعة العدد. فتبيّن لنا أن سطح ح م هو نصف الأجذار- الذي هو واحد ونصف - في مثله، وهو اثنان وربع، وزيادة الأربعة، التي هي سطح ا ن وسطح ك ل. وقد بقي لنا من

ع - ٥ - ظ

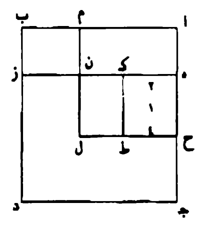
ب - ٦٥ - ظ

1 وجعلنا: فجعلنا [ا، ط] / ه جـ: ه د [ح] / ثلاثة: ثلثه [ا]، ثم كتب فوقها «الثلثه» من نسخة أخرى - 2 ز د: حـ د [ح] - 3 على: على ٢ [ح] / فقطعنا: فنصفنا [ب، ع، ح] / ضلع: ضلعي [ب، ع] / ه جـ: ه ب [ح] / ثلاثة: ضلع ثلاثة [ح] يليه [ب] / بنصفين: نصفين [ب، ط، ع] - 4 منه: ناقصة [ب، ع]، كتب ناسخ [ا] فوقها «فيه» من نسخة أخرى / ما كان: ناقصة [ب، ع] - 6 خط ا ه وهو: ناقصة [ب] / ط ل: ط ل وفضل ل م [ح] - 7 وخط ... ط ل: ناقصة [ب، ع، ل] / ك ن: م ب [ح] / وحدث: فحدث [ح] / متساوي: مستوى [ح] - 7-8 متساوي الأضلاع والزوايا: ناقصة [ب، ع، ل] - 8 ا جـ: ا ح [ا، ح] ح [ط] - 9 ه ز: م ل [ا، ح، ط] / ه ن: ح ل [ا، ط] / فبقي: فيبقى [ب، ع] - 9 (إلى ص. 121 سطر 3) وخط ا ح ... وزدنا عليه: نجد في المخطوطة [ح] النص التالي بدلاً من النص المعتمد: «فأقول ان خط ا م مثل خط ح ل وخط ا ح مساو لخط م ل وكذلك خط ا ه ايضا مساو لخط م ن فخط م ن مساو لخط ط ل وح ه واحد ونصف مثل خط ح ط وهو واحد ونصف فخط ه ن مثل خط ح ل وسطح م ه وك ل وذلك ان خط ن ل مثل خط ط ك وخط م ن مثل خط ن ك فصار (٨-ظ) سطح م ه مثل سطح ك ل مثل سطح ا جـ فعلمنا ان سطح ان وسطح ك ل هي الأربعة المزيدة فإذا زدت عليها سطح ه ط وهو اثنان وربع صار سطح ح م ستة وربعا فاخذنا جذره وهو اثنان ونصف وهو أحد أضلاعه وزدنا عليه» - 10 فيفضل من: فصار [ب، ع] / ه ب: ميم زاي [ب، ع] نجد في الترجمة اللاتينية: *superficies igitur mz fit equalis superficiei kl*؛ فيكون الأصل العربي «فصار سطح م ز مساويًا لسطح ك ل»، وهو ما كان في أصول مخطوطتي [ب، ع] على ما يبدو - 11 هو: هي [ب، ع] / الزائدة: المزيده [ب، ع] - 12 العدد: ناقصة [ب، ع] / أن: ناقصة [ع].

ضلع المربعة الأولى، التي هي سطح ا د، وهو المال كله، نصف الأجذار – وهو واحد ونصف – وهو خط ح ج. فإذا زدناه على خط ا ح، الذي هو جذر سطح ح م ⟨وهو⟩ اثنان / ونصف، وزدنا عليه خط ح ج، الذي هو نصف الثلاثة الأجذار، وهو واحد ونصف، فبلغ ذلك كله أربعة وهو خط ا ج، وهو جذر المال الذي هو سطح ا د؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن. وهذه صورته:

ط - ٢٧

5



ووجدنا كل ما يعمل به من حساب الجبر والمقابلة، لا بدّ أن يخرجك إلى أحد الأبواب الستة التي وُصفت في صدر كتابي هذا. وقد أتيت على تفسيرها فاعرف ذلك.

1 الأولى: الاوله [ا، ط] / هي: هو [ع] / وهو: وهي [ب، ع] – 2 زدناه: زدنا [ب، ع] – 3 ح م: حا مهم وهو ما اجتمع لنا من ضرب نصف الأجذار في مثله وزيادة (وردناه [ع]) الأربعة التي ذكرنا وذلك ستة وربع اخذنا جذره وهو [ب، ع] – 3 ح ج: ح [ح] – 4 فبلغ: بلغ [ب، ح، ع] / كله: ناقصة [ح] – 5 ا ج: ا ر [ح] – 5-6 وذلك ... صورته: وهذه صورته وذلك ما اردنا ان نبين [ا، ط] / وهذه صورته: ناقصة [ب، ع، ل] – 7 ووجدنا: ووجدت [ح، ع] واحدث [ب] / كل ما: كلما [ح] / به: ناقصة [ب، ع] / من: ناقصة [ب] / حساب: الحساب [ب، ح، ع] / الجبر: بالجبر [ع] بالجبر [ب، ح] / أن: من ان [ب، ع] – 8 صدر: ناقصة [ا، ط] – 8-9 وقد ... ذلك: ناقصة [ب، ح، ع، ل].

باب الضرب

وأنا مخبرك كيف تضرب الأشياء/ وهي الجذور بعضها في بعض، إذا ا-٥-ظ
كانت منفردة، أو كان معها عددٌ، أو كان مستثنى منها عددٌ، أو كانت
مستثناة من عددٍ، وكيف تجمع بعضها إلى بعضٍ، وكيف تنقص بعضها من
5 بعضٍ.

اعلم أنه لا بدّ لكل عددٍ / يضرب في عددٍ من أن / يضاعف أحد ع-٦-و ب-٦٦-و
العددين بقدر ما في الآخر من الآحاد.

فإذا كانت عقوداً ومعها آحاد أو مستثنى منها / آحاد، فلا بدّ من ح-٩-و
ضربها أربع مرات: العقود في العقود، والعقود في الآحاد، والآحاد في
10 العقود، والآحاد في الآحاد. فإذا كانت الآحاد التي مع العقود زائدة
جميعاً، فالضرب الرابع زائد، وإذا كانت ناقصة جميعاً فالضرب الرابع
زائدٌ أيضاً. وإذا كان أحدهما زائداً والآخر ناقصاً فالضرب الرابع ناقص.
وهو مثل عشرة وواحد في عشرة واثنين: فالعشرة في العشرة مائة،
والواحد في العشرة عشرة زائدة، والاثنان في العشرة عشرون زائدة،
15 والواحد في الاثنين اثنان زائدان. فذلك كله مائة واثنان وثلاثون. وإذا
كانت عشرة إلا واحداً في عشرة إلا واحداً: فالعشرة في العشرة مائة،
والواحد / الناقص في العشرة عشرة ناقصة، والواحد الناقص أيضاً في ط-٢٨
العشرة عشرة ناقصة، فذلك ثمانون. والواحد الناقص في الواحد الناقص
واحدٌ زائدٌ، فذلك أحد وثمانون. وإذا كانت عشرة واثنان في عشرة إلا

1 باب: ناقصة [ب، ع] / الضرب: ناقصة [ب] – 3 أو كان (الأولى): واذا كان [ب، ح، ع] / مستثنى: مستثنيا [ح] – 6 اعلم: ناقصة [ب] – 6-7 أحد العددين: احدهما [ح، ع] – 7 العددين: ناقصة [ب] / بقدر: بعدد [ب، ع] – 8 عقوداً: عقود [ا، ط] / مستثنى: مستثناً [ا] مستثنيا [ح] / منها: منهما [ح] – 9 العقود في الآحاد: الآحاد في العقود [ب، ح، ع] – 10 والآحاد: والآحاد ايضاً [ح] – 9-10 الآحاد في العقود: العقود في الآحاد [ب، ع] – 11 زائد: زائدا [ح] – 12 زائد: زايدا [ح] / أيضاً: ناقصة [ب، ح، ع] / زائداً والآخر ناقصاً: ناقصا والاخر زائدا [ح] – 14 عشرة: وعشرة [ع] / عشرون: وعشرون [ع] – 15 الواحد في الاثنين: الاثنان في الواحد [ب، ع] – 16 فالعشرة: مكررة [ب] – 17 العشرة: عشرة [ح] – 18 في الواحد الناقص: سقطت في [ب] – 19 أحد: واحد [ب، ع].

واحداً: فالعشرة في العشرة مائة، والواحد الناقص في العشرة عشرة
ناقصة، والاثنان الزائدان في العشرة عشرون زائدة، فذلك مائة وعشرة،
والاثنان الزائدان في الواحد المنقوص اثنان ناقصان، فذلك كله مائة
وثمانية.

5 وإنما / بيّنت هذا لتستدل به على ضرب الأشياء بعضها في بعض إذا ح-٩-ظ
كان معها عددٌ أو استثنيت من عدد أو استثنى منها عدد.

فإذا قيل لك: عشرة إلا شيئًا، ومعنى الشيء الجذر، في عشرة،
فاضرب عشرة في عشرة يكون مائة، وإلا شيئًا في عشرة يكون عشرة
أجذار ناقصة، فتقول: مائة إلا عشرة أشياء.

10 فإن قال: / عشرة وشيء في عشرة، ضربت عشرة في عشرة يكون ب-٦٦-ظ
مائة، وشيئًا في عشرة / عشرة أشياء زائدة، فتكون مائة وعشرة أشياء. ع-٦-ظ

وإن قال: عشرة وشيء في مثلها، قلت عشرة في عشرة مائة، وعشرة
في شيء عشرة أشياء، وعشرة في شيء عشرة أشياء أيضًا، وشيء في
شيء مالٌ زائدٌ، فيكون / ذلك مائة درهم وعشرين شيئًا ومالاً زائدًا. ا-٦-و

15 وإن قال: عشرة إلا شيئًا في عشرة إلا شيئًا، قلت عشرة في عشرة
بمائة، وإلا شيئًا في عشرة عشرة أشياء ناقصة، وإلا شيئًا في عشرة عشرة
أشياء ناقصة، وإلا شيئًا في إلا شيئًا مال زائد، فيكون ذلك مائة ومالاً إلا
عشرين شيئًا.

1 الناقص: المنقوص [ب، ع] الناقص المنقوص [ح] / عشرة: يكون عشرة [ح] – 2 الزائدان: الزايده [ع] / فذلك: وذلك [ح] – 3 المنقوص اثنان: الناقص اثنين [ح] / ناقصان: منقوصان [ب، ع] / كله: ناقصة [ب، ح، ع] – 6 أو استثنيت: واستثنيت [ح] / أو استثنيت من عدد: ناقصة [ب، ع] – 7 معنى: معنى ذلك [ح] – 8 يكون (الأولى والثانية): ناقصة [ب، ع] – 9 ناقصة: كتب ناسخ [ا] فوقها «منقوصة» من نسخة أخرى / فتقول: فيعدل [ط] – 10 فإن: وإن [ب، ع] / قال: مال [ب] / ضربت: فاضرب [ا، ط] / يكون: ناقصة [ب، ح، ع] – 11 شيئًا: شي [ب، ع] / عشرة (الثانية): ناقصة [ب] بعشرة [ا، ط]، ثم كتب الناسخ [ا] فوقها «عشرة» من نسخة أخرى / فتكون: تكون [ا، ط] – 12 وإن: فان [ح] / قال: مال [ب] – 13 عشرة (الأولى والثالثة): بعشرة [ا، ط] كتب ناسخ [ا] فوقها «بعشرة» من نسخة أخرى/ أشياء (الأولى): أشياء زائده [ح] / أيضًا: ايضا زايده [ح] ناقصة [ب، ع] – 14 ذلك: ناقصة [ب، ع] / درهم: ناقصة [ب، ح، ع] / عشرين: عشرون [ح] – 15 وإن: فان [ح] – 16 بمائة: مايه [ب، ح، ع] / ناقصة: منقوصة [ب، ع] كتب ناسخ [ا] فوقها «منقوصة» من نسخة أخرى – 17 ناقصة: منقوصه [ب، ع] ناقصة ايضا [ح] كتب ناسخ [ا] فوقها «منقوصة» من نسخة أخرى / وإلا شيئًا في إلا شيئًا: وشي في شي [ب، ع] / مال: بمال [ح].

وكذلك / لو أنه قال لك: درهم إلا سدساً في درهم إلا سدساً، يكون ط - ٢٩
خمسة أسداس في مثلها، وهي خمسة وعشرون جزءاً من ستة وثلاثين
جزءاً من درهم، وهو ثلثان وسدس السدس. وقياسه أن تضرب درهماً
في درهم فيكون درهماً، / وإلا سدساً في درهم بسدس ناقص، وإلا ح - ١٠ - و
5 سدساً في درهم بسدس ناقص، فيبقى ثلثا درهم، وإلا سدساً في إلا
سدساً بسدس السدس زائداً، فذلك ثلثان وسدس السدس.

وإن قال: عشرة إلا شيئاً في عشرة وشيء، قلت عشرة في عشرة
مائة، وإلا شيئاً في عشرة عشرة أشياء ناقصة، وشيء في عشرة عشرة
أشياء زائدة، وإلا شيئاً في شيء مال ناقص، فيكون ذلك مائة درهم إلا
10 مالاً.

وإن قال: عشرة إلا شيئاً في شيء، قلت عشرة في شيء عشرة أشياء،
وإلا شيئاً في شيء مال ناقص، فيكون عشرة أشياء إلا مالاً.

وإن قال: عشرة وشيء في شيء إلا عشرة، قلت: شيءٌ في عشرة
عشرة أشياء زائدة، وشيء في شيء مالٌ زائدٌ، وإلا عشرة في عشرة مائة
15 درهم ناقصة، وإلا عشرة في شيء عشرة أشياء ناقصة. فنقول: مالٌ إلا

1 أنه: ناقصة [ب، ح، ع] / لك: ناقصة [ب، ح، ع] / في درهم إلا سدساً: ناقصة [ح] / يكون: يكون ذلك [ب، ح، ع] – 2 وهي: وهو [ا، ح] كتب ناسخ [ا] فوقها «وهي» من نسخة أخرى / عشرون: عشرين [ط] – 3 جزءاً من درهم: من اجزاء الدرهم [ط] كتب ناسخ [ا] فوقها «من اجزاء الدرهم» من نسخة أخرى / وقياسه: قياسه [ع] ناقصة وترك فراغًا لها [ب] – 4 بسدس: سدس [ب، ع] فسدس [ح] – 5 بسدس: فسدس [ح] سدس [ب، ع] / ناقص: ناقص ايضًا [ح] / فيبقى: فبقى [ع] / ثلثا: ثلثان [ا، ط] / درهم: ناقصة [ا، ح، ط] / وإلا سدساً: وسدس [ب، ع] – 5-6 في إلا سدساً: في سدس [ا، ب، ط، ع] في الا سدس [ح] – 6 بسدس: فسدس [ح] / السدس: سدس [ب، ع] / زائداً: زايد [ب، ح، ع] / فذلك: وذلك [ا، ب، ع، ط] / السدس: «السدس ثم درهم في الا سدساً بسدس ناقص ثم درهم في الا سدساً بسدس ناقص فيكون ثلثي درهم والا سدساً في الا سدس بسدس السدس زايد فذلك ثلثان وسدس السدس» [ا، ط]؛ وهذه الفقرة تشابه الفقرة السابقة ولكن أعادها ناسخ [ا] بعد التصحيح – 7 وإن: فان [ح] – 8 مائة: بمائة [ا، ح، ط] ثم كتب ناسخ [ا] فوقها «مائة» من نسخة أخرى / شيئاً: شي [ب، ع] / ناقصة: منقوصة [ب، ع] – 9 شيئاً: شيء [ب، ع] / مال: مكررة [ب] / ذلك: لك [ط] – 9-12 فيكون ... ناقص: ناقصة [ب] – 10 مالاً: مال [ح] – 12 شيئاً: شي [ع] / فيكون: فذلك [ح] فيكون ذلك [ب، ع] / مالاً: مال [ح] مالاً ناقصاً [ب، ع] – 13 قال: قال لك [ب، ع] – 14 زائدة: ناقصة [ب، ح، ع، ل] / زائد: ناقصة [ب، ع، ل] – 15 درهم: ناقصة [ب، ع] / عشرة (الثانية): بعشرة [ا، ط] / فنقول: فتقول [ط] فيكون [ب، ع] / مال: مالا [ب، ع].

مائة درهم بعد أن قابلت به، وذلك أن تطرح عشرة أشياء زائدة بعشرة
أشياء ناقصة. / فيبقى مال إلا مائة درهم. ع-٧-و

وإن قال: / عشرة دراهم ونصف شيء في نصف درهم إلا خمسة ب-٦٧-و
أشياء، قلت: نصف درهم في عشرة خمسة دراهم زائدة، ونصف درهم
5 في نصف شيء ربع شيء زائد، وإلا خمسة أشياء في عشرة دراهم
خمسون جذراً ناقصة. فيكون / جميع ذلك خمسة دراهم إلا تسعة ح-١٠-ظ
وأربعين جذراً / وثلاثة أرباع جذر. ثم تضرب خمسة أجذار ناقصة في ط-٢٠
نصف جذر زائد، فيكون مالين ونصفاً ناقصاً. فذلك خمسة دراهم إلا مالين
ونصفاً وإلا تسعة وأربعين جذراً وثلاثة أرباع جذر.

10 وإن قال: عشرة وشيء في شيء إلا عشرة، فكأنه: قال شيء وعشرة
/ في شيء إلا عشرة. فتقول شيء في شيء مالٌ زائدٌ، وعشرة في شيء ا-٦-ظ
عشرة أشياء زائدة؛ وإلا عشرة في شيء عشرة أشياء ناقصة. فذهبت
الزيادة بالنقصان، وبقي المال؛ وإلا عشرة في عشرة مائة منقوصة من
المال؛ فجميع ذلك مال إلا مائة درهم.

15 وكل ما كان من الضرب زائداً وناقصاً مثل الأشياء في زيادة شيء،
فالضرب الأخير ناقص أبداً.

1 درهم: سقطت في [ب، ع] / لن (الأولى): اد [ح] ما [ط] كتب ناسخ [ا] فوقها «ما» من نسخة أخرى / أن (الثانية): انك [ب، ع، ح] / تطرح: تصرح [ا] – 2-1 زائدة ... ناقصة: ناقصة بعشرة اشياء زايدة [ب، ح، ع] – 2 فيبقى: ويبقى [ب، ع] يبقى [ح] – 3 وإن: فان [ب، ح، ع] / دراهم: سقطت في [ب، ع] – 4 عشرة: عشرة دراهم [ح] / خمسة: بخمسة [ا، ط] / زائدة: سقطت في [ب، ح، ع، ل] – 5 ربع: بربع [ا، ح، ط] – 6 خمسون: بخمسين [ح] / ناقصة: ناقصا [ب، ع] / جميع: سقطت في [ب، ع] – 7 جذراً: جذراً (شيئاً) [ط] كتب ناسخ [ا] «جذرا» ثم كتب فوقها «شيئا» / خمسة: الا خمسة [ع] / ناقصة: سقطت في [ب، ح، ع] – 8 زائد: سقطت في [ب، ح، ع] / فيكون: سقطت في [ح] / مالين: مالان [ح] / ونصفاً ناقصاً: ونصف ناقص [ح] – 9 نصفاً: نصف [ح] – 10 وإن: فان [ا، ط] / فكأنه: مكررة [ب] – 11 إلا عشرة: الا عشرة في شيء [ب] / زائد: سقطت في [ب، ح، ع، ل] – 13 إلا: سقطت في [ب] / منقوصة: ناقصة [ح] – 13-14 وإلا ... درهم: أثبتها في الهامش مع «صح» [ع] – 14 فجميع: فيصير [ب، ع] Et omne quod [ل] / مال: مالا [ب، ع] – 15 كل ما: كلما [ح] / وناقصاً: او ناقصا [ح] / الأشياء: الا شي [ح] – 16 الأخير: الاخر [ح، ع] / أبداً: كتب بعدها «فاعلم ذلك وبالله التوفيق» [ا، ط].

باب الجمع والنقصان

اعلم أن جذر مائتين إلا عشرة مجموعًا إلى عشرين إلا جذر مائتين فإنه عشرة سواء.

وجذر مائتين إلا عشرة منقوصًا من عشرين إلا جذر مائتين، فهو
5 ثلاثون إلا جذري مائتين؛ وجذرا مائتين هو جذر ثمانمائة.

ومائةٌ ومالٌ إلا عشرين جذراً مجموعًا إليه خمسون وعشرة أجذار إلا مالين، فهو مائة وخمسون إلا مالاً وإلا عشرة أجذار.

ومائة ومال إلا عشرين جذراً منقوصًا منه خمسون وعشرة أجذار إلا مالين، فهو خمسون درهمًا وثلاثة أموال إلا ثلاثين جذراً.

10 وأنا مبين لك علة ذلك في صورة تؤدي / إلى الطلب، إن شاء الله تعالى. ح - ١١ - و

واعلم أن جذرَ كلِّ مال، معلومٌ أو أصمّ، تريد أن تضعفه، ومعنى إضعافك إياه أن تضربه في أثنين، فينبغي / أن تضرب اثنين في اثنين ثم في المال. فيصير جذر ما اجتمع مثلي جذر ذلك المال. ط - ٢١

15 وإن أردت / ثلاثة أمثاله، فاضرب ثلاثة في ثلاثة ثم في المال، فيكون جذر ما اجتمع ثلاثة أمثال جذر ذلك / المال الأول. وكذلك ما زاد من الأضعاف أو نقص، فعلى هذا المثال فقسه. ب - ٦٧ - ظ / ع - ٧ - ظ

1 باب: ناقصة [ب، ع] – 2 اعلم أن: ناقصة [ب، ح، ع، ل] / مجموعًا: مجموع [ا، ح، ط] – 3 فإنه: فهو [ب، ح، ع] / سواء: سويا [ط] – 4 منقوصًا: منقوص [ا، ح، ط] – 5 وجذرا مائتين: ناقصة [ب، ع] / هو: وهو [ب، ع] – 6 ومائة: فان قال مائة [ب، ع] واما مايه [ح] / مجموعًا: مجموع [ا، ح، ط] / أجذار: اجذاره [ب، ع] – 7 مائة: مائة ومال [ا، ط] – 8-9 ومائة ... جذراً: ناقصة [ب، ح، ع، ل] – 10 مبين: نبين [ح] / تؤدي إلى الطلب: ناقصة [ب، ع، ل] / الطلب: القلب [ح] – 11 تعالى: ناقصة [ع، ل] – 12 واعلم: اعلم [ب، ح، ع] / جذر كل: كل جذر [ا، ط] – 14 مثلي جذر: مثل جذري [ح] – 15 وإن: واذا [ب، ع] – 16 ذلك: ناقصة [ب، ع] – 17 فقسه: نفسه [ط].

وإن أردت أن تأخذ نصف جذر مال، فينبغي أن تضرب نصفًا في نصف فيكون ربعًا، ثم في المال، فيكون جذر ما اجتمع مثل نصف جذر ذلك المال.

وكذلك ثُلثه أو ربعه أو أقلّ من ذلك أو أكثر بالغًا ما بلغ في النقصان 5 والإضعاف.

ومثال ذلك: إذا أردت أن تضعف جذر تسعة، ضربت اثنين في اثنين ثم في تسعة، فبلغ ذلك ستة وثلاثين؛ فخذ جذرها يكون ستة، وهو ضعف جذر تسعة. وكذلك لو أردت أن تضعف جذر تسعة ثلاث مرات، ضربت ثلاثة في ثلاثة ثم في تسعة، فيكون أحداً وثمانين، فجذرها 10 تسعة، وذلك جذر تسعة مضاعفاً ثلاث / مرات. ا-٧-و

وإن أردت أن تأخذ نصف جذر تسعة، فإنك / تضرب نصفاً في نصف ح-١١-ظ فيكون ربعًا، ثم تضرب ربعاً في تسعة فيكون اثنين وربعًا؛ فتأخذ جذرها وهو واحدٌ ونصفٌ، وهو نصف جذر تسعة.

وكذلك ما زاد أو نقص من المعلوم والأصمّ، فهذا طريقه.

2 فيكون ربعًا: ناقصة [ب، ح، ع، ل] / ما اجتمع: ما بلغ [ب، ح، ع] / ذلك: ناقصة [ب، ح، ع، ل] – 4 أو ربعه: او اربعه [ب] / أو أقل: واقل [ب، ع] / أو أكثر: ناقصة [ب، ع] – 4-5 النقصان والإضعاف: الاضعاف والنقصان [ح] – 6 مثال: ناقصة [ب، ع] / إذا: انك لما [ب، ح، ع] / تضعف: تضاعف [ب، ع] – 7 فبلغ: ناقصة [ب، ع] فيكون [ا، ط] ثم كتب ناسخ [ا] فوقها «فبلغ» من نسخة أخرى / ذلك: ناقصة [ب، ح، ع، ل] / فخذ جذرها يكون: فجذرها [ح] cuius radix [ل]، فهو أقرب الى [ح]، ولكن العبارة ناقصة في [ب، ع] / وهو: وهي [ح] – 7-8 ستة وثلاثين ... تسعة (الأولى): ناقصة [ب، ع] – 8 ضعف جذر: كجذر [ب، ع، ط] جذر، وأثبت «ضعف» في الهامش مع «صح أصل» [ا] / ثلاث: ثلاثه [ح] – 9 أحداً: احد [ا، ط] احدى [ب] / فجذرها: فخذ جذرها [ا، ط] – 10 مضاعفًا: مضعفه [ب، ع] مضعفا [ح] – 11 وإن: فان [ا، ط] / فإنك تضرب: فاضرب [ب، ع] – 12 تضرب ربعًا: تضربه [ب، ع] كتب ناسخ [ا] فوقها «تضربه» من نسخة أخرى / فتأخذ جذرها: فجذرها [ب، ح، ع، ل] – 13 وهو (الأولى): ناقصة [ب، ح، ع] – 14 الأصم: الاضم [ع] / فهذا: فهذه [ح].

القسم ‹والضرب للجذور›

وإن أردت أن تقسم جذر تسعة على جذر أربعة، فإنك تقسم تسعة على أربعة، فيكون اثنين وربعًا، فجذرها هو ما يصيب / الواحد، وهو واحدٌ ونصف. ط-٢٢

5 وإن أردت أن تقسم جذر أربعة على جذر تسعة، فإنك تقسم أربعة على تسعة، فيكون أربعة أتساع واحدٍ، فجذرها ما يصيب الواحد، وهو ثلثا واحد.

وإن أردت أن تقسم جذري تسعة على جذر أربعة أو غيرها من الأموال، فأضعف جذر التسعة على ما أريتك في عمل الإضعاف، فما بلغ

10 فاقسمه على أربعة، أو على ما أردت أن تقسم عليه، واعمل به كما عملت.

وكذلك إن أردت أن تقسم ثلاثةَ أجذار تسعة أو أكثر،/ أو نصف جذر تسعة، أو أقل أو ما كان من الأموال، فعلى هذا المثال فاعمل به، تصب إن شاء الله تعالى. ب-٦٨-و

15 وإن أردت أن تضرب جذر / تسعة في جذر أربعة، فاضرب تسعة في أربعة، فتكون ستة وثلاثين؛ فخذ جذرها وهو ستة، فهو جذر تسعة مضروب / في جذر أربعة. ح-١٢-و ع-٨-و

1 القسم: ناقصة [ب، ح، ع، ل] – 2 وإن: ناقصة وترك فراغًا لها [ب] واذا [ع] / أردت: ناقصة وترك فراغًا لها [ب] – 3 فيكون: يكون [ح] / هو: ناقصة [ح] / يصيب: نصيب [ح] – 5 وإن: فان [ب، ع] فاذا [ح] – 6 فجذرها: فجذرها هو [ب، ع] – 7-6 ما يصيب ... واحد: هو ثلثا واحد وهو ما نصيب الواحد [ح] – 8 وإن: فان [ا، ط، ح] – 9-8 على جذر ... التسعة: ناقصة [ب، ع] – 9 التسعة: تسعة [ح] كتب ناسخ [ا] فوقها «تسعة» من نسخة أخرى – 10-11 تقسم ... عملت: تقسم وذلك انك تضرب اثنين في اثنين ثم في تسعة يكن ستة وثلاثين اقسمها على اربعة يخرج القسم تسعة خذ جذرها ثلاثة وهو ما اصاب الواحد لما قسمت جذري تسعة على جذر اربعة [ح] – 10 واعمل به: ناقصة [ب، ع] – 10-14 ما أردت ... تعالى: per quod volueris. Et quod ex censibus fuerit minus aut maius, secundum hoc exemplum operaberis per ipsum, si deus voluerit [ل] – 12 أن تقسم: ناقصة [ا، ط، ب، ع] – 13 من الأموال: ناقصة [ا، ط] / المثال: المنوال [ط] القياس [ح، ا] كتب ناسخ [ا] فوقها «المثال» من نسخة أخرى / فاعمل به: فاعمله [ا، ط] – 14 تصب: ناقصة [ب، ح، ع] / تعالى: ناقصة [ع] – 15 وإن: فان [ع] ناقصة وترك فراغًا لها [ب] / أردت: ناقصة وترك فراغًا لها [ب] – 16 فتكون: تكون [ح] – 17 مضروب: ناقصة [ب، ع].

وكذلك لو أردت أن تضرب جذر خمسة في جذر عشرة، فاضرب خمسة في عشرة، فجذر ما بلغ هو الشيء الذي تريده.

وإن أردت أن تضرب جذر ثلث في جذر نصف، فاضرب ثلثًا في نصف، فيكون سدسًا، فجذر السدس هو جذر الثلث مضروب في جذر 5 النصف.

وإن أردت أن تضرب جذري تسعة في ثلاثة أجذار أربعة، فاستخرج جذري تسعة على ما وصفت لك حتى تعلم جذر أي مال هو. وكذلك فافعل بثلاثة أجذار أربعة حتى تعلم جذر أي مال هو، ثم اضرب المالين أحدهما في الآخر، فجذر ما اجتمع لك هو جذرا تسعة في ثلاثة أجذار أربعة.

10 وكذلك كل ما زاد من الأجذار أو نقص فعلى هذا المثال، فاعمل به.

فأما علة جذر مائتين إلا عشرة مجموعاً إلى عشرين إلا جذر مائتين، فإن / صورة ذلك: ح - ١٢ - ظ

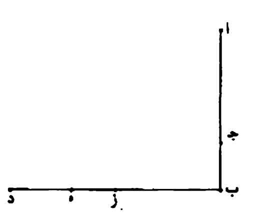
خط $\overline{اب}$ وهو جذر مائتين، فمن $\overline{ا}$ إلى نقطة $\overline{جـ}$ هو العشرة، والباقي من جذر مائتين / هو الباقي من خط $\overline{اب}$ وهو خط $\overline{جـ ب}$. ثم تخرج من ا - ٧ - ظ

15 نقطة $\overline{ب}$ خطًا إلى نقطة $\overline{د}$ وهو خط العشرين وهو / مثلا خط $\overline{اجـ}$ الذي ط - ٢٢ هو عشرة؛ فمن نقطة $\overline{ب}$ إلى نقطة $\overline{ه}$ مثل خط $\overline{اب}$ فهو جذر مائتين أيضاً، والباقي من العشرين هو من نقطة $\overline{ه}$ إلى نقطة $\overline{د}$. فلما أردنا أن نجمع ما بقي من جذر المائتين بعد طرح / العشرة وهو خط $\overline{جـ ب}$ إلى خط $\overline{ه د}$ ب - ٦٨ - ظ الذي هو عشرون إلا جذر مائتين، فقطعنا من خط $\overline{ب ه}$ مثل خط $\overline{جـ ب}$

2 تريده: تريد [ح] - 3 وإن: فإن [ح] - 3-4 ثلثًا في نصف: نصفا في ثلث [ب، ع] - 4 مضروب: ناقصة [ب، ع] مضروبا [ح] - 5 النصف: نصف فالجملة انك اذا ضربت شيئا في شيء قل أو اكثر ثم اخذت جذر ما بلغ الضرب كان ذلك الجذر مضروب جذر المضروب في جذر المضروب فيه رجع [ح] - 4-5 في جذر النصف: نجد فقط في [ل]: in medietatem - 6 وإن: وإذا [ح] - 7 على ما: كما [ط] كتب ناسخ [ا] فوقها «كما» من نسخة أخرى - 8 أربعة: الاربعة [ا، ط] - 9 جذرا: جذر [ا، ط، ح] / تسعة: التسعة [ح] - 10 كل ما: كلما [ا، ط] ما [ب، ح، ع] / فعلى ... به: فاعمل به على هذا المثال ان شا الله تعالى [ح] - 11 فأما: واما [ح] ناقصة وترك فراغًا لها [ب] - 13 العشرة: عشرة [ح] - 14 من (الأولى): ناقصة [ا، ط] - 15 خطًا ... $\overline{د}$: الى خط دال خطا [ب، ع] / $\overline{د}$: $\overline{ه}$ [ط] - 16 عشرة: خط عشرة [ب، ع] / فهو: وهو [ب، ع، ح، ل] / أيضًا: ناقصة [ب، ع، ل] - 19 فقطعنا ... $\overline{جـ ب}$: ناقصة [ب، ح، ع، ل].

وهو خط ز ه. وقد كان تبيّن لنا أن خط ا ب - الذي هو جذر مائتين - مثل خط ب ه، وأن خط ا جـ الذي هو العشرة مثل خط ب ز، والباقي من خط ا ب الذي هو جـ ب مثل الباقي من خط / ب ه الذي هو ز ه. زدنا ع-٨-ظ على خط ه د خط ز ه، فتبيّن لنا أنه قد نقص من خط ب د - الذي هو
5 عشرون - مثل خط ا جـ - الذي هو عشرة - وهو خط ب ز، وبقي لنا خط ز د، وهو عشرة؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

وهذه صورته:



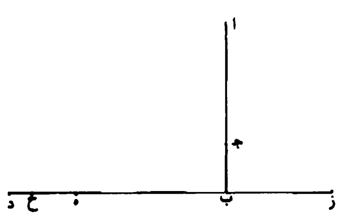
وأما علة جذر مائتين إلا عشرة منقوصاً من عشرين إلا جذر مائتين، فإن صورة ذلك:

10 خط ا ب، وهو جذر مائتين، ومن ا / إلى نقطة جـ هو العشرة ح-١٢-و المعلومة. ونخرج من نقطة ب خطًا إلى نقطة د ونجعله العشرين، ونجعل من ب إلى نقطة ه مثل خط جذر مائتين، وهو مثل خط ا ب. وقد تبيّن لنا أن خط جـ ب هو ما بقي من جذر مائتين بعد إلقاء العشرة، وخط ه د هو ما بقي من العشرين بعد إلقاء جذر المائتين. فأردنا أن ننقص خط جـ ب
15 من خط ه د، فأخرجنا من نقطة ب خطًا إلى نقطة ز، وهو مثل خط ا جـ الذي هو العشرة، فصار جميع خط ز د مثل خط ز ب وخط ب د. وقد

1 وهو خط ز ه: ناقصة [ب، ع، ح، ل] / الذي: أثبتها فوق السطر مع «صح» [ا] / مائتين: المائتين [ح] - 2 ب ز: ب ه [ح] - 5 ا جـ: جيم الف [ب، ع، ل] / وبقي: فيبقى [ح] - 7 وهذه صورته: ناقصة [ب، ع، ل] - 8 وأما: فاما [ب، ع] / علة: أثبتها في الهامش مع «صح» [ح] - 10 إلى: الى جـ [ح] / هو: هي [ا، ح، ط] - 11 المعلومة: المعلوم [ع] / ونخرج: ويخرج [ح] / ونجعله: ونجعله: يجعله [ع] نجعله [ح] / نجعل: نجعله [ح] / ونجعله، ونجعله [ح] - 12 خط (الأولى): ناقصة [ب، ح، ع] - 13 ه د: د ه [ا، ط] - 15 وهو: الذي هو [ح] - 16 فصار: فكان [ح] / ز د: ز ه [ح] / وخط: و [ب، ع] ناقصة [ح] / ب د: د ب [ح].

تبيّن لنا أن ذلك كله ثلاثون، وقطعنا من خط ه د / مثل خط جـ ب وهو ب-١٩-و
خط ه ح. فتبيّن لنا أن خط ح د هو ما بقي من جميع خط ز د الذي /
هو ثلاثون. وتبيّن لنا أن خط ب ه جذر مائتين، وخط ز ب وب جـ جذر ط-٢١
مائتين أيضاً. فلما صار خط ه ح مثل خط جـ ب، تبيّن لنا أن الذي نقص
5 من خط ز د، الذي هو ثلاثون، جذرا مائتين. وجذرا مائتين هو جذر
ثمانمائة؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن.

وهذه صورته:



وأما مائة ومال إلا عشرين جذراً / مجموعًا إليه خمسون وعشرة ح-١٢-ظ
أجذار إلا مالين، فلم تستقم له صورةٌ، لأنه من ثلاثة / أجناس مختلفة،/ ع-٩-و
10 أموال وجذورٌ وعددٌ، وليس معها ما يعادلها فتصور، وقد يمكننا لها صورة ا-٨-و
لا تحس. فأما اضطرارها باللفظ فبيّنٌ، وذلك أنك قد علمتَ أن معك مائة
ومالاً إلا عشرين جذراً. فلما زدت عليها خمسين وعشرة أجذار، صارت
مائة وخمسين ومالاً إلا عشرة أجذار، لأن هذه العشرة الأجذار المزيدة

2 ه ح: ح ه [ب، ع، ح، ل] / فتبين: وتبين [ب، ع] / جميع: ناقصة [ا، ط] – 3-5 جذر مائتين أيضاً ... ثلاثون: مكررة مع الأخطاء [ح] – 4 مائتين: المائتين [ا، ط] / خط (الثانية): ناقصة [ح] / تبين: وتبين [ب، ع] / لنا: ناقصة [ح] – 5 ز د: ز ه، في التكرار [ح] / وجذرا: جذرا [ب] / وجذرا مائتين هو: وهو [ح] – 6 ثمانمائة: ثماني مائة [ا، ط، ح] ثمان ماية [ب، ع] – 7 وهذه صورته: ناقصة [ب، ع، ل] – 8 مجموعًا: مجموع [ا، ط] – 9 تستقم: تقم [ب، ع] / لأنه: ناقصة [ح] – 10 يعادلها: يعدلها [ح] / يمكننا: تركنا [ب] / لها: له [ب، ع] – 11 تحس: تحسن [ب، ع، ح، ط] Nos tamen fecimus eis formam sed non sensibilem [ل] / فأما: واما [ح] / باللفظ: بالالفاظ [ح] / فبين: فتبين [ح] / وذلك: ذلك [ب] – 13 العشرة: عشرة [ح].

جبرت من العشرين الجذر الناقصة عشرة أجذار، فبقيت مائة وخمسون
ومال إلا عشرة أجذار. وقد كان مع المائة مال، فلما نقصت من المائة
والمال المالين المستثنيين من الخمسين، ذهب مالٌ بمالٍ وبقي عليك مال،
فصارت مائة وخمسين إلا مالاً وإلا عشرة أجذار؛ وذلك ما أردنا أن
5 نبيّن.

1 جبرت: وجبرت [ب] - 2 ومال: ناقصة [ح] / وقد ... مال: ناقصة [ب، ع] - 3 والمال: ناقصة [ب، ع، ح، ل].

باب المسائل الستّ

وقد قدمت قبل أبواب الحساب ووجوهه ست مسائل جعلتها أمثلة للستة الأبواب المتقدمة في صدر كتابي هذا، وذكرت أن حساب الجبر والمقابلة لا بدّ أن يخرجك إلى باب منها. ثم أتبعت ذلك من المسائل بما يقرب من الفهم، وتخف فيه المؤنة وتسهل به الدلالة، إن شاء الله تعالى. 5

فالأولى من الستّ

نحو قولك: عشرة قسمتها قسمين / فضربت أحد / القسمين في الآخر، ثم ضربت أحدهما في نفسه، فكان المضروب في نفسه مثل أحد القسمين في الآخر أربع / مرات. ب-٦٩-ظ ح-١٤-و ط-٢٥

10 فقياسه: أن تجعل أحد القسمين شيئًا، والآخر عشرة إلا شيئًا، فتضرب شيئًا في عشرة إلا شيئًا، فتكون عشرة أشياء إلا مالاً، ثم تضربه في أربعة لقولك أربع مرات، فيكون أربعة أمثال المضروب من أحد القسمين في الآخر، فيكون ذلك أربعين شيئًا إلا أربعة أموال. ثم تضرب شيئًا في شيء، وهو أحد القسمين في نفسه، فيكون مالاً يعدل أربعين شيئًا إلا 15 أربعة أموال. فاجبرها بالأربعة الأموال وزدها على المال، فيكون أربعين

1 باب: ناقصة [ب، ح، ع] / المسائل الست: ناقصة وترك فراغًا لها [ب] / الست: ناقصة [ع، ل] – 2 قدمت: قدمنا [أ، ط] / ووجوهه: ووجوهه وفنونه [ب، ع] ووجوهها [ط] كتب ناسخ [أ] فوقها «ووجوهها» من نسخة أخرى – 3 للستة: الستة [ح] / كتابي هذا وذكرت: الكتاب الذي ذكرنا [ب، ع] الكتاب الذي ذكرت [ح] كتابي هذا ذكرت ان حساب الجبر والمقابلة لا بد ان منها ثلثه لا تنصف فيها الاجذار وذكرت، وكتب من نسخة أخرى «الذي اجبرت أن منها» [أ] كتابي هذا لا بد ان منها ثلاثة لا تنصف فيها الأجذار وذكرت [ط] – 4 لا بد: لا بد من [ب، ع] – 5 من: الى [ح] / به: فيه [أ، ط] / إن ... تعالى: ناقصة [ح] / تعالى: ناقصة [ع] – 6 فالأولى: ناقصة وترك فراغًا لها [ب] – 8 فكان: فصار [أ، ط] ثم كتب ناسخ [أ] فوقها «فكان» من نسخة أخرى – 9 القسمين: القسمين مضروبًا [ح] – 10 فقياسه: قياسه [ب، ع] / والآخر: والقسم الآخر [ب، ع، ح] – 11 تضربه: ناقصة [ب، ح، ع] – 12 لقولك: كقولك [ب] لقوله [ح] / أربع مرات: ناقصة [ب، ع] – 13 في الآخر: والآخر [أ، ط] / ذلك: ناقصة [ب، ح، ع] – 15 بالأربعة ... وزدها: وزد الاربعة الاموال [ب، ع].

شيئًا تعدل خمسة أموال، فالمال الواحد يعدل ثمانية/ أجذار، وهو أربعة ع-٩-ظ
وستون؛ جذرها ثمانية، وهو أحد القسمين المضروب في نفسه؛ والباقي
من العشرة اثنان، وهو القسم الآخر.
فقد أخرجتك هذه المسألة إلى أحد الأبواب الستة؛ وهي أموالٌ تعدل
5 جذوراً، فاعلم ذلك.

والمسألة الثانية

عشرة قسمتها قسمين، فضربت كل قسم في نفسه، / ثم ضربت ا-٨-ظ
العشرة في نفسها، فكان ما اجتمع من ضرب العشرة في نفسها مثل أحد
القسمين مضروباً في نفسه مرتين وسبعة أتساع مرة، أو مثل الآخر
10 مضروباً في نفسه ست مرات وربع مرة.
فقياس ذلك:/ أن تجعل أحد القسمين شيئاً، والآخر عشرة إلا شيئاً، ح-١٤-ظ
فتضرب الشيء في نفسه فيكون مالاً، ثم في اثنين وسبعة أتساع، فيكون
مالين وسبعة أتساع مال. ثم تضرب العشرة في مثلها، فتكون مائة تعدل
مالين وسبعة أتساع مال. فاردده إلى مال واحد / وهو تسعة أجزاء من ط-٣٦
15 خمسة وعشرين جزءاً، وهو خمس وأربعة أخماس الخمس. فخذ خُمس

1 فالمال: المال المال [ح] / يعدل: ناقصة [ب، ح، ع، ل] – 2 جذرها ثمانية و: نجد بدلاً عنها العبارة التالية «فجذر أربعة وستين» [ب، ح، ع، ل] / وهو: هو [ب] – 3 اثنان: وهو اثنان [ب، ح، ع] / وهو: ناقصة [ح] – 4 الأبواب الستة: الستة الابواب [ح] / وهي: وهو [ح] – 5 فاعلم ذلك: ناقصة [ب، ح، ع، ل] – 6 الثانية: ناقصة وترك فراغًا لها [ب] – 7 كل قسم: احد القسمين [ح] / كل قسم في نفسه ثم ضربت: ناقصة [ب، ع، ل] – 8 نفسها (الأولى): مثلها [ب، ع] كتب ناسخ [أ] فوقها «مثلها» من نسخة أخرى / فكان: وكان [ب، ع] / نفسها: مثلها [ب، ع] كتب ناسخ [أ] فوقها «مثلها» من نسخة أخرى – 9 مضروباً: المضروب [ح] – 9-10 أو مثل ... مرة: ناقصة [ب، ع، ح، ل] – 11 فقياس: وقياس [ب، ع] / ذلك: حسابها [ب، ح، ع] computationis vero huius regula est [ل] / والآخر ... شيئاً: ناقصة [ب، ح، ع، ل] – 12 فتضرب الشيء: فتضربه [ب، ح، ع، ل] / في (الثانية): ناقصة [ب] – 12-13 فيكون مالين ... مال: ناقصة [ب، ح، ع] موجودة في [ل] – 13 مالين: مالالين [ب] – 15 جزءاً: ناقصة [ب، ع] / خمس: كتب ناسخ [أ] فوقها «خمسها» من نسخة أخرى / أخماس: اخمساس [ب] / الخمس: كتب ناسخ [أ] فوقها «خمسها» من نسخة أخرى – 15 (إلى ص. 149، سطر 1) فخذ خمس المائة: وخذ من المائة خمسها [ح].

المائة وأربعة أخماس خمسها، وهو ستة وثلاثون يعدل مالاً. فخذ جذرها ستة، وهو أحد القسمين، والآخر أربعة لا محالة.

فقد أخرجتك هذه المسألة / إلى أحد الأبواب الستة، وهي: أموال ب-٧٠-و تعدل عدداً.

5 ## والمسألة الثالثة

عشرة قسمتها قسمين، ثم قسمت أحدهما على الآخر، فخرج القسم أربعة.

قياسه: أن تجعل أحد القسمين شيئاً والآخر عشرة إلا شيئاً، ثم تقسم عشرة إلا شيئاً على شيء ليكون أربعة. وقد علمت أنك متى ما ضربت ما
10 خرج لك من القسم في المقسوم عليه، عاد المال الذي قسمته، والقسم في هذه المسألة أربعة، والمقسوم عليه شيء. فاضرب أربعة في شيء، فيكون أربعة أشياء تعدل المال الذي قسمته، وهو عشرة إلا شيئاً. فاجبر العشرة بالشيء وزده على الأربعة الأشياء، فيكون خمسة أشياء تعدل عشرة، فالشيء الواحد اثنان، وهو أحد القسمين.
15 فقد أخرجتك هذه المسألة إلى أحد الأبواب الستة، / وهي: جذورٌ ح-١٥-و تعدل عدداً.

1 فخذ جذرها: فبجذرها [ب، ع، ل] – 2 ستة و: ناقصة [ب، ع] / ستة: وهو ستة [ح] / والآخر أربعة لا محالة: ناقصة [ب، ع، ل] والآخر لا محالة أربعة [ح] – 3 الأبواب الستة: الستة الابواب [ح] – 5 والمسألة: ناقصة [ب] واما المسألة [ح] – 6 عشرة: فعشرة [ح] / ثم قسمت: فقسمت [ب، ع] / أحدهما: احد القسمين [ب، ع، ح] / القسم: ناقصة [ب، ح، ع] – 8 قياسه: قياس ذلك [ح] فقياس ذلك [ط] فقياسه [ا] كتب ناسخ [ا] فوقها «فقياس ذلك» من نسخة أخرى – 9 عشرة: العشرة [ح] / ليكون: فيكون [ب، ع] / ما (الأولى): ناقصة [ح] – 10 لك: ناقصة [ب، ح، ع] / المال: مالك [ب، ح، ع] / القسم (الثانية): المقسوم [ب، ع] – 11 فاضرب أربعة في شيء: زاد [ل] et erunt quattuor res / فيكون: يكون [ب، ح، ع] – 13 الأشياء: ناقصة [ب، ح، ع، ل] / خمسة ... عشرة: عشرة تعدل خمسة أشياء [ب، ح، ع، ل] – 14 الواحد: ناقصة [ب، ح، ع، ل] / وهو أحد القسمين: ناقصة [ب، ح، ع، ل] – 15 فقد: وقد [ب، ع] / المسألة: ناقصة [ح] / الأبواب الستة: الستة الابواب [ح].

والمسألة الرابعة

مال ضربت ثُلثه ودرهماً في ربعه / ودرهم فكان عشرين. ع - ١٠ - و

قياسه: أن تضرب ثلث شيء في ربع شيء، فيكون نصف سدس مال. وتضرب درهمًا في ثلث شيء، فيكون ثلث شيء، ودرهمًا في ربع شيء

5 بربع شيء، ودرهمًا في درهم بدرهم؛ فذلك كله نصف سدس مال وثلث شيء / وربع شيء ودرهم تعدل عشرين درهمًا. فألق من العشرين ط - ٣٧ درهمًا بدرهم، فتبقى تسعة عشر درهماً تعدل نصف سدس مال وثلث شيء وربع شيء. فأكمل مالك، وإكماله أن تضرب كل ما معك في اثني عشر، فيصير معك مالٌ وسبعة أجذارٍ تعدل مائتين وثمانية وعشرين

10 درهمًا. فنصف الأجذار واضربها في مثلها، / تكن اثني عشر وربعًا، ا - ٩ - و فزدها على الأعداد وهي مائتان وثمانية وعشرون، فيكون مائتين وأربعين وربعاً. فخذ جذرها خمسة عشر ونصفًا، فانقص منه نصف الأجذار، وهو ثلاثة ونصف، فيبقى اثنا عشر / وهو المال. ب - ٧٠ - ظ

فقد أخرجتك هذه المسألة إلى أحد الأبواب الستة، وهي: أموال وجذور

15 تعدل عدداً.

1 والمسألة: ناقصة [ب] – 2 مال: ناقصة [ب] / فكان: فيكون [ب، ع] – 5-4 وتضرب ... كله: نجد هناك العبارات التالية بدلاً عنها: ودرهما في درهم درهم (مكررة) وثلث شيء في درهم ثلث شيء وربع شي في درهم ربع شي فذلك [ح] ودرهم في درهم ثلث جذور ربع شي في درهم ربع جذر فيكون ذلك [ب] ودرهمًا في درهم وثلث شي في درهم ثلث جذر وربع شي في درهم ربع جذر فيكون ذلك [ع] نص [ل] هو نص [ع] إلا أنه زاد بعد «درهما في درهم» et erit dragma addita – 4 شي (الأولى): درهم [ا] – 6 شيء (الأولى): ناقصة [ب، ع] / درهم: درهما [ب، ع] / درهماً: ناقصة [ب، ح، ع] – 7 بدرهم: ناقصة [ب، ح، ع، ل] / فتبقى: فبقي [ع] يبقى [ب] – 8 شيء (الأولى): ناقصة [ب، ع، ل] / شيء (الثانية): جذر [ب، ع، ل] / فأكمل: فكمل [ا، ط] / كل ما: كلما [ح] – 9-8 اثني عشر: اثنا عشر [ح] – 9 فيصير: فيكون [ب، ح، ع] – 10 درهمًا: ناقصة [ب، ح، ع، ل] / تكن: فتكون [ب، ح، ع] / اثني: اثنا [ح] – 11 الأعداد وهي: ناقصة [ب، ع، ح، ل] / مائتان: مايتين [ب، ح، ع] / عشرون: عشرين [ب، ح، ع] / فيكون: فيكون ذلك [ب، ح، ع] – 12 فخذ جذرها: ثم خذ جذرها وهو [ب، ع، ح، ل] / ونصفًا: ونصف [ب، ح، ع] / منه: منها [ب، ج، ع] / نصف الأجذار وهو: ناقصة [ب، ح، ع] موجودة في [ل] – 13 ونصف: ونصفا [ب، ع] / فيبقى: يبقى [ا، ط] فبقي [ب، ع] / اثنا: اثنى [ا، ط] – 14 المسألة: ناقصة [ح] / هي: هو [ب، ع] / أموال: مال [ب، ح، ع].

والمسألة الخامسة

عشرة قسمتها قسمين، وضربت كل قسم في نفسه وجمعتهما فكانا ثمانية وخمسين درهماً.

قياسه: أن تجعل أحد القسمين شيئاً والآخر عشرة إلا شيئاً، فاضرب

5 عشرة إلا شيئاً في مثلها، فيكون مائة ومالاً إلا عشرين شيئاً./ ثم ح - ١٥ - ظ تضرب شيئاً في شيء، فيكون مالاً، ثم تجمعهما، فيكون ذلك مائة ومالين إلا عشرين شيئاً يعدل ثمانية وخمسين درهماً. فاجبر المائة والمالين بالعشرين الشيء الناقصة وزدها على الثمانية والخمسين، فيكون مائة ومالين تعدل ثمانية وخمسين درهماً وعشرين شيئاً. فاردد ذلك إلى مال

10 واحد، وهو أن تأخذ نصف ما معك، فيكون خمسين درهماً ومالاً تعدل تسعةً وعشرين درهماً وعشرة أشياء. فقابل به، وذلك أنك تلقي من الخمسين تسعة وعشرين، فيبقى واحد وعشرون ومال تعدل عشرة أشياء. فنصّف الأجذار تكون خمسة واضربها في مثلها، / فتكون خمسة ط - ٢٨ / وعشرين، فألق منها الواحد والعشرين التي مع المال، فيبقى أربعة. فخذ ع - ١٠ - ظ

1 والمسألة: ناقصة [ب] - 2 وضربت: ثم ضربت [ا، ط] كتب ناسخ [ا] فوقها «وضربت» من نسخة أخرى / قسم: كتب فوقها «واحد» من نسخة أخرى [ا] / فكانا: فبلغنا [ب، ع] فكان [ح] - 3 درهماً: ناقصة [ب، ع، ح، ل] - 4 قياسه: فقياسه [ب، ع] / تجعل ... إلا شيئاً: ناقصة [ب، ح، ع، ل] / فاضرب: تضرب [ب، ع، ح، ل] وكتب ناسخ [ا] في الهامش من نسخة أخرى «تضرب» - 6 شيء: مثله [ب، ع، ح، ل] / ثم: أثبتها في الهامش مع «صح» [ع] / فيكون: مكررة [ح] / ذلك: ناقصة [ب، ع، ح] / ومالين: معها مالان [ع] معها مالا [ب] - 7 درهماً: ناقصة [ب، ح، ع، ل] / المالين: المال [ب] - 8 بالعشرين الشيء الناقصة: هناك العبارات التالية بدلاً عنها: بالاشياء التي نقصت [ب، ع، ل] بما نقص منهما من الاشياء [ح] / وزدها: ناقصة [ب] / فيكون: فتقول [ب، ع، ح، ل] - 9 مالين: مالان [ب، ح، ع] / درهماً: ناقصة [ب، ح، ع، ل] / فاردد ذلك: فاردده [ب، ح، ع، ل] - 10 واحد: ناقصة [ب، ع، ل] / وهو ... معك: ناقصة [ب، ح، ع، ل] / فيكون: ناقصة [ب] فتقول [ح، ع، ل] / خمسين: خمسون [ب، ع، ح] / درهماً: ناقصة [ب، ع، ح] / مالاً: مال [ب، ح، ع] - 11 درهماً: ناقصة [ب، ع، ح، ل] / به: بها [ب، ع، ح] / أنك: ان [ب، ع] - 12 الخمسين: خمسين [ح] / فيبقى: يبقى [ح] / واحد: احد [ا، ط، ح] - 13 أشياء: ناقصة [ح] / الأجذار: الاشياء [ب، ع، ح] في [ل]: Media ergo radices / تكون: فتكون [ح] فتصير [ب، ع] / واضربها: فاضربها [ب، ح، ع] / فتكون: فتصير [ب، ع] - 14 التي مع المال: ناقصة [ب، ع، ح، ل] / فيبقى: يبقى [ح].

جذرها، وهو اثنان. فانقصه من نصف الأجذار، التي هي خمسة، فيبقى ثلاثة، وهي أحد القسمين، والآخر سبعة.

فقد أخرجتك هذه المسألة إلى أحد الأبواب الستة، وهي: أموال وعددٌ تعدل جذوراً.

5 ## والمسألة السادسة

مال ضربت ثُلثه في رُبعه فيعود المال وزيادة أربعة وعشرين درهماً.

قياسه: أن تجعل مالك شيئاً، ثم تضرب ثلث شيء في ربع شيء، فيكون نصف سدس مال تعدل شيئاً وأربعة وعشرين درهماً. ثم تضرب نصف سدس المال في اثني عشر حتى تكمل مالك، واضرب الشيء

10 في اثني عشر، يكن اثني عشر شيئاً، واضرب الأربعة / والعشرين في ح - ١٦ - و اثني عشر، فيصير معك مائتان وثمانية وثمانون درهماً واثنا عشر جذراً تعدل / مالاً. فنصّف الأجذار تكون ستة، واضربها في مثلها وزدها على ب - ٧١ - و

1 فانقصه: فانقصهما [ح] / نصف ... خمسة: الخمسة الاشياء التي هي نصف الاجذار [ب، ح، ع، ل] / فيبقى: يبقى [ا، ط، ح] - 2 وهي: وذلك [ب، ح، ع] كتب ناسخ [ا] فوقها «وهو» من نسخة أخرى / والآخر سبعة: ناقصة [ب، ع، ح، ل] - 3 الأبواب الستة: الستة الابواب [ح] / هي: هو [ح] / أموال وعدد: عدد واموال [ب، ح، ع] - 5 والمسألة: ناقصة [ب] - 6 ضربت: يضرب [ب، ح، ع] / فيعود: فعاد [ا، ط] كتب ناسخ [ا] فوقها «فيعود» من نسخة أخرى / درهماً: ناقصة [ب، ع، ل] - 7 قياسه: فقياسه [ا، ط]، انظر التعليق رقم [٢] / أن ... شيئاً: ان تعلم انك اذا [ب، ع] انك اذا [ح] / ثم تضرب: ضربت [ب، ح، ع] فتضرب [ا] ثم كتب فوقها «ثم تضرب» من نسخة أخرى - 7-8 أن تجعل ... فيكون: كتب ناسخ [ا] في الهامش من نسخة أخرى «ان تعلم انك اذا ضربت ثلث شيء في ربع شيء صار» - 8 فيكون: صار [ب، ح، ع] تكن [ا] ثم كتب فوقها «فيكون» من نسخة أخرى / درهماً: ناقصة [ب، ح، ع] - 8-9 ثم ... المال: فاضرب النصف سدس مال [ب، ع] فاضرب نصف سدس المال [ح] فاضرب نصف السدس [ا] ثم كتب الناسخ فوقها العبارة التي أثبتناها من نسخة أخرى - 9 اثني عشر: اثنا عشر [ح] / حتى: ناقصة [ب، ح، ع] / تكمل: يكمل [ح] مكمل [ب، ع] / مالك: مالاً تاماً [ح] مالك فيصير مالاً تاماً [ب، ع، ل] - 10 في اثني عشر يكن ... واضرب: ناقصة [ب، ح، ع، ل] / الأربعة: والاربعة [ب، ع] في الاربعة [ح] / العشرين: العشرين ايضاً [ح] - 11 اثني: اثنا [ح] / فيصير: ايضا فيصير [ب، ع] / مائتان: ماية [ب] / ثمانون: اربعون [ا] / درهماً: ناقصة [ب، ح، ع، ل] / اثنا: اثني [ا، ط] / عشر جذراً: عشرا جذر [ب] - 12 مالاً: مالا يعدل [ب] / تكون ستة: ناقصة [ب، ح، ع، ل] / واضربها: واضرب [ب].

مائتين وثمانية وثمانين، فيكون جميع ذلك ثلاثمائة وأربعة وعشرين، ثم خذ جذرها وهو ثمانية عشر، فزده على نصف الأجذار، وهي ستة، فيكون ذلك أربعة وعشرين، وهو المال.

فقد أخرجتك هذه المسألة إلى أحد الأبواب الستة، وهي: جذورٌ وعددٌ

5 تعدل أموالاً./

باب المسائل المختلفة

ا - ٩ - ظ

〈١〉 فإن سأل سائل فقال: عشرة قسمتها قسمين، ثم ضربت أحدهما في الآخر، فكان واحداً وعشرين درهماً.

فقد علمت أن أحد القسمين / من العشرة شيء، والآخر عشرة إلا ط - ٢٩

10 شيئًا. فاضرب شيئًا في عشرة إلا شيئًا، فيكون عشرة أشياء إلا مالاً تعدل واحداً وعشرين. فاجبر العشرة الأشياء بالمال، وزده على الواحد والعشرين، فيكون عشرة أشياء تعدل واحداً وعشرين درهماً ومالاً. فألق نصف الأجذار، فيبقى خمسة، فاضربها في مثلها تكن خمسة وعشرين./ فألق منها الواحد والعشرين، التي مع المال، فيبقى أربعة؛ فخذ جذرها، ع - ١١ - و

15 وهو اثنان، فانقصه من نصف الأجذار، وهي خمسة، فيبقى ثلاثة، وذلك أحد القسمين.

1 وثمانين: أثبتها في الهامش مع «صح» [ع] / جميع ذلك: ناقصة [ا، ط] – 2-1 ثم خذ: فخذ [ا، ط] – 2 فزده على: فزد عليه [ح] فزد عليها [ب، ع] / وهي: ناقصة [ح] وهو [ب، ع] – 2-3 فيكون ذلك: فيصير المال [ب، ح، ع، ل] – 3 وهو المال: ناقصة [ب، ح، ع] – 4 الأبواب الستة: الستة الأبواب [ح] / وهي جذور وعدد: وهو عدد وجذور [ب، ح، ع، ل] – 5 أموالاً: مالا [ح] – 6 باب المسائل المختلفة: ناقصة [ب، ع، ل] – 7 فإن: ناقصة وترك فراغًا لها [ب] ان [ح] – 8 واحداً: واحد [ح] / درهمًا: ناقصة [ب، ح، ع، ل] – 9-10 والآخر ... شيئًا (الأولى): ناقصة [ب، ح، ع، ل] – 10 فاضرب شيئًا: فاضربه [ب، ح، ع، ل] / فيكون: فتقول عشرة إلا شيئاً في شيء [ب، ح، ع، ل] – 11 واحداً: أحداً [ا، ط] / وزده: وزد المال [ب، ع] ناقصة [ح] – 11-12 الواحد والعشرين: واحد وعشرين [ب، ح، ع] – 12 فيكون: فتقول [ب، ح، ع، ل] كتب [ا] فوقها «فيصير معك» من نسخة أخرى / واحداً: احداً [ا، ط] / درهمًا: ناقصة [ب، ع، ح، ل] – 13 فيبقى: فتكون [ب، ح، ع] / تكن: فتكون [ب، ح، ع] كتب [ا] فوقها «فتكون» من نسخة أخرى – 14 فألق: وألق [ح] / الواحد والعشرين: واحدا وعشرين [ب، ع، ح] / التي مع المال: ناقصة [ب، ع، ح] / فيبقى: يبقى [ح] فبقى [ب، ع] كتب ناسخ [ا] فوقها «يبقى» من نسخة أخرى / فخذ: فتأخذ [ا] وكتب فوقها «فخذ» من نسخة أخرى – 15 الأجذار: الاشياء [ب، ح، ع، ل] / وهي خمسة: ناقصة [ب، ح، ع، ل] / فيبقى: يبقى [ا، ح، ط] / ذلك: هو [ح].

وإن شئت زدت جذر الأربعة على نصف الأجذار، فتكون سبعة وهو أحد القسمين.

وهذه المسألة ‹من› التي تعمل بالزيادة والنقصان.

مسألة ‹٢› - فإن قال: عشرة قسمتها قسمين، فضربت كل / قسم ح - ١٦ - ظ

5 في نفسه، وألقيت الأقل من الأكثر فبقي أربعون.

قياسه: أن تضرب عشرة إلا شيئًا في مثلها، فتكون مائة ومالاً إلا عشرين شيئًا، وتضرب شيئًا في شيء فيكون مالاً، فتنقصه من المائة والمال إلا عشرين شيئًا، فيبقى مائة إلا عشرين شيئًا يعدل أربعين درهمًا. فاجبر المائة بالعشرين الشيء، وزدها على الأربعين، فيكون مائة تعدل

10 عشرين شيئًا وأربعين درهمًا. فألق الأربعين من المائة، فيبقى ستون درهمًا تعدل عشرين شيئًا، فالشيء الواحد يعدل ثلاثة، وهو أحد القسمين.

مسألة ‹٣› - فإن قال:/ عشرة قسمتها قسمين، فضربت كل قسم ب - ٧١ - ظ في نفسه وجمعتهما وزدت عليهما فضل ما بين القسمين، من قبل أن تضربهما، فبلغ ذلك أربعة وخمسين درهمًا.

3-1 وإن ... والنقصان: ناقصة [ب، ح، ع، ل] - 4 مسألة: ناقصة [ا، ط، ب، ع، ل] / فإن: وان [ا، ط] / قسم: واحد [ب، ح، ع] - 5 وألقيت: ثم القيت [ا، ط] كتب ناسخ [ا] فوقها «والقيت» من نسخة أخرى / فبقي: فيبقى [ح] - 6 قياسه: فقياسه [ب، ع] / فتكون: تكون [ب، ح] - 7 فتنقصه: فانقصه [ط] كتب ناسخ [ا] فوقها «فانقصه» من نسخة أخرى / المائة: مايه [ب، ع] - 8 المال: مال [ب، ح، ع] / فيبقى: تبقى [ا، ط] فيبقا [ح] / درهمًا: ناقصة [ب، ع، ل] - 9 الشيء: شيا [ح] ناقصة [ب، ع] - 9-10 مائة ... درهمًا: هناك العبارة التالية بدلاً عنها «معك اربعون درهما (درهما: ناقصة [ح]) وعشرون شيئًا تعدل المايه فقابل بها المايه» [ب، ح، ع، ل] - 10 الأربعين: اربعين [ب، ع] / المائة: مايه [ب، ع] / فيبقى: يبقى [ا، ط، ح] / درهمًا: ناقصة [ب، ح، ع، ل] - 11 الواحد: ناقصة [ب، ح، ع] - 12 مسألة: ناقصة [ا، ط، ب، ع، ل] / فإن: وان [ا، ط، ح] / قسم: كتب ناسخ [ا] فوقها «واحد» من نسخة أخرى - 13 عليهما: ناقصة [ب، ع] / القسمين من قبل: قبل القسمين [ب] / من: ناقصة [ع] - 14 تضربهما: تضربهما في انفسهما على ما اجتمع [ب، ع] تضربه في نفسه [ح] / ذلك: ناقصة [ب، ح، ع] / خمسين: خمس [ح] / درهمًا: درهم [ح] ناقصة [ب، ع، ل].

فإن قياس ذلك: أن تضرب عشرة إلا شيئاً في مثلها، فتكون مائة ومالاً
إلا عشرين شيئًا، وتضرب الشيء - الباقي من العشرة - في مثله، /
فيكون مالاً. ثم تجمع ذلك، فيكون مائة ومالين إلا عشرين شيئاً. وقال: ط - ٤٠
زدت عليهما فضل ما بينهما قبل أن تضربهما. فقلت: فضل ما بينهما
5 عشرة إلا شيئين. فجميع ذلك مائة وعشرة ومالان إلا اثنين وعشرين شيئاً
يعدل أربعة وخمسين درهمًا. فإذا جبرت وقابلت، قلت: مائة وعشرة
دراهم ومالان تعدل أربعة وخمسين درهماً واثنين وعشرين شيئاً. فاردد /
المالين إلى مال واحد، وهو أن تأخذ نصف ما معك، فيكون خمسة / ح - ١٧ - و
وخمسين درهماً ومالاً تعدل سبعة وعشرين درهماً وأحد عشر شيئاً. فألق ا - ١٠ - و
10 سبعة وعشرين من خمسة وخمسين، فيبقى مال وثمانية وعشرون درهماً
تعدل أحد عشر شيئاً. فنصف الأشياء، / فتكون خمسة ونصفًا، فاضربها ع - ١١ - ظ
في مثلها، فتكون ثلاثين وربعاً. فانقص منها الثمانية والعشرين التي مع
المال، فيبقى اثنان وربع. فخذ جذرها، وهو واحد ونصف، فانقصه من نصف
الأجذار، فيبقى أربعة، وهو أحد القسمين.

1 قياس ذلك: قياسه [ا، ط] / عشرة: العشرة [ح] - 2 وتضرب ... العشرة: وبقي من العشرة شيء فاضربه [ب، ح، ع، ل] / الشيء: كتب ناسخ [ا] فوقها «شيئًا في مثله» من نسخة أخرى / الباقي: الثاني [ا] - 3 تجمع ... فيكون: اجمعهما فيكون ذلك [ب، ح، ع، ل] - 3-4 وقال زدت: كتب ناسخ [ا] فوقها «ثم تزيد عليه» من نسخة أخرى - 3-5 وقال ... شيئين: فزد فضل ما بينهما على الجميع وهو عشرة إلى شيئين [ب، ع، ل] وقال فزدت فضل ما بينهما على الجميع [ح] - 5 اثنين: اثنتين [ط] - 6-7 فإذا ... درهمًا: ناقصة [ح] - 6 قابلت: ناقصة [ب، ع، ل] / قلت: قلب [ب] - 7 درهمًا: ناقصة [ب، ع] / واثنين: فاثنين [ح] - 8 المالين: كتب ناسخ [ا] فوقها «مالك» من نسخة أخرى - 8-9 المالين ... ومالاً: ذلك الى مال فتحول مال وخمسة وخمسون [ب، ع، ل] ذلك الى مال فقل مال وخمسة وخمسون درهماً [ح] - 10 من خمسة وخمسين: بسبعة وعشرين [ب، ع، ل] / فيبقى: يبقى [ا، ط] / مال: ناقصة [ا، ط] / وثمانية وعشرون: وثمانية وعشرين [ب] ثمانية وعشرون [ا، ط] / درهمًا: ناقصة [ب، ح، ع، ل] درهمًا ومالا [ط] - 11 فنصف الأشياء: ناقصة [ب] / الأشياء: كتب ناسخ [ا] فوقها «الاجذار» من نسخة أخرى / فتكون: يكن [ح] / نصفًا: نصف [ط] - 12-13 التي ... ونصف: هناك العبارة التالية بدلاً عنها «وخذ جذر الباقي الذي هو اثنان وربع فيكون (فيكون: ناقصة [ح]) واحداً ونصفًا» [ب، ح، ع، ل] - 13 فيبقى: فبقي [ط] / جذرها: كتب ناسخ [ا] فوقها «جذر ذلك» من نسخة أخرى - 14 فيبقى: يبقى [ا، ط] / وهو: فذلك [ب، ع] وذلك [ح].

مسألة ⟨٤⟩ – فإن قال: عشرة قسمتها قسمين، فقسمت هذا على هذا، وهذا على هذا، فبلغ ذلك درهمين وسدساً.

فقياس ذلك: أنك إذا ضربت كل قسم في نفسه، ثم جمعتهما، كان مثل القسمين إذا ضربت أحدهما في الآخر، ثم ضربت الذي اجتمع معك من الضرب في الذي بلغ ⟨من⟩ القسم وهو اثنان وسدس. فاضرب عشرة (5) إلا شيئًا في مثلها فتكون مائة ومالاً إلا عشرين شيئًا،/ واضرب شيئاً في (ب - ٧٢ - و) شيء فيكون مالاً؛ فاجمع ذلك فيصير مائة / ومالين إلا عشرين شيئاً (ط - ٤١) يعدل شيئاً مضروباً في عشرة إلا شيئًا – وذلك عشرة أشياء إلا مالاً – مضروباً فيما خرج من القسمين، وهو اثنان وسدس، فيكون ذلك واحداً وعشرين شيئًا وثلثي شيء إلا مالين / وسدسًا تعدل مائة ومالين إلا (10) (ح - ١٧ - ظ) عشرين شيئًا. فاجبر ذلك وزد مالين وسدساً على مائة ومالين إلا عشرين شيئًا، وزدْ العشرين الشيء الناقصة من المائة والمالين على الواحد والعشرين الشيء وثلثي الشيء، فيكون معك مائة وأربعة أموال وسدس مال تعدل أحداً وأربعين شيئاً وثلثي شيء. فاردد ذلك إلى مال واحد. وقد علمت أن المال الواحد من أربعة أموال وسدس هو خمسها وخمس (15) خمسها، فخذ من جميع ما معك الخمس وخمس الخمس، فيكون معك أربعة وعشرون درهمًا ومال تعدل عشرة أجذار، لأن العشرة من واحد

1 مسألة: ناقصة [ب، ع، ا، ط، ل] / فإن قال: ناقصة [ح] – 1-2 على هذا: على هذا ثم جمعت القسمين [ح] – 2 ذلك: ناقصة [ب، ع، ح] – 4 مثل: مثل احد [ا، ط] / أحدهما: احداهما [ا، ط] / الذي اجتمع: ما اجتمع [ب، ح، ع] – 4-5 معك من الضرب: ناقصة [ب، ح، ع، ل] – 6 فتكون: تكون [ح] يكن [ا، ط] ثم كتب ناسخ [ا] فوقها «فتكون» من نسخة أخرى – 7 فاجمع: واجمع [ح] / فيصير: فيصير معك [ب، ع، ح] / مالين: مالان [ح، ع] مالا [ب] – 9 فيما: في ما [ا، ط] / ذلك: ناقصة [ب، ع] / واحداً: احداً [ا، ط، ح] – 10 شيء: جذر [ب، ح، ع، ل] – 11-12 فاجبر ذلك ... شيئًا: ناقصة [ب، ع] النص موجود في [ل] – 12 الشيء: شيا [ح] / والمالين: ناقصة [ب، ع، ل] – 13 الشيء: ناقصة [ب، ح، ع، ل] / ثلثي: الثلثي [ب، ع] / الشيء: جذر [ب، ع، ل] الجذر [ح] / فيكون: يكون [ح] / معك: ما معك [ب، ع، ح] – 14 أحداً: ناقصة [ب] واحدا [ع] / واحد: ناقصة [ا، ط] / وقد: فقد [ح] – 15 الواحد: ناقصة [ب، ح، ع، ل] / أموال: ناقصة [ب، ح، ع] / هو: ناقصة [ب، ح، ع] – 16 خمسها: الخمس [ب، ح، ع] – 16-17 فيكون ... ومال: فيكون ما معك مالا واربعة وعشرين درهما [ح] فيكون معك مال واربعة وعشرون درهما [ب، ع] – 17 درهماً: ناقصة [ا، ط] / واحد: احد [ا، ط] – 17 (إلى ص. 165، سطر 1) لأن العشرة من واحد ... وخمس خمسها: ناقصة [ل].

وأربعين شيئًا وثلثي شيء خمسها وخمس خمسها. فنَصِّفْ الأجذار، وهو خمسة. واضربها في مثلها فيكون خمسة وعشرين، فانقص منها الأربعة والعشرين، التي مع المال، فيبقى واحد. فخذ جذره، وهو واحد، فانقصه من نصف الأجذار، وهي خمسة، فيبقى أربعة،/ وهو أحد القسمين. ع - ١٢ - و

5 واعلَمْ بأن كل شيئين تقسم هذا على هذا وهذا على هذا، فإنك إذا ضربت الذي يخرج من هذا في الذي يخرج من هذا، كان واحداً / أبداً. ا - ١٠ - ظ

مسألة ‹٥›- فإن قال: عشرة قسمتها قسمين، وضربت أحد القسمين في خمسة وقسمته على الآخر، ثم ألقيت نصف ما اجتمع معك وزدته على المضروب في خمسة / فكان خمسين درهماً. ح - ١٨ - و

10 فإن قياس ذلك: أن تأخذ شيئًا من العشرة فتضربه في خمسة،/ فيكون خمسة أشياء مقسومة على الباقي من العشرة، وهو عشرة إلا شيئًا، مأخوذ نصفها. ومعلوم أنك إذا قسمت الخمسة الأشياء على عشرة إلا شيئًا، وأخذت نصف ما خرج، كان ذلك كقسمك نصف الخمسة الأشياء على العشرة إلا شيئاً./ فإذا أخذت نصف الخمسة الأشياء، صار شيئين ونصفًا، وهو الذي تريد أن تقسمه على عشرة إلا شيئًا، فهذا شيئان ونصف مقسوم على عشرة إلا شيئًا يعدل خمسين إلا خمسة أشياء، لأنه قال: تضمّ إليه أحد القسمين مضروباً في خمسة، فيكون ذلك

ط - ٤٢
ب - ٧٢ - ظ
15

1 شيئًا: ناقصة [ب، ع، ح] / وثلثي: وثلثين [ح] / شيء: ناقصة [ح] جذر [ب، ع] - 1-2 وهو خمسة: ناقصة [ب، ح، ع، ل] - 3 فيبقى: يبقى [ا، ط] / فانقصه: فانقص [ب، ع] - 4 وهي: وهو [ب، ع] / فيبقى: يبقى [ا، ط] / أحد: واحد [ع] - 5 واعلم بأن: ناقصة [ب، ع، ل] وبدلاً عنها نجد الكلمة التالية «ونخرج» / بأن: ان [ح] / فإنك: فإنه [ب، ع] - 6 ضربت: ضرب [ع] / يخرج (الأولى والثانية): خرج [ب، ح، ع] - 7 مسألة: ناقصة [ا، ب، ط، ع، ل] / فإن: وان [ح] / وضربت: ثم ضرب [ع] ثم ضربت [ب] / أحد القسمين: كتب ناسخ [ا] فوقها «احدهما» من نسخة أخرى - 8 معك: ناقصة [ب، ح، ع] - 9 درهمًا: ناقصة [ب، ع] - 10 قياس ذلك: قياسه [ب، ح، ع] / العشرة: عشرة [ب، ح، ع] - 10-11 من العشرة ... أشياء: أثبتها في الهامش [ع] - 11 الباقي: الثاني [ب، ح، ع، ل] / من العشرة: ناقصة [ب، ح، ع، ل] / هو: كتب ناسخ [ا] فوقها «هي» / عشرة: العشرة [ح] - 12-14 ومعلوم ... إلا شيئًا: ناقصة [ب، ح، ع، ل] - 14 الأشياء: ناقصة [ح] / صار: ناقصة [ب، ح، ع] كتب ناسخ [ا] فوقها «كان» من نسخة أخرى - 15 شيئين: ستين [ح] / وهو: فهو [ب، ح، ع] / عشرة: العشرة [ح] / فهذا: هذا [ح] - 15-16 فهذا ... شيئًا: في الهامش مع «صح أصل» [ا] ناقصة [ط].

كله خمسين. وقد علمت أنك متى ضربت ما خرج لك من القسم في المقسوم عليه عاد المال، ومالك شيئان ونصف. فاضرب عشرة إلا شيئًا في خمسين إلا خمسة أشياء، فيكون ذلك خمسمائة درهم وخمسة أموال إلا مائة شيء تعدل شيئين ونصفًا. فاردد ذلك إلى مال واحد، فيكون ذلك
5 مائة درهم ومالاً إلا عشرين شيئًا تعدل نصف شيء. فاجبر المائة وزد العشرين الشيء على نصف الشيء، فيصير معك مائة درهم ومال تعدل عشرين شيئًا ونصف شيء. فنصّف الأشياء، واضربها في مثلها، وانقص منها المائة، وخذ جذر ما بقي، وانقصه من نصف الأجذار، وهو عشرة وربع، فيبقى ثمانية، وهو أحد القسمين.

10 مسألة <٦>- فإن قال: عشرة قسمتها قسمين، فضربت أحد القسمين في نفسه، فكان / مثل الآخر إحدى وثمانين مرة. ح - ١٨ - ظ

فقياس ذلك: أن تقول عشرة إلا شيئًا في مثلها مائة ومال إلا عشرين شيئًا تعدل واحداً وثمانين شيئًا. فاجبر المائة والمال / بالعشرين الشيء ع - ١٢ - ظ وزدها على الواحد والثمانين <الشيء>، فيكون مائة ومالاً تعدل مائة جذر
15 وجذراً. فنصّف الأجذار فتكون خمسين ونصفًا، واضربها في مثلها، فيكون ألفين وخمسمائة / وخمسين وربعًا، فانقص منها المائة، فيبقى ألفان ط - ٤٢ وأربعمائة وخمسون وربع، فخذ جذرها، وهو تسعة وأربعون ونصف، فانقصها من نصف الأجذار، وهو خمسون ونصف،/ فيبقى واحد، وهو ب - ٧٢ - و أحد القسمين.

1 خمسين: خمسون [ح] / ضربت: ما ضربت [ب، ع] – 2 المال: مالك [ب، ح، ع، ل] / ونصف: أثبتها في الهامش مع «صح» [ع] – 3 ذلك: ناقصة [ب، ح، ع] / درهم: ناقصة [ب، ع، ل] – 4 فاردد: فزد [ب، ع] كتب ناسخ [ا] فوقها «فزد» من نسخة أخرى / ذلك: ناقصة [ب، ح، ع] – 5 ومالاً: ومال [ب، ع] / شيئًا: كتب ناسخ [ا] فوقها «جذراً» من نسخة أخرى / تعدل: بعد [ع] / فاجبر: فاجبر ذلك [ا، ط] – 7 عشرين: عشرون [ع] / الأشياء: الاجذار [ب، ح، ع، ل] – 8 منها: منه [ب، ع، ح] / وانقصه: فانقصه [ب، ع، ح] / وهو: وهي [ح] كتب ناسخ [ا] «وهي» ثم كتب فوقها «وهو» من نسخة أخرى – 9 وهو: فذلك [ع] وذلك [ب، ح] / أحد: مكررة [ب] – 10 مسألة: ناقصة [ا، ب، ط، ع، ل] – 11 إحدى: واحدا [ب، ع] احد [ح] – 12 فقياس: قياس [ب، ع] / مائة: بمائة [ط] فوق السطر مع «صح» [ا] – 13 واحداً: احدا [ا، ط] – 13-14 والمال ... وزدها: وزد الاجذار العشرين [ب، ح، ع] Restaura ergo centum, et adde viginti radices octoginta uni [ل]، ونجد نفس النص في [ك] – 14 والثمانين: والثمانين الشيء [ط] / جذر: جذرا [ط] – 15 فتكون: يكن [ح] / واضربها: فاضربها [ب، ح، ع] / فيكون: يكن [ح] – 16 فيبقى: فبقي [ب، ع] – 17 وأربعون: مكررة [ب] – 18 واحد: واحدا [ح].

مسألة ‹٧› – فإن قال: عشرة أقفزة حنطة / أو شعيراً، بعت كل ا-١١-و
واحد منهما بسعر، ثم جمعت ثمنهما، فكان ما اجتمع مثل فضل ما بين
السعرين ومثل ما بين الكَيْلين.

فخذ ما شئت فإنه يجوز. فكأنك أخذت أربعة وستة؛ فقلت: بعت كل
5 واحد من الأربعة بشيء، فضربت أربعة في شيء فصار أربعة أشياء؛ وبعت
الستة كل واحد بمثل نصف الشيء الذي بعت به الأربعة، وإن شئت
بثلثه؛ وإن شئت بربعه، أو ما شئت فإنه يجوز.

فإذا كان بيعك الآخر بنصف شيء، فاضرب نصف شيء في ستة فيكون
ثلاثة أشياء، فاجمعها مع الأربعة الأشياء فتكون سبعة أشياء تعدل
10 ‹فضل› ما بين الكيلين وهو قفيزان،/ وفضل ما بين السعرين، وهو نصف ح-١٩-و
شيء، فيكون سبعة أشياء تعدل اثنين ونصف شيء. فألق نصف شيء من
سبعة أشياء، فتبقى ستة أشياء ونصف ‹شيء› تعدل درهمين؛ فالشيء
الواحد أربعة أجزاء من ثلاثة عشر؛ فتقول: باع الأربعة / كل واحد ط-٤٤
بأربعة أجزاء من ثلاثة عشر من درهم، وباع الستة كل واحد بجزئين من
15 ثلاثة عشر من درهم، فبلغ ذلك ثمانية وعشرين جزءاً من ثلاثة عشر من
درهم، وذلك مثل فضل ما بين الكيلين، وهو قفيزان، فصرفهما ستة
وعشرون جزءاً، وفضل ما بين السعرين وهو جزءان، فذلك ثمانية
وعشرون جزءاً.

1 مسألة: ناقصة [ا، ب، ع، ط، ل] / فإن: وان [ح] / حنطة أو شعيراً: شعيرا أو حنطة [ح] – 1-18 فإن ... جزءاً: المسألة كلها ناقصة في [ب، ع، ل]، ونظن أنها ليست للخوارزمي، وخاصة أنها لا تنتمي إلى فئة المسائل التي يسألها الخوارزمي هنا – 2 منهما: منها [ح] / ثمنهما: ثمنها [ح] / فضل: ناقصة [ح] – 3 مثل ما بين: ناقصة [ح] – 4 فخذ ... يجوز: ناقصة [ح] / أربعة: اربعة حنطة [ح] / ستة: ستة شعيراً [ح] – 4-5 كل واحد من: ناقصة [ح] – 5 الأربعة: اربعة [ح] / فضربت: وضربت [ح] / فصار: فصارت [ح] – 6 كل واحد: ناقصة [ح] – 7 بثلثه: ثلثه [ح] / بربعه: ربعه [ح] / أو ما: وما [ح] / فإنه: فهو [ح] – 8 بيعك: معك [ح] / الآخر: كتب ناسخ [ا] «الاخير» وكتب فوقها «الآخر» من نسخة أخرى – 9 فاجمعها: اجمعها [ح] – 10 وهو (الأولى والثانية): ناقصة [ح] / قفيزان: قفيزين [ح] – 12 فتبقى: يبقى [ح] / ‹شيء›: أضافها [ط] / فالشيء: والشي [ح] – 13 الواحد: ناقصة [ح] / عشر: عشرين من درهم [ح] – 15 عشر: عشر جزا [ح] / وعشرين: وعشرون [ح] – 15-16 من ثلاثة عشر من درهم (الثانية): ناقصة [ح] – 16 مثل: ناقصة [ح] / قفيزان: اثنان [ح] / فصرفهما: يكن [ح] – 17 عشرون: عشرين [ح] / وهو: ناقصة [ح] / جزءان: اثنان [ح].

مسألة ‹٨› – فإن قال: مالان بينهما درهمان، قسمت القليل على الكثير، فأصاب القسم نصف درهم.

فاجعل أحد المالين شيئاً والآخر شيئاً ودرهمين. فلما قسمت شيئاً على شيء ودرهمين، خرج القسم نصف درهم. وقد علمت أنك متى ضربت ما خرج لك من القسم في المقسوم عليه عاد مالك الذي قسمته، وهو شيء. فقل: شيء ودرهمان في النصف الذي هو القسم، فيكون نصف شيء ودرهمًا يعدل شيئاً. فألقيت نصف شيء بنصف شيء، وبقي درهم يعدل نصف شيء، فأضعفه يكون الشيء يعدل درهمين والآخر أربعة.

مسألة ‹٩› – فإن قال: عشرة قسمتها قسمين وضربت أحدهما في عشرة، والقسم الآخر في نفسه فاستويا.

فإن قياسه: أن تضرب شيئاً في عشرة فيكون عشرة أشياء، ثم تضرب عشرة إلا شيئًا في مثلها، فتكون مائة ومالاً إلا عشرين شيئًا تعدل العشرة الأجذار. فقابل بها على ما قد وصفت لك.

1 مسألة: ناقصة [ا، ب، ط، ع، ل] / فإن: وان [ح] / قسمت: فقسمت [ح] – 2 نصف: نصفا [ح] / درهم: ناقصة [ب، ح، ع، ل] – 3-5 فاجعل ... شيء: ناقصة [ب، ح، ع، ل] – 6 النصف: نصف [ح] / فيكون: يكون [ح] وقل [ب، ع، ل] – 7 درهمًا: درهم [ب، ع] / بنصف شيء: ناقصة [ح] أثبتها فوق السطر مع «صح» [ع] / وبقي: وهي [ح] – 8 يكون: فيعود [ب، ع] فقلت [ح] / يعدل: ناقصة [ب، ح، ع، ل] / درهمين: درهمان [ح] / أربعة: اربعة مسئلة وان قال جذر تسعة في جذر اربعة فاضرب تسعة في اربعة فجذرها مبلغ المال وان قال جذر تسعة في اربعة ضربت اربعة في اربعة ثم في تسعة فيكون ماية واربعة واربعين ثم خذ جذرها اثني عشر فهو المال وان قال لك تسعة جذر لربعة فاضرب تسعة في (صفحة ١٩-ظ) تسعة ثم اقسمها على اربعة تكن عشرين درهما وربعا فخذ جذرها اربعة ونصفا فهو ذلك مسألة فان قال جذر تسعة بين جذر اربعة فاقسم تسعة على اربعة فما خرج فخذ جذره فهو المال وهو اثنان وربع [ح] – 9 مسألة: ناقصة [ا، ط، ب، ع، ك] هذه المسألة هي رقم ٢ في ملحق [ل] وسنرمز له بـ [ك] لأنه ترجمة لاتينية لمخطوطة أخرى حسب قول جيرار دي كرمون نفسه / فإن: وان [ح] / وضربت: فضربت [ب، ح، ع] / أحدهما: احد القسمين [ب، ح، ع، ك] كتب ناسخ [ا] «احد القسمين» فوقها من نسخة أخرى – 10 القسم: ناقصة [ب، ع] – 11 فإن قياسه: فقياسه [ط] قياسه [ب، ع، ح] كتب ناسخ [ا] فوقها «فقياسه» من نسخة أخرى / أشياء: اجذار [ب، ح، ع، ك] – 12 عشرة: العشرة [ب، ع] – 13 العشرة: عشرة [ب، ع، ح] / الأجذار: اجذار [ب، ع] / على ... لك: ناقصة [ب، ع، ح، ك] / وصفت: كتب فوقها «بينت» من نسخة أخرى [ا].

‹مسألة ١٠› – وكذلك لو قال: عشرة قسمتها قسمين، ثم ضربت
أحدهما في الأخر، ثم قسمت ما اجتمع من الضرب / على فضل ما بين ا - ١١ - ظ
القسمين قبل أن تضرب أحدهما في الآخر، فخرج خمسة وربعاً. /
فقياسه: أن تأخذ شيئًا من العشرة فيبقى عشرة إلا شيئًا، فاضرب ط - ٤٥
5 أحدهما في الأخر، فيكون عشرة أجذار إلا مالاً، فهو ما خرج من ضرب
أحد القسمين في الآخر. ثم قسمت ذلك على فضل ما بين القسمين، وهو
عشرة إلا شيئين، فخرج من القسم خمسةً وربع. ومتى ضربت خمسة
وربعاً في عشرة إلا شيئين خرج لك المال المضروب، وهو عشرة أشياء إلا
مالاً. / فاضرب خمسة وربعاً في عشرة / إلا شيئين، يكون ذلك اثنين ع - ١٢ - و
10 وخمسين درهماً ونصفًا إلا عشرة أجذار ونصفًا تعدل عشرة أجذار إلا ح - ٢٠ - و
مالاً. فاجبر الاثنين والخمسين والنصف بالعشرة الأجذار والنصف، وزدها
على العشرة الأجذار إلا مالاً؛ ثم اجبرها بالمال وزد المال على اثنين
وخمسين درهماً ونصف، فيكون معك عشرون جذراً ونصف جذر تعدل
اثنين وخمسين درهماً / ونصفًا ومالاً، فقابل بها على ما فسرنا في أول ب - ٧٢ - ظ
15 الكتاب.

1 لو قال: كتب ناسخ [أ] فوقها «قولك» من نسخة أخرى – 3 الآخر: صاحبه [ح، ع] / ربعاً: ربع [ب، ح، ع] – 4 شيئًا من العشرة: من العشرة شيا [ب، ح، ع] / فيبقى: فبقي [ب، ع] – 5 فيكون: كتب ناسخ [أ] فوقها «يكن» من نسخة أخرى / أجذار: كتب ناسخ [أ] فوقها «اشياء» من نسخة أخرى – 6 أحد القسمين: احدهما [ب، ع، ح، ل] كتب ناسخ [أ] فوقها «احدهما» من نسخة أخرى / ثم قسمت: فقسمت [ح] / بين القسمين: بينهما [ب، ح، ع، ل] – 7 فخرج: يخرج [ع] / من القسم: ناقصة [ع، ل] من القسمة [ح] / ومتى: وبما [ح] / ضربت: ما ضربت [ع] – 7-8 فخرج ... شيئين: ناقصة [ب] – 8 في عشرة: في خمسة [ح] / خرج: يخرج [ب، ع] / لك: ذلك [ح] – 9 فاضرب: فان ضربت [ب، ع] / يكون ذلك: يكون [ح، ع، ب] كتب ناسخ [أ] «يكن» وكتب فوقها «يكون ذلك» – 11 الخمسين: الخمسون [ع] / بالعشرة: بعشرة [ب، ح، ع] / الأجذار: اجذار [ب، ع] ناقصة [ح] / النصف (الثانية): نصف [ب، ح، ع] / زدها: زدها [ب] – 13 درهماً: ناقصة [ب ع، ح] / فيكون: يكون [ح] / ونصف جذر: ونصفا [ب، ع] ونصف [ح] – 14 درهماً: ناقصة [ب، ع] / بها: بهما [ح] / أول: ادل [ع] – 15 الكتاب: الكتاب ان شا الله تعالى [ب، ح، ع، ل].

مسألة <١١>- فإن قال: مال ثُلثا خُمسه مثل سُبع جذره، فإن المال كله يعدل جذراً ونصف سبع جذر، فالجذر أربعة عشر جزءاً من خمسة عشر من المال.

وقياسه: أن تضرب ثلثي خمس مال في سبعة ونصف ليتم المال، واضرب ما معك، وهو سبع جذر، في مثل ذلك، فيصير المال يعدل جذراً ونصف سبع جذر، ويصير جذره واحداً ونصف سبع، فالمال واحدٌ وتسعة وعشرون جزءاً من مائة وستة وتسعين من درهم، وثلثا خمسه يكون ثلاثين جزءاً من مائة وستة وتسعين، وسبع جذره أيضًا ثلاثون جزءاً من مائة وستة وتسعين.

مسألة <١٢>- فإن قال: مال ثلاثة أرباع خمسه مثل أربعة أخماس جذره.

قياسه: أن تزيد على ثلاثة أرباع خمسه مثل ربعها ليكون الجذر / تاماً، وذلك ثلاثة وثلاثة أرباع من عشرين. فاجعلها أرباعًا كلها، فتكون ح - ٢٠ - ظ

1 مسألة: ناقصة [ا، ط، ب، ع، ك] وهي رقم ٣ من ملحق [ل] - 2 جذراً ... فالجذر: ناقصة [ب، ع] ونجد بدلاً عنها العبارة التالية «واربعة اخماس شي وثلثي خمس شي وذلك»؛ ونجد في [ك]: Tunc tota radix equatur quattuor quintis census et duabus tertiis quinte ipsus, que est quattuordecim partes de quindecim، وهو يختلف قليلاً عن [ب، ع] وعن [ح] - 2-3 فالجذر ... المال: ناقصة [ح] وهي أيضًا ناقصة فيما نقله الخزاعي من نص الخوارزمي [انظر ٢٦-و، السطر الأول] - 3 من المال: جـزا [ب، ع] - 4 وقياسه: فقياسه [ا] وكتب الناسخ فوق الفاء «و» من نسخة أخرى / مال: ناقصة [ب، ح، ع، ك] / ونصف: ناقصة [ب، ح، ع، ك] /المال: الجذر [ب، ع، ح، ك] - 5-9 واضرب ... وتسعين: نجد بدلاً عنها الفقرة التالية في [ب، ع] «وثلثا الخمس اثنان من خمسة عشر جزءا من درهم فيصير جذره أربعة عشر من خمسة عشر فاضرب خمسة عشر في مثلها فيكون مائتين وخمسة وعشرين وأربعة عشر ومثلها (في مثلها: [ب]) مائة وستة وتسعون فثلثا خمس مائتين وخمسة وعشرين ثلاثون وهو جزءان من خمسة عشر وجذر مائة وستة وتسعين أربعة عشر من خمسة عشر فسبعها اثنان»؛ أما في [ح] فهو «وثلثا الخمس اثنان من خمسة عشر من جزء من درهم فيصير الجذر أربعة عشر من خمسة عشر من درهم فاضرب خمسة عشر في مثلها تكون مائتين وخمسة وعشرين وأربعة عشر في مثلها مائة وستة وتسعون هذا هو جزء الدرهم فكان الجميع درهما وتسعة وعشرين جزءا والجذر درهم ونصف سبع وهو مائتان وعشرة أجزاء فثلثا خمس مائتين وخمسة وعشرين ثلاثون وسبع الجذر ثلاثون»، انظر الترجمة اللاتينية ص. ٢٥٨-٢٥٨، وهي تختلف قليلاً عن [ب، ع] وعن [ح] - 10 مسألة: ناقصة [ا، ب، ع، ط] / أرباع: ارباعه [ب] اربعه [ع] - 11 قياسه: فقياسه [ب، ح، ع] / ربعها: ربعه [ح] / ليكون: فيكون [ب، ح، ع] - 12 وذلك: فذلك [ح] / فتكون: كتب ناسخ [ا] فوقها «تكن» من نسخة أخرى

خمسة عشر من ثمانين، فاقسم الثمانين / على الخمسة عشر، فيكون ط - ٤٦
خمسة وثلثاً، فذلك جذر المال، والمال ثمانية وعشرون وأربعة أتساع.

مسألة ⟨١٣⟩ - فإن قال: مال تضربه في أربعة أمثاله فيكون عشرين.
فقياسه: أنك إذا ضربته في مثله كان خمسة، وهو جذر خمسة.

5 مسألة ⟨١٤⟩ -/ فإن قال: مال تضربه في ثلثه فيكون عشرة. ع - ١٢ - ظ
فقياسه: أنك إذا ضربته في مثله كان ثلاثين، فتقول المال جذر ثلاثين.

مسألة ⟨١٥⟩ - فإن قال: مال تضربه في أربعة أمثاله فيعود ثلث المال الأول.
فقياسه: أنك إذا / ضربته في اثني عشر مثله عاد المال،/ وهو نصف ا - ١٢ - و
10 سدس ⟨وثلث المال الأول هو نصف سدس⟩ في ثلث. ب - ٧٤ - و

مسألة ⟨١٦⟩ - فإن قال: مال تضربه في جذره فيعود ثلاثة أمثال المال الأول.
فقياسه: أنك إذا ضربت الجذر في ثلث المال عاد المال، فتقول هذا مال ثلثه جذره، وهو تسعة.

15 مسألة ⟨١٧⟩ - فإن قال: مال تضرب أربعة أجذاره في ثلاثة أجذاره فيعود المال، وزيادة أربعة وأربعين درهماً.

1 الخمسة: خمسة [ب، ح، ع] / فيكون: تكون [ح] - 2 فذلك: وذلك [ح] / المال: المابه [ب] / والمال: وهو [ب، ع] - 3 مسألة: ناقصة [ا، ط، ب، ع، ك] / فإن: وان [ح] - 4 فقياسه: قياسه [ح] / وهو جذر خمسة: ناقصة [ب] - 5 مسألة: ناقصة [ا، ب، ط، ع، ك] - 6 فقياسه: فالقياس [ب، ح، ع] / فتقول: ناقصة [ح] / المال: فالمال [ح] - 6-7 في مثله ... مال: أثبتها في الهامش مع «صح» [ع] - 7 مسألة: ناقصة [ا، ب، ط، ع، ك] / فيعود: أثبتها في الهامش مع «صح» [ع] / ثلث: ثلثا [ح] - 9 فقياسه: والقياس [ح] فالقياس [ب، ع] / اثني: اثنا [ح] / مثله: ناقصة [ح] - 11 مسألة: ناقصة [ا، ب، ع، ط، ك] - 13 فقياسه: وقياسه [ب، ع] / أنك: ناقصة [ب، ع] / عاد: عادا [ع] - 14 وهو: أثبتها فوق السطر مع «صح» [ع] - 15 مسألة: ناقصة [ا، ب، ط، ع، ك] / أربعة ... ثلاثة: ثلاثة اجذاره في اربعه [ب، ع، ح، ك] - 16 درهماً: ناقصة [ب، ع، ك].

فقياسه: أن تضرب أربعة أجذار في ثلاثة أجذار، فيكون اثني عشر مالاً يعدل مالاً وأربعة وأربعين درهماً. فألق من الاثني عشر المال مالاً بمال، فيبقى أحد عشر مالاً تعدل أربعة وأربعين درهماً. فاقسمها عليها، فيكون أربعة وهو المال.

5 مسألة <١٨> -/ فإن قال: مال تضرب أربعة أجذاره في خمسة أجذاره فيعود مثلي المال وزيادة ستة وثلاثين درهماً. ح - ٢١ - و

فقياسه: أنك تضرب أربعة أجذار في خمسة أجذار فيكون عشرين مالاً تعدل مالين وستة وثلاثين درهماً، فتلقي من العشرين مالاً مالين بمالين فتبقى ثمانية عشر مالاً تعدل ستة وثلاثين درهماً، فتقسم ستة وثلاثين

10 درهماً على ثمانية عشر، فيكون القسم اثنين، وهو المال.

مسألة <١٩> - وكذلك لو قال: مالٌ تضرب جذره في أربعة أجذاره، فيعود ثلاثة أمثال المال وزيادة خمسين / درهماً. ط - ٤٧

قياسه: أن تضرب جذراً في أربعة أجذار فيكون أربعة أموال تعدل ثلاثة أموال وخمسين درهماً. فألق ثلاثة أموال من الأربعة الأموال، فيبقى

15 مالٌ واحدٌ يعدل خمسين درهماً، وهو <المال. و>جذر خمسين مضروب في أربعة أجذار خمسين مائتان تكون ثلاثة أمثال المال وزيادة خمسين درهماً.

1 فقياسه: فالقياس [ب، ع] والقياس [ح] / أن تضرب: في ذلك أن يضرب [ب، ع] في ذلك أنك تضرب [ح] / اثني: اثنا [ح] - 2 المال: ناقصة [ب، ع] - 2-3 فألق ... درهماً: ناقصة [ح] - 3 درهماً: ناقصة [ب، ع، ل] / فاقسمها: تقسمها [ح] / عليها: عليه [ب، ع] / فيكون: تكن [ا، ط] كتب ناسخ [ا] فوقها «فيكون» من نسخة أخرى - 4 أربعة وهو المال: المال اربعة [ب، ع] - 5 مسألة: ناقصة [ا، ب، ع، ط، ل] / مال تضرب: ناقصة [ب، ع] / أجذاره: اجذار [ب، ع] - 6 مثلي المال: مثل المال مرتين [ب، ع] - 7 فقياسه: فالقياس [ب، ع] قياسه [ح] / أنك: ان [ب، ح، ع] - 8 العشرين: عشرين [ح] / مالاً: المال [ا، ط] ناقصة [ب] / بمالين: لمالين [ح] - 9 فتبقى: فبقى [ع] - 10 درهماً: ناقصة [ب، ع، ح، ل] / فيكون القسم اثنين: ناقصة [ب، ع، ل] يكون اثنين [ح] - 11 مسألة: ناقصة [ا، ب، ط، ع، ك] / أجذاره: اجذار [ب، ع] - 12 أمثال: ناقصة [ب] - 13 أن: انك [ح] - 13-14 قياسه ... درهماً: ناقصة [ب، ع] موجودة في [ك] - 14 أموال (الثانية): امثال [ب] / الأربعة الأموال: اربعة اموال [ب، ح، ع] / فيبقى: يبقى [ا، ط] - 15 واحد: ناقصة [ب، ح، ع، ك] / يعدل: يعد [ع] / <المال>: نجد في [ك]: Ipse enimest census / مضروب: ناقصة [ب، ح، ع] - 16 خمسين: خمسين أيضاً [ا، ط] / مائتان: فذلك مائتان [ا، ط] مائتين [ب، ع] ناقصة [ح].

مسألة ‹٢٠›- فإن قال: مال تزيد عليه عشرين درهماً، فيكون مثل اثني عشر جذر المال.

قياسه أن تقول: مال وعشرون درهمًا تعدل اثني عشر جذراً؛ فنَصِّفْ الأجذار واضربها في مثلها تكون ستة وثلاثين، وانقص منها

5 العشرين درهماً، وخذ جذر ما بقي، فانقصه / من نصف الأجذار،/ وهو ستة. فما بقي فهو جذر المال، وهو درهمان، والمال أربعة. ع - ١٤ - ر ح - ٢١ - ظ

مسألة ‹٢١› - فإن قال: مال تعزل ثُلثه وثلاثة دراهم، ثم تضرب ما بقي / في مثله فيعود المال. ب - ٧٤ - ظ

قياسه: أنك إذا ألقيت ثُلثه وثلاثة دراهم بقي ثلثاه إلا ثلاثة دراهم

10 وهو جذر. فاضرب ثلثي شيء إلا ثلاثة دراهم في مثله، فتقول: ثلثان في ثلثين أربعة أتساع مال، وإلا ثلاثة دراهم في ثلثي شيء جذران، وإلا ثلاثة دراهم في ثلثي شيء جذران، وإلا ثلاثة دراهم في إلا ثلاثة دراهم تسعة دراهم، فيصير / معك أربعة أتساع مال وتسعة دراهم إلا أربعة أجذار تعدل جذراً. فزد الأربعة الأجذار على الجذر، فيكون خمسة أجذار ا - ١٢ - ظ

15 تعدل أربعة أتساع مال وتسعة دراهم. فأكمل مالك، وهو أن تضرب الأربعة الأتساع في اثنين وربع، فيكون مالاً. واضرب تسعة دراهم في اثنين وربع يكون عشرين وربعاً؛ ثم اضرب الخمسة الأجذار / في اثنين ط - ٤٨

1 مسألة: ناقصة [ا، ط، ب، ع، ك] - 2 جذر المال: جذره [ا، ط] - 3 قياسه: فقياسه [ا، ط، ح] / عشرون: عشرين [ع] / درهماً: ناقصة [ب، ع، ك] / اثني: اثنا [ح] - 4 تكون: تكن [ا، ط] ثم كتب ناسخ [ا] فوقها «تكون» من نسخة أخرى / تكون ستة وثلاثين: ناقصة [ب، ح، ع، ك] / وانقص: فانقص [ا، ط] - 5 درهمًا: الدرهم [ا، ط، ب، ع] / ما بقي: ما يبقى [ب، ع] - 7 مسألة: ناقصة [ا، ب، ط، ع، ل] / تعزل: يعدل [ب] / ثم تضرب: وتضرب [ا، ط] - 9 قياسه: فالقياس في ذلك [ب، ع] فقياسه [ح] - 10 جذر: جذر المال [ح] / فتقول: ناقصة [ب، ع، ح، ل] / ثلثان: فثلثان [ب، ع] - 11-12 وإلا ثلاثة ... جذران: ناقصة [ل] - 12 دراهم (الأولى): ناقصة [ح] / إلا (الأولى والثانية): ناقصة [ب، ح، ع، ل] / دراهم (الثانية والثالثة): ناقصة [ب، ح، ع، ل] - 13 دراهم: نجد كلمة «زايده» بدلاً عنها [ح] / فيصير: فيكون [ب، ع، ل] / معك: ناقصة [ب، ع، ل] - 13-14 أربعة أتساع ... فيكون: ناقصة [ح] - 14 فيكون: فيصير [ب، ع] - 15 مال: ناقصة [ا] - 15-16 فأكمل ... مالاً: فتريد ان تضرب الاربعة الاتساع حتى تكمل (حتى تكمل: تكميل [ب] في تكميل [ع]) تسعة فاضرب اربعة في اثنين وربع [ب، ع، ح]، انظر التعليق رقم [٢] - 16 دراهم: ناقصة [ب، ع] - 17 يكون: فيكون [ب، ع] يكن [ا، ط] ثم كتب ناسخ [ا] فوقها «يكون» من نسخة أخرى / عشرين: عشرين درهما [ب، ح، ع] / ثم اضرب: فاضرب [ب، ع، ل] واضرب [ح].

وربع، فيكون أحد عشر شيئًا وربعًا . فيصير معك مالٌ وعشرون درهمًا وربع يعدل أحد عشر جذراً وربعًا ، فقابل بذلك كنحو ما وصفت لك في تنصيف الأجذار ، إن شاء الله.

مسألة ‹٢٢› - فإن قال : مالٌ تضرب ثُلثه في ربعه فيعود المال.

5 قياسه : أن تضرب ثلث شيء في ربع شيء ، فيكون نصف سدس مال تعدل شيئًا ، فالمال يعدل اثني عشر شيئًا ، وهو جذر مائة وأربعة وأربعين.

مسألة ‹٢٣› - فإن قال : مالٌ تضرب / ثلثه ودرهمًا في ربعه ودرهمين، فيعود المال وزيادة ثلاثة عشر درهمًا . ح - ٢٢ - و

فقياسه : أن تضرب ثلث شيء في ربع شيء ، فيكون نصف سدس مال ،

10 وتضرب درهمين في ثلث شيء فيكون ثلثي جذر ، ودرهمًا في ربع شيء فيكون ربع شيء ، ودرهمان في درهم درهمان ؛ فذلك نصف سدس مال ودرهمان وأحد عشر جزءاً من اثني عشر جزءاً من جذر تعدل جذراً وثلاثة عشر درهمًا . فألق درهمين من ثلاثة عشر بدرهمين، فيبقى أحد عشر درهمًا ؛ وألق أحد / عشر جزءاً من جذر ، فيبقى نصف سدس جذر ع - ١٤ - ظ

1 فيكون : يكون [ح] - 1-2 فيصير ... وربعًا : ناقصة [ك] - 2 جذراً : شيئًا [ب ، ع ، ح ، ك] / بذلك : بها [ب ، ع] به [ح] / لك : ناقصة [ح] / في : من [ب ، ح ، ع] - 3 تنصيف : تنصف [ب] / إن شاء الله : ناقصة [ح] - 4 مسألة : ناقصة [ا ، ط ، ب ، ع ، ك] - 5 قياسه : فقياسه [ح] - 6 يعدل : ناقصة [ب ، ع] / اثني : اثنا [ب ، ع] / فالمال ... وأربعين : والمال اربعة واربعون ومائة وجذره اثنا عشر درهما [ح] Ergo census est duodecim res [ك] / جذر : ناقصة [ب ، ع] / أربعين : اربعون [ب ، ع] - 7 مسألة : ناقصة [ا ، ب ، ط ، ع] / درهمًا : درهم [ب] درهمان [ا] - 9 فقياسه : قياسه [ب ، ع] - 10-11 وتضرب ... ودرهمان : هناك العبارة التالية بدلاً عنها « ودرهم (ودرهما [ح]) في ربع شي ربع شي ودرهمان (ودرهمين [ح]) في ثلث شي ثلثا شي ودرهمان (ودرهمين [ح]) في درهم » [ب ، ع ، ح ، ك] - 11 شيء : جذر [ا ، ط] وكتب ناسخ [ا] فوقها « شي » من نسخة أخرى / ودرهمان : ودرهمين [ا ، ط] / درهمان : بدرهمين [ط] درهما [ا] ناقصة [ب ، ع] / فذلك : فذلك يكون [ح] - 12 اثني : اثنا [ح] / من جذر : ناقصة [ب ، ع] / جذر : كتب ناسخ [ا] فوقها « شي » من نسخة أخرى/ جذراً : جذر [ح] كتب ناسخ [ا] فوقها « شيا » من نسخة أخرى - 13 بدرهمين : ناقصة [ب ، ع] درهما [ح] - 14 درهمًا : ناقصة [ب ، ع] / وألق : فالق [ح] / أحد : الاحد [ب ، ع] / سدس جذر : جذر واحد [ب] /سدس جذرا [ح].

وأحد عشر درهمًا تعدل نصف سدس مال، فأكمله وذلك أن تضربه في
اثني عشر، وتضرب كل ما معك في اثني عشر، فيكون / مالاً يعدل مائة ب-٧٥-و
واثنين وثلاثين درهمًا وجذراً. فقابل به تصب، إن شاء الله تعالى، كما
وصفت لك.

5 مسألة ‹٢٤› - فإن قال: درهمٌ ونصفٌ مقسوم على رجل وبعض
رجال، فأصاب الرجل مثلي البعض.

فقياسه: أن/ تقول: الرجل والبعض هو واحدٌ وشيءٌ، فكأنه قال: درهم ط-١٩
ونصفٌ بين واحدٍ وشيءٍ، فأصاب الواحد شيئين. فاضرب الشيئين في
الواحد والشيء، فيكونُ مالين وشيئين تعدل درهمًا ونصفًا، فردهما إلى
10 مال واحد، وهو أن تأخذ من كل ما معك نصفه. فتقول: مالٌ وشيءٌ تعدل
ثلاثة أرباعِ درهم، / فقابل به على نحو ما وصفت لك في صدر الكتاب. ح-٢٢-ظ

مسألة ‹٢٥› - فإن قال: مال عزلت ثلثه وربعه وأربعة دراهم،
وضربت ما بقي في مثله، فعاد المال وزيادة اثني عشر درهمًا.

فقياسه: أنك تأخذ شيئًا فتعزل ثلثه وربعه، فيبقى خمسة أجزاء من
15 اثني عشر جزءاً من شيءٍ، فتعزل منها أربعة دراهم أيضًا، فيبقى خمسة
أجزاء من / اثني عشر من شيءٍ إلا أربعة دراهم، فتضربها في مثلها، ا-١٢-و

1 وذلك أن: بان [ح] - 2 اثني: اثنا [ح] / وتضرب ... عشر: ناقصة [ح] / مالاً: كتب ناسخ [ا] فوقها «مال» من نسخة أخرى - 3 تصب: ناقصة [ب، ع] / تعالى: تعال [ا] ناقصة [ع] - 3-4 كما وصفت لك: ناقصة [ب، ع، ج] - 5 مسألة: ناقصة [ا، ط، ب، ع، ل] - 6 رجال: رجل [ا، ب، ع، ح، ط] / مثلي: مثل [ح] - 7 فقياسه: فان قياسه [ب، ع، ح] / الرجل: الدرهم [ب، ع] - 8 بين واحد وشيء: مقسوم على سدس درهم وشي [ب] درهم وشي [ع] بين درهم وشي [ح، ل] / الواحد: الدرهم [ب، ع، ح، ل] - 9 الواحد: درهم [ب، ح، ع، ل] / والشيء: ناقصة [ح] وشي [ب، ع] / ونصفًا: ونصف [ب، ع] - 10 ما معك: شي [ب، ح، ع، ل] - 11 فقابل: تقابل [ا] / في صدر الكتاب: ناقصة [ب، ح، ع، ل] - 12 مسألة: ناقصة [ا، ط، ب، ع، ك] - 13 وضربت: فضربت [ح] / فعاد: يعاد [ب] / اثني: اثنا [ح] - 14 فقياسه: قياسه [ب، ع] / أنك: ان [ب، ع] / فتعزل: فتقول [ب] - 15 اثني: اثنا [ح] / جزءاً: ناقصة [ب، ع، ح] / أيضًا: ناقصة [ح] كتبها فوق السطر من نسخة أخرى [ا] - 15-16 فتعزل ... شيء: ناقصة [ب، ع] موجود في [ك] - 16 اثني: اثنا [ح].

فتكون الأجزاء الخمسة خمسة وعشرين جزءاً، وتضرب الاثني عشر في
مثلها فتكون مائة وأربعة وأربعين، فذلك خمسة وعشرون من مائة وأربعة
وأربعين من مال. ثم تضرب الأربعة الدراهم في الخمسة الأجزاء من اثني
عشر من شيء مرتين، فيكون أربعين جزءاً كل اثني عشر منها شيء،
5 والأربعة الدراهم في الأربعة الدراهم ستة عشر درهماً زائدة، فتصير
الأربعون الجزء ثلاثة أجذار وثلث جذر ناقصة. فتحصل معك خمسة
وعشرون جزءاً من مائة وأربعة وأربعين جزءاً من مال وستة عشر درهماً
إلا ثلاثة أجذار وثلث جذر / تعدل المال الأول، وهو شيء، واثني عشر ع-١٥-و
درهماً. فاجبره وزد الثلاثة الأجذار والثلث على الشيء والاثني عشر
10 درهماً، فتصير أربعة أجذار وثلث جذر واثني عشر درهماً. فقابل به وألق
الاثني عشر من ستة عشر، يبقى أربعة دراهم وخمسة وعشرون جزءاً من
مائة وأربعة وأربعين من مال تعدل أربعة أجذار/ وثلثاً. فتحتاج أن تكمل ط-٥٠
مالك، وإكمالك إياه أن تضرب جميع ما معك في خمسة وتسعة عشر
جزءاً من أجزاء خمسة وعشرين. فتضرب خمسة وعشرين ‹جزءاً من
15 مائة وأربعة وأربعين جزءاً من مال› في خمسة وتسعة عشر جزءاً من
خمسة وعشرين، فيكون مالاً، وتضرب/الأربعة الدراهم في خمسة وتسعة ب-٧٥-ظ
عشر جزءاً من خمسة وعشرين، فيكون ثلاثة وعشرين درهماً وجزءاً

1 الأجزاء الخمسة: الخمسة الاجزاء [ب، ع] الخمسة الاجزاء من [ح] / جزءاً: ناقصة [ب، ع، ح] / الاثني: الاثنا [ح]. انظر التعليق رقم [٤] – 2 فذلك: وذلك [ع] – 3 الأربعة الدراهم: الأربعة دراهم [ب، ع، ح] quattuor dragmas exceptas [كـ]، أي إلا الأربعة الدراهم/ الخمسة الأجزاء: خمسة اجزا [ب، ح، ع]، كتب ناسخ [ا] فوقها «خمسة اجزا» من نسخة أخرى / اثني: اثنا [ح] – 4 فيكون: فيكون معك [ب، ح، ع] / أربعين: اربعون [ب، ح، ع] / اثني: اثنا [ح] – 5 والأربعة الدراهم: والاربعة دراهم [ب، ح، ع] Et quattuor dragme diminute [كـ] / الأربعة: اربعة [ب، ع، ح] وأثبت «الا» في الهامش [ع] / الدراهم: ناقصة [ب، ح، ع] – 6 أجذار: اجزا [ب، ع] / ناقصة: ناقص [ا] / فتحصل: فحصل [ح] / معك: ناقصة [ح] – 7 جزءاً: ناقصة [ح] – 8 شيء: جذر [ب، ح، ع] radici [كـ] / اثني: اثنا [ب، ح، ع] – 9-16 فاجبره ... مالاً: نجد بدلاً عنها «وقابل به فتلقى اثنى (اثنا [ح]) عشر من ستة عشر فيبقى اربعة دراهم وتزيد الثلاثة (الثلثه [ب]) الاجذار والثلث على الجذر فيكون معك اربعة اجذار وثلث جذر (ح-٢٢- و) يعدل خمسة وعشرين من اربعة واربعين ومابة من مال واربعة دراهم فتحتاج الى (الى: ناقصة [ح]) ان تكمل مالك فتضربه في خمسة وتسعة عشر جزا من خمسة وعشرين حتى تكمل» [ب، ع، ح، كـ] – 10 وثلث: كتب ناسخ [ا] فوقها «وثلثا» من نسخة أخرى – 11 الاثني: الثنى [ا، ط] – 12 وأربعة: ناقصة [ا] – 16 تسعة: سبعة [ح] – 17 من خمسة وعشرين: ناقصة [ب، ح، ع].

من خمسة وعشرين، وتضرب أربعة أجذار وثلثاً في خمسة وتسعة عشر جزءاً من خمسة وعشرين، فيكون أربعة وعشرين جذراً وأربعة وعشرين جزءاً من خمسة وعشرين من جذر.

فنصّفْ الأجذار، فيكون اثني عشر جذراً واثني عشر جزءاً من خمسة وعشرين من جذر، فاضربها في مثلها، فيكون مائة وخمسة وخمسين وأربعمائة وتسعة وستين جزءاً من ستمائة وخمسة وعشرين، فألق منها الثلاثة والعشرين والجزء من الخمسة والعشرين الذي كان مع المال، فيبقى مائة واثنان وثلاثون وأربعمائة وأربعة وأربعون جزءاً من ستمائة وخمسة وعشرين؛ فتأخذ جذر ذلك - وهو أحد عشر درهماً وثلاثة عشر جزءاً من خمسة وعشرين - فتزيده على نصف الأجذار، التي هي اثنا عشر درهماً واثنا عشر جزءاً من خمسة وعشرين، فيكون ذلك / أربعة وعشرين وهو المال الذي طلبته، الذي تعزل ثلثه وربعه وأربعة / دراهم، ثم تضرب ما بقي في مثله؛ فيعود المال وزيادة اثني عشر درهماً.

ع-١٥-ظ
ا-١٢-ظ

مسألة <٢٦> - فإن قال: / مال ضربته في ثلثيه فبلغ خمسة. ط-٥١

فقياسه: أن تضرب شيئاً في ثلثي / شيء، فيكون ثلثي مال تعدل خمسة، فأكمله بمثل نصفه وزد على الخمسة مثل نصفها، فيصير معك مال يعدل سبعةً ونصفاً، فجذرها هو الشيء الذي تضربه في ثلثيه فيكون خمسة. ح-٢٢-ظ

2 وعشرين (الأولى): وعشرين جزا [ب] - 3 من خمسة وعشرين: ناقصة [ب] من خمسة وعشرين جزا [ع] / جذر: كتب ناسخ [ا] فوقها «شي» من نسخة أخرى - 4 اثني (الأولى والثانية): اثنا [ح] - 5 من جذر: ناقصة [ب، ح، ع، ك] / فاضربها: واضربها [ا، ط] / وخمسين: وخمسين درهماً [ا] وكتب «خ» فوق «درهماً» - 6 درهماً: ناقصة [ب، ح، ع، ك] / ستين: تسعين [ح] / ستمائة: اجزا ستماية [ح] / فألق: فتلقى [ب، ح، ع] / منها: منها الدراهم [ا] وكتب «خ» فوق «الدراهم» - 7 والعشرين: والعشرين درهما [ح] / الخمسة والعشرين: خمسة وعشرين [ب، ح، ع] - 8 وأربعة: ناقصة [ا، ط] - 9 ذلك: ما لك [ب، ع] / درهماً: ناقصة [ب، ح، ع، ك] - 10 فتزيده: فتزيد [ح] / اثنا: اثني [ا، ط، ع، ح] - 11 درهماً: ناقصة [ب، ح، ع] / اثنا: اثني [ا، ط، ح] - 12 عشرين: عشرون [ح] / الذي طلبته: المطلوب [ا، ط] ثم كتب ناسخ [ا] فوقها «الذي طلبته» من نسخة أخرى - 12-13 الذي (الثانية) ... درهماً: ناقصة [ب، ح، ع] - 14 مسألة: ناقصة [ا، ط، ب، ع] / ضربته: تضربه [ب، ع] / ثلثيه: ثلثه [ح] - 15 فقياسه: قياسه [ب، ع] - 16 فأكمله: فكمله [ح] / مثل: ناقصة [ب، ع] - 17 فجذرها: فخذ جذرها و [ا، ط] / الذي: الذي تريد ان [ا، ط].

مسألة ‹٢٧› – فإن قال: مالان بينهما درهمان، قسمت القليل على الكثير فأصاب القسم نصف درهم.

قياسه: أن تضرب شيئاً ودرهمين في القسم، وهو نصف، فيكون نصف شيء ودرهماً تعدل شيئاً، فألق نصف شيء بنصف شيء، يبقى درهم يعدل نصف شيء، فأضعفه فيكون معك شيء يعدل درهمين، وهو أحد المالين، (5) والمال الآخر أربعة.

مسألة ‹٢٨› – فإن قال: قسمت درهمًا على رجال فأصابهم شيء، ثم زدت فيهم رجلاً، ثم قسمت عليهم درهمًا، فأصابهم أقلّ من القسم الأول بسدس درهم.

(10) قياسه: أن تضرب عدد الرجال الأولين وهم شيءٌ في / النقصان الذي (ب - ٧٦ - و) بينهم، ثم تضرب ما اجتمع في عدد الرجال الآخرين، ثم تقسم ما اجتمع على ما بين الرجال الأولين والآخرين، فإنه يخرج مالك الذي قسمته. فاضرب عدد الرجال الأولين وهو شيء في السدس الذي بينهم، فيكون سدس جذر. ثم اضرب ذلك في عدد الرجال الآخرين، وهو شيء وواحدٌ، (15) يكون سدس مال وسدس جذر مقسوم على درهم تعدل درهمًا. فأكمل مالك، وهو سدس؛ فاضربه في ستة، فيكون / مالاً وجذراً؛ واضرب (ح - ٢٤ - و) الدرهم في الستة بستة دراهم، فيكون مالاً وجذراً تعدل ستة دراهم.

1 مسألة: ناقصة [ا، ب، ع، ط، ك] وهي تكرار لمسألة ٨ – 2 نصف: نصفا [ح] / درهم: ناقصة [ب، ح، ع، ك] – 3 قياسه ... ودرهمين: فقلت (فقيل [ح]) شي ودرهمان [ب، ع، ح] / فيكون: يكون [ب، ع] – 4 درهمًا: درهم [ب، ح، ع] / فألق: فالقيت [ب، ح، ع] / نصف شي، بنصف شي،: هذا من هنا [ب، ع] نصفا بنصف [ح] Prohice ergo medietatem cum medietate [ك] / يبقى: ويقى [ب، ح، ع] / درهم: درهماً [ع] – 7 مسألة: ناقصة [ا، ط، ب، ع، ل] / قال: ناقصة [ح] – 10 قياسه: فقياسه [ا، ط] / عدد: ناقصة [ب، ح، ع، ل] / وهم شي،: ناقصة [ب، ع، ل] – 11 بينهم: بينهما [ح، ع] عليهما [ب] / عدد: عدة [ح] / الآخرين: الأولين والآخرين [ا، ط] – 12 فإنه: فانك [ح] / الذي قسمته: ناقصة [ب، ح، ع، ل] – 13 هو: هم [ا، ب، ط، ع] ثم كتب ناسخ [ا] فوقها «هو» من نسخة أخرى / فيكون: يكون [ب، ع] – 14 الآخرين: الأولين والآخرين [ا، ط] / هو: هم [ب، ع، ح] – 15 فأكمل: فكمل [ا، ط] – 16 مالك: المال الذي معك [ا، ط] مثالك [ع] / وهو سدس: ناقصة [ب، ع، ح] / سدس: ناقصة [ا، ط] / فاضربه: ان تضربه [ا، ط] / فيكون مالاً وجذراً: فيكون معك مال وجذر [ا، ب، ع، ح، ط] / واضرب: فاضرب [ا، ح، ط] – 17 الستة: ستة [ا، ح، ط] / بستة: فيكون ستة [ب، ط، ع] يكون ستة [ح] / مالاً وجذراً: مال وجذر [ح].

فنَصِّفْ الجذر واضربه في مثله، فيكون ربعاً، فزده على / السنة وخذ جذر ط - ٥٢
ما اجتمع، فانقص منه نصف الجذر الذي كنت ضربته في مثله، وهو نصف؛
وما بقي فهو عدد الرجال الأولين،/ وهما في هذه المسألة رجلان. ع - ١٦ - و

〈مسألة ٢٩〉 – فإن قال: مال ضربته في ثلثيه فكان خمسة.

5 قياسه: أنك إذا ضربته في مثله كان سبعة ونصفًا؛ فتقول: هو جذر
سبعة ونصف 〈فاضربه〉 في ثلثي جذر سبعة ونصف. فاضرب ثُلثين في
ثُلثين فيكون أربعة أتساع؛ وأربعة أتساع في سبعة ونصف يكون ثلاثة
وثلثًا؛ فجذر ثلاثة وثلث هو ثلثا جذر سبعة / ونصف؛ فاضرب ثلاثة ا - ١٤ - و
وثلثاً في سبعة ونصف، فيكون خمسة وعشرين، فجذرها خمسة.

10 مسألة 〈٣٠〉 – فإن قال: مال تضربه في ثلاثة أجذاره، فيكون خمسة
أمثال المال الأول، فكأنه قال: مالٌ ضربته في جذره فكان مثل المال الأول
وثلثيه؛ فجذر المال درهم وثلثان، والمال درهمان وسبعة أتساع.

مسألة 〈٣١〉 – فإن قال: مال تلقي ثلثه ثم تضرب الباقي في ثلاثة
أجذار المال الأول، فيعود المال الأول.

15 قياسه: أنك إذا / ضربت المال الأول كله، من قبل أن تلقي ثلثه، في ب - ٧٦ - ظ
ثلاثة أجذاره كان مالاً ونصفاً،/ لأن ثلثيه في ثلاثة أجذاره مال، فهو كله ح - ٢٤ - ظ
في ثلاثة أجذاره مالٌ ونصفٌ، وهو كله في جذر واحدٍ نصف مال، فجذر

1 فنصف: فتنصف [ب] / واضربه: فاضربه [ب، ع] / فيكون ربعًا: ناقصة [ب، ع، ح، ل] / فزده: وزده [ب، ح، ع، ل] – 1-3 وخذ ... رجلان: دراهم فيكون ستة وربعاً ثم خذ جذرها يكون اثنين ونصفا فانقص منه نصف الجذر يبقى اثنان وهما عدد الرجان الاولين [ح] – 2 الجذر: جذر [ب، ع] / الذي ... نصف: ناقصة [ب، ع، ل] – 3 هما: هم [ا] ثم كتب فوقها «هما» من نسخة أخرى / في هذه المسألة: ناقصة [ب، ع] – 4 مسألة ٢٩: هي تكرار مسألة ٢٦ / ثلثيه: ثلثه [ع] – 5 قياسه: فقياسه [ا، ط] / فتقول: تقول [ح] / هو: ناقصة [ح] – 6 〈فاضربه〉: Multiplica igitur [كـ] – 7 وأربعة: فاربعة [ب، ع، ح] / يكون: ناقصة [ب، ح، ع] – 8 ثلثًا: ثلث [ب، ح، ع] / هو: ناقصة [ب، ع] – 9 وعشرين: عشرين [ع] – 10 مسألة: ناقصة [ا، ب، ط، ع، كـ] / تضربه: ضربته [ب، ع] / فيكون: فكان [ب، ع] – 11 الأول (الأولى): ناقصة [ب، ح، ع، كـ] – 12 فجذر المال: فجذر المال الأول [ح] / وسبعة: سبعه [ح] – 13 مسألة: ناقصة [ا، ب، ط، ع، كـ] / ثلثه: ثلثيه [ا] – 14 الأول (الأولى): ناقصة [ط] – 15 قياسه: فقياسه [ا، ط] / الأول: ناقصة [ب، ح، ع] / من: ناقصة [ب، ح، ع] – 16 كان: يكون [ب، ع] فيكون [ح] / ثلثيه: ثلثه [ب، ع] – 17 مال ونصف: يكون مالاً ونصفاً [ب، ح، ع] / وهو: فهو [ب، ع] / في: ناقصة [ع].

المال نصف، والمال ربع. فثلثا المال سدس، وثلاثة أجذار المال درهم ونصف، فمتى ما ضربت سدساً في درهم ونصف، خرج ربعاً وهو المال.

مسألة ‹٣٢› – فإن قال: مال تعزل أربعة أجذاره، ثم تأخذ ثلث ما بقي، فيكون مثل الأربعة الأجذار، فالمال مائتان وستة وخمسون.

5 قياسه: أنك تعلم أن ثلث ما بقي مثل أربعة أجذاره، وأن ما بقي مثل اثني عشر جذراً، فزد عليها الأربعة الأجذار، فتكون ستة عشر جذراً، وهو جذر المال.

مسألة ‹٣٣›– فإن قال: مال عزلت جذره، وزدت على جذره جذر / ط-٥٢ ما بقي، فكان درهمين. فهذا جذر مال وجذر مال إلا جذراً تعدل درهمين.

10 فألق منه جذر مال وألق من الدرهمين جذر مال. فيكون درهمين إلا جذراً في مثله – أربعة دراهم ومالاً إلا أربعة أجذار – تعدل مالاً إلا جذراً. فقابل به فيكون مالاً / وأربعة دراهم تعدل مالاً وثلاثة أجذار؛ فتلقي مالاً بمال، ع-١٦-ظ فيبقى ثلاثة أجذار تعدل أربعة دراهم، فالجذر يعدل درهماً وثلثاً، وهو جذر المال، والمال درهم وسبعة أتساع درهم.

15 مسألة ‹٣٤› – فإن قال: مال تعزل / ثلاثة أجذاره، ثم تضرب ما ح-٢٥-و بقي في مثله فيعود المال.

فقد علمت أن الذي بقي هو جذر أيضاً، وأن المال أربعة أجذار وهو ستة عشر درهماً.

2 ما: ناقصة [ح] / ربعاً: ربع [ب، ع] / المال: مالك [ب، ح، ع، ك] – 3 مسألة: ناقصة [ا، ط، ب، ع] / تعزل: يعدل [ب، ح، ع] – 4 فالمال: والمال [ب، ع] – 5 قياسه: فقياسه [ا، ط] وقياسه [ح] / أنك: ان [ب، ع] / أربعة أجذره: ناقصة [ح] الأربعة الأجذار [ا، ط] ثم كتب الناسخ فوقها «أربعة أجذاره» من نسخة أخرى، وهي هكذا في [ك] / وأن ما: وان [ا] ناقصة [ح] / بقي مثل: ناقصة [ح] – 6 اثني: اثنا [ح] / جذراً: جذره [ا، ط] / عليها: عليه [ح] / الأربعة الأجذار: quattuor radices quas prius abstulisti [ك] / جذراً: ناقصة [ب، ع] – 8 مسألة: ناقصة [ا، ب، ط، ع، ك] / على جذره: عليه [ح] – 9 فكان: فكان ذلك [ح] / وجذر: وجذره [ا] / إلا جذراً: الاجذار [ح] – 10 فألق منه جذر مال: ناقصة [ك] / من الدرهمين: مكررة [ع] – 11 مثله: كتب ناسخ [ا] فوقها «مثلها» من نسخة أخرى / ومالاً: ومال [ب، ع] / إلا أربعة: الاربعة [ع] – 12 فيكون: يكون [ح] / بمال: لمال [ح] – 13-14 وهو جذر المال: ناقصة [ب، ح، ع، ك] – 14 أتساع: اسباع [ب] – 15 مسألة: ناقصة [ا، ب، ط، ع، ك] / تعزل: يعدل [ب، ح، ع] – 17 بقي: يبقى [ح] – 18 درهماً: ناقصة [ا، ط] درهمان [ع].

باب المعاملات

اعلَمْ أن معاملات الناس كلها من البيع والشراء والصرف والأجَر وغير ذلك على وجهين بأربعة / أعداد يلفظ بها السائل وهي: المسعَّر والسعر ب - ٧٧ - و والثمن والمثمن.

5 فالعدد الذي هو المسعر مباين / للعدد الذي هو الثمن. والعدد الذي ا - ١٤ - ظ هو السعر مباين للعدد الذي هو المثمن، وهذه الأربعة الأعداد ثلاثة منها أبداً ظاهرةٌ معلومةٌ، وواحد منها مجهول، وهو الذي في قول القائل كم، وعنه يسأل السائل.

فالقياس في ذلك: أن تنظر إلى الثلاثة الأعداد الظاهرة، فلا بدّ أن 10 يكون منها اثنان، كل واحد منهما مباين لصاحبه؛ فتضرب العددين الظاهرين المتباينين كل واحد منهما في الآخر، فما بلغ فاقسمه على العدد الآخر الظاهر الذي مباينه مجهول، فما خرج لك فهو العدد المجهول الذي يسأل عنه السائل وهو المباين للعدد الذي قسمت عليه.

1 باب: ناقصة [ب، ع] / المعاملات: ناقصة [ب] وترك فراغاً لها– 2 من: فمن [ا، ط] / البيع والشراء: الشرا والبيع [ح] / الشراء: الشرا [ب] الشرى [ا، ط، ع] / الأجر: الاجزا [ب،ع] الاجازة [ا، ط] ثم كتب ناسخ [ا] فوقها «الاجر» من نسخة أخرى – 3 بأربعة: اربعه [ع] اربعه [ب] وكررها في بداية الصفحة التالية / السائل: كتب ناسخ [ا] فوقها «القايل» من نسخة أخرى / هي: هو [ح] / السعر: المسعَّر [ب، ع] – 4 الثمن: والمثن: المثمن والثمن [ح، ع] المثمن والمثمن [ب] – 8 يسأل: سال [ح] – 9 فالقياس: والقياس [ا، ط] / فلا: ولا [ح] / أن: من ان [ب، ع] – 10 منها اثنان: اثنان منها [ح] / منهما: ناقصة [ح] – 10-11 مباين ... منهما: أثبتها في الهامش مع «صح» [ع] – 11 الظاهرين المتباينين: المتباينين الظاهرين [ب، ع، ل] / المتباينين: المباينين [ح] / الآخر: صاحبه [ا، ط] ثم كتب ناسخ [ا] فوقها «الآخر» من نسخة أخرى / فاقسمه: قسمته [ح] – 12 الآخر: ناقصة [ح] / الظاهر: ناقصة [ب، ع] / مباينه: متباينه [ط] / الذي: أثبتها في الهامش [ع] – 13 يسأل عنه: عنه يسأل [ب، ع، ح، ل] / المباين: مباين [ا، ط] / قسمت عليه: عليه قسمت [ب، ح، ع، ل].

ومثال ذلك في وجه / أوّل منه – إذا قيل لك: عشرة بستة كم لك ط - ٥١
بأربعة؟ فقوله عشرة هو العدد المسعر، / وقوله بستة هو السعر، وقوله كم ح - ٢٥ - ظ
لك هو العدد المجهول المثمن، وقوله بأربعة هو العدد الذي هو الثمن.
فالعدد المسعر الذي هو العشرة مباين للعدد الذي هو الثمن، وهو الأربعة.
5 فاضرب العشرة في الأربعة، وهما المتباينان الظاهران، فتكون أربعين.
فاقسمها على العدد الآخر الظاهر، الذي هو السعر وهو ستة، فيكون ستة
وثُلثين، وهو العدد المجهول، الذي هو في قول القائل / كم، وهو المثمن، ع - ١٧ - و
ومباينه الستة التي هي السعر.

والوجه الثاني – قول القائل: عشرة بثمانية كم ثمن أربعة. وربما، قال:
10 أربعة منها كم ثمنها؟ فالعشرة هي العدد المسعر وهو مباين للعدد / الذي ب - ٧٧ - ظ
هو الثمن المجهول الذي في قوله كم، والثمانية هي العدد الذي هو السعر
وهو مباين للعدد الظاهر، الذي هو المثمن، وهو أربعة. فاضرب العددين
الظاهرين المتباينين أحدهما في الآخر، وهو أربعة في ثمانية، فيكون اثنين
وثلاثين، واقسمه على العدد الآخر الظاهر الذي هو المسعر، وهو عشرة،
15 فيكون ثلاثة وخمساً، وهو العدد الذي هو الثمن، وهو مباين للعشرة التي
عليها قسمت.

1 ومثال: مثال [ح] / في: ناقصة [ح] / أول: ناقصة [ا، ط] / أول منه: منه اول [ب، ح، ع] / إذا قيل لك: وان (فان [ع]) سال سايل فقال [ب، ع، ل] سال سايل [ح] – 2 فقوله: فقولك [ح] / وقوله: وهو [ب، ع] / بستة: بستة هو العدد الذي [ب، ع، ح، ل] – 3 لك: ناقصة [ب، ع] / هو: فهو [ب] فهذا [ع] / المجهول: المجهول الذي هو [ح] / وقوله ... الثمن: ناقصة [ح] / بأربعة: per quattuor dragmas [ل] – 4 فالعدد: والعدد [ب، ع] / العشرة: عشرة [ح] / الثمن: المثمن [ح] / وهو الأربعة: ناقصة [ح] / الأربعة: اربعة [ب، ع] quattuor dragme [ل] – 5 العشرة: عشرة [ب، ع، ح] / الأربعة: اربعة [ب، ع، ح، ل] / الظاهران: والظاهران [ح] – 6 فاقسمها: فاقسمه [ب، ع، ح] / ستة: sex dragme [ل] / فتكون: يكون [ح] – 7 ثلثين: ثلاثين [ح] / هو: أثبتها في الهامش مع «صح» [ع] / في: ناقصة [ح] – 8 مباينه: مباينته [ب، ع] ومباينة [ح] / التي هي: الذي هو [ا، ط] / السعر: العشرة [ع] – 9 والوجه: ناقصة [ب] – 10 هي: هو [ب، ع] – 11 قوله: قول القايل [ح] كتب ناسخ [ا] فوقها «قول القايل» من نسخة أخرى / هي: هو [ب، ع] – 12 المثمن: الثمن [ب، ع] – 13 أربعة: أثبتها في الهامش مع «صح» [ع] – 14 واقسمه: فاقسمه [ب، ع] واقسم [ح] / الآخر الظاهر: الظاهر الآخر [ح] / الذي هو: ناقصة [ب، ع] – 15 فيكون: يكن [ح] / ثلاثة: ثلاثا [ب] / الثمن: المثمن [ط] / وهو: ناقصة [ح] / مباين: المباين [ب، ع، ح].

وهكذا جميع معاملات الناس وقياسها إن شاء الله تعالى.

فإن سأل سائل، فقال أجير أجرته في الشهر عشرة دراهم، عمل ستة / أيام، كم يصيبه؟ فقد علمت أن الستة أيام هي خُمس الشهر، وأن الذي يصيبه من الدراهم / بقدر ما عمل من الشهر. ح - ٢٦ - و ا - ١٥ - و

5 وقياس ذلك: أن قوله شهرٌ وهو ثلاثون يوماً وهو المسعر، وقوله عشرة دراهم هو السعر، وقوله ستة أيام هو المثمن، وقوله كم يصيبه هو الثمن. فاضرب السعر الذي هو عشرة، في المثمن، الذي هو مباينه، وهو ستة، فيكون ستين، فاقسمه على الثلاثين، التي هي العدد الظاهر وهي المسعر، فيكون ذلك درهمين، وهو الثمن.

10 وكذلك جميع ما يتعامل به الناس بينهم من الصرف والكيل والوزن، إن شاء الله تعالى.

1 معاملات: المعاملات بين [ح] / قياسها: قياسه [ب، ع، ح] / إن شاء الله تعالى: ناقصة [ل] / تعالى: ناقصة [ع] – 2 فإن: وان [ح] / فقال: ناقصة [ب، ح] / في ... دراهم: عشرة دراهم في الشهر [ح] – 3 الستة: ستة [ب، ع، ح] / أيام: الايام [ا، ط] / هي: ناقصة [ب، ح، ع] – 4 بقدر: على قدر [ح] / ما عمل: ما يعمل [ح] / الشهر: السهور [ع] – 5 قوله شهر: quod mensis [ل] / وهو (الأولى): هو [ب، ح، ع] – 6 دراهم: ناقصة [ل] – 7 عشرة: العشرة [ب، ع] / ستة: الستة [ب، ع] – 8 فيكون: يكون [ح] / فاقسمه: واقسمه [ح] / التي هي ... وهي: العدد الظاهر الذي هو [ب، ع، ح] التي هي العدد الظاهر وهو [ط] الذي هو العدد الظاهر وهو [ا] ثم كتب فوق «الذي هو» عبارة «التي هي» وكتب فوق «وهو» كلمة «هي» من نسخة أخرى – 9 فيكون: يكن [ح] / وهو: فهو [ح] – 10 وكذلك ... الناس: نجد في [ا، ط] العبارة التالية «وهذا ما يتعامل الناس به»، ثم كتب ناسخ [ا] في الهامش العبارة التالية «وكذلك جميع معاملات الناس فقس على هذا تصب ان شاء الله تعالى» من نسخة أخرى / الصرف: الضرب [ب] – 11 إن ... تعالى: ناقصة [ا، ط، ل].

باب المساحة

م - ١٦

اعلم أن معنى واحد في واحد إنما هو مساحة، ومعناه ذراع في ذراع، فكل سطح متساوي الأضلاع والزوايا يكون من كل جانب / واحداً، فإن السطح كله واحدٌ. فإن كان من كل جانب اثنان وهو متساوي الأضلاع والزوايا، فالسطح كله أربعة أمثال السطح الذي هو ذراع / في ذراع. وكذلك ثلاثة في ثلاثة وما زاد على ذلك أو نقص، وكذلك نصف في نصف وغير ذلك / من الكسور، فعلى هذا.

ط - ٥٥
ب - ٧٨ - و
ع - ١٧ - ظ

وكل سطح مربع يكون من كل جانب نصف ذراع فهو مثل ربع السطح الذي هو من كل جانب ذراع. وكذلك ثلثٌ / في ثلث، وربع في ربع، وخمس في خمس، وثلثان في نصف أو أقلّ من ذلك أو أكثر، فعلى حسابه.

ح - ٢٦ - ظ

وكل سطح مربع متساوي الأضلاع، فإن أحد أضلاعه في واحدٍ جذره، وفي اثنين جذراه، صغر ذلك السطح أو كبر.

وكل سطح قائم الزوايا، فإن ضربك الطول في العرض هو تكسيره.

وكل مثلث متساوي الأضلاع أو غير متساوي، فإن ضربك عموده في نصف القاعدة التي يقع عليها العمود، هو تكسير ذلك المثلث.

وكل معينة متساوية الأضلاع، فإن ضربك أحد القطرين في نصف الآخر هو تكسيرها.

1 باب: ناقصة [ب، ع] / المساحة: ناقصة وترك فراغًا لها [ب] – 2 هو: هي [ا، ط] – 3 من: في [ب، ع] / فإن: وإن [ب، ع] – 4-3 فإن السطح: فالسطح [ح، م] – 6 أو نقص: ونقص [ب، ع] / نصف (الثانية): نصف بربع [ا، ط] وأثبت «بربع» من نسخة أخرى [ا] – 7 الكسور: الكسر [ع] / فعلى هذا: ناقصة [ب، ح، ع، م] – 9-8 فهو ... ذراع: أثبتها في الهامش مع «صح» [م] – 10 وخمس: وخمسين [ع] / وثلثان: وثلثا [ح، م] ناقصة [ب، ع] / في نصف: ناقصة [ب، ع] – 11-10 أو أقل ... حسابه: وما دون ذلك [ب، ع، ح، م] / فعلى حسابه: كتب «فحسابه» من نسخة أخرى [ا] – 12 متساوي: مستوي [م] / واحدٍ: واحد هو [ب، ع، ح، م] – 13 اثنين: اثنين هو [ح] / جذراه: جذاره [ع] / ذلك: ناقصة [ب، ع، ح، م] / أو كبر: أم عظم [ح، م] او عظم [ب، ع] – 14 وكل ... تكسيره: ناقصة [ا، ط] – 15 أو غير متساوي: ناقصة [ا، ط] وغير متساو [ع] وغير متساوي [ب، م] / ضربك: ضرب [ب، ع] – 16-15 في نصف: ونصف [ا، ط] – 16 يقع: يقعد [ب، ع] – 17 ضربك: ضرب [ب، ع] – 18 الآخر: القطر الآخر [م].

وكل مدورة فإن ضربك القطر في ثلاثة وسُبع هو الدور / الذي يحيط ط - ٥٦
بها، وهو اصطلاح بين الناس من غير اضطرار. ولأهل الهند فيه قولان
آخران؛ أحدهما أن تضرب القطر في مثله ثم في عشرة، ثم تأخذ جذر ما
اجتمع، فما كان فهو الدور؛ والقول الثاني لأهل النجوم منهم وهو: أن
5 تضرب القطر في اثنين وستين ألفاً وثمانمائة واثنين وثلاثين، ثم تقسم ذلك
على عشرين ألفاً، فما خرج فهو الدور. وكل ذلك قريبٌ بعضه من بعض.

والدور إذا قسمته على ثلاثة وسبع يخرج القطر.

وكل مدورة فإن نصف القطر في / نصف الدور هو التكسير، لأن كل ا - ١٥ - ظ
ذات أضلاع وزوايا متساوية من المثلثات والمربعات والمخمسات وما /
10 فوق ذلك، فإن ضربك نصف ما يحيط بها / في نصف قطر أوسع دائرة يقع ح - ٢٧ - و ب - ٧٨ - ظ
فيها، هو تكسيرها.

وكل مدوّرة فإن قطرها مضروباً في مثله منقوصًا منه سُبعه ونصف
سُبعه هو تكسيرها، وهو موافق للباب الأول.

وكل قطعة من مدوّرة شبيهة بقوس، فلا بدّ من أن تكون مثل نصف
15 مدورة، أو أقلّ من نصف مدورة، أو أكثر من نصف مدوّرة. والدليل على
ذلك أن سهم القوس إذا كان مثل نصف الوتر / فهي نصف مدورة سواء، ع - ١٨ - و
وإذا كان أقل من نصف الوتر فهي أقل من نصف مدورة،/ وإذا كان م - ١٧
السهم أكثر من نصف الوتر فهي أكثر من نصف مدورة.

1 ضربك: ضرب [ب، ع] / القطر: للقطر [ع] /وسبع: وسبعه [م] – 2 من غير: بغير [ب، ع، حم،] / الهند: الهندسة [ا، ط، ح، م] وهو ما نجد فيما نقله الخزاعي – 3 تأخذ: يوخذ [ب، ع، م] – 4 فما كان: ناقصة [ح، م] / فهو: وهو [ح] هو [ط] / الثاني: الآخر [ب، ع، ح، م] / لأهل النجوم: لاصحاب القوم [ب، ع] لاصحاب النجوم [ح، م] / منهم وهو: ناقصة [ب، ع، ح] – 5 تضرب: تطرب [ع] / وستين: وستون [ط] / ثم تقسم: وتقسم [ب، ع، ح، م] / ذلك: ناقصة [ب، ح، ع، م] – 7 إذا قسمته: مقسوم [ب، ح، ع، م] / يخرج: هو [ب، ح، ع، م] – 9 المخمسات: الخمسات [ا] – 10 ضربك: ناقصة [ب، ع] / بها: به [ط] / أوسع: اكبر [ح، م] او سبع [ب، ع] – 10-11 يقع فيها هو: تسع وهو [ب، ع] – 11 هو: ناقصة [ا، ط] فهو [م] – 12 مضروبا: مضروب [م] / مثله: نفسه [ا، ط] ثم كتب ناسخ [ا] فوقها «مثله» من نسخة أخرى / منقوصًا: منقوص [م] – 13 هو: فهو [م] / تكسيرها: التكسير [ب، ع، ح، م] / وهو: فهو [م] – 14 من: ناقصة [ب، ح، ع] / شبيهة: مشبهة [ا، ط] مشتملة [م] / بقوس: قوس [ع] / من: ناقصة [ا، ط] / مثل: معك [ب] ناقصة [م] – 15 من نصف مدورة (الثانية): ناقصة [ب، ع، ح، م] – 16 الوتر: وتر القوس [م] / فهي: فهو [ب، ع، م] / سواء: ناقصة [ب، ع، ح، م] سويا [ط] – 17 وإذا ... مدورة: ناقصة [ح] / وإذا (الأولى): وان [ب، ع، م] / كان: كان السهم [ب، ع، م] / وإذا: وان [ب، ح، ع، م] – 18 السهم: ناقصة [ب، ع، م] / من نصف الوتر: ناقصة [ب، ع] / فهي اكثر: ناقصة [ب].

وإذا أردت أن تعرف من أي دائرة هي، فاضرب نصف الوتر في مثله واقسمه على السهم، وزد ما خرج على السهم، فما بلغ فهو قطر المدورة / التي تلك القوس منها. ط - ٥٧

فإن أردت أن تعرف تكسير القوس، فاضرب نصف قطر المدورة في نصف القوس، واحفظ ما خرج، ثم انقص سهم القوس من نصف قطر المدورة إن كانت القوس أقلّ من نصف مدورة؛ وإن كانت أكثر من نصف مدورة، فانقص نصف قطر المدورة من سهم القوس، واضرب ما بقي في نصف وتر القوس وانقصه مما حفظت إن كانت القوس أقل من نصف مدورة، أو زده عليه إن كانت القوس أكثر من نصف مدورة؛ فما بلغ بعد الزيادة أو النقصان،/ فهو تكسير القوس، إن شاء الله تعالى. ح - ٢٧ - ظ

وكل مجسم مربع، فإن ضربك الطول في العرض ثم في العمق هو التكسير. فإن كان على غير تربيع وكان مدوراً أو مثلثاً أو غير ذلك، إلا أن عمقه على الاستواء والموازاة، فإن مساحة ذلك أن تمسح سطحه فتعرف تكسيره؛ فما كان ضربته في العمق فهو التكسير.

وأما المخروط من المثلث / والمدور والمربع، فإن الذي يكون من ضرب ثلث مساحة أسفله في عموده، هو تكسيره. ب - ٧٩ - و

واعلم أن كل مثلث قائم الزاوية، فإن الذي يكون من ضرب الضلعين الأقصرين كل واحد منهما في نفسه مجموعين مثل الذي يكون من ضرب الضلع الأطول في نفسه.

1 وإذا: فان [ب، ح، ع] فإذا [م] – 2 على (الأولى): مكررة [ا] – 3 منها: ناقصة [ب] – 4 أن: ناقصة [ب، ع] / تعرف: ناقصة [ب، ع، ح] / تكسير: تكسر [ح] – 5 القوس: دور القوس [ح، م] / ما خرج: كتب ناسخ [ا] فوقها «ذلك» من نسخة أخرى/ ثم انقص: وانقص [ب، ع] – 6 القوس: ناقصة [ب، ع] – 6-7 من نصف مدورة: ناقصة [ح] – 7 واضرب: ثم اضربه [ط، ا] ثم كتب ناسخ [ا] فوقها «واضرب» من نسخة أخرى – 9 أو زده: وزد [ب، ع] / القوس: ناقصة [ب، ع] / بلغ: كان [ح] – 10 إن ... تعالى: ناقصة [ا، ط] – 11 ضربك: ضرب [ب، ع] / ثم في: وفي [ب، ع] – 12 كان (الأولى): كانت [ح، م] / أو (الثانية): و [م] – 14 فهو: وهو [ا، ط، ح] / التكسير: التكسير ان شاء الله تعالى [ح] – 15 من المثلث والمدور: والمدور من المثلث [ا، ط] / ضرب: ناقصة [ب، ع، ح] – 16 أسفله: اسله [ب] / هو: فهو [م] / تكسيره: التكسير [ب، ح، ع، م] – 17 واعلم: ناقصة وترك فراغًا لها [ب] / الزاوية: الزوايا [ب].

وبرهان ذلك: أنا نجعل سطحًا مربعًا / متساوي الأضلاع والزوايا عليه ا ب جـ د، ثم نقطع ا جـ بنصفين على نقطة ه، ثم نخرجه إلى ز، ثم نقطع ضلع ا ب بنصفين على نقطة ط، ونخرجه إلى نقطة ح./ فصار سطح ا ب جـ د أربعة / سطوح متساوية الأضلاع والزوايا والمساحة، وهي: سطح ا ك وسطح جـ ك وسطح ب ك وسطح د ك. ثم نخرج من نقطة ه إلى نقطة ط خطًا يقطع سطح ا ك بنصفين. فحدث من السطح مثلثتان وهما مثلثتا ا ط ه وه ك ط. وقد/ تبين لنا أن ا ط نصف ا ب، وا ه مثله وهو نصف ا جـ، ويوترهما خط ط ه على زاوية قائمة. وكذلك نخرج خطوطًا من ط إلى ز، ومن ز إلى ح، ومن ح إلى ه./ فيحدث من جميع المربعة ثماني مثلثات متساويات. وقد تبين لنا أن أربعة منها نصف السطح الأعظم الذي هو ا د. وقد تبين لنا أن ضلع ا ط في نفسه تكسير مثلثتين، وضلع ا ه في نفسه تكسير مثلثتين مثلهما. فيكون جميع ذلك تكسير أربع مثلثات، وضلع ه ط في نفسه أيضًا تكسير أربع مثلثات أخر. فقد تبيّن لنا / أن الذي يكون من ضرب ا ط في نفسه وا ه في نفسه مجموعين مثل الذي يكون من ضرب ط ه في نفسه؛ وذلك ما أردنا أن نبيّن. وهذه صورته:

ا-١٦-و | ط-٥٨ | ع-١٨-ظ | ح-٢٨-و | م-١٨ | ب-٧٩-ظ

1 متساوي: مستوي [م] / عليه: تجعل عليه [ح] – 2 بنصفين: نصفين [ط، م] / ثم نخرجه: ونخرجه [ب، ع] / إلى ز: الى نقطة ز [ب، ع، ح، م] – 3 ضلع: ناقصة [ح، م] / بنصفين: نصفين [ط] – 4 ا ب جـ د: الف دال [ب، ع] / أربعة: مكررة [ع] / متساوية: كتب [ا] فوقها «مستوية» من نسخة أخرى/ وهي: وهو [ب، ع] – 5 وسطح ب ك وسطح د ك: وسطح د ك وسطح ب ك [ب، ع، ح، م] – 5-6 ه إلى نقطة ط: ط الى نقطة ه [ح، م] – 6 سطح: ضلع [ع] / بنصفين: نصفين [ط] / فحدث: يحدث [ح] فيحدث [ب، ع] / من: من ذلك [ب، ع] / مثلثتان: مثلثان [ط] – 7 وه ك ط: وكاف طا [ع] وكاف طا ها [ب] / وقد: فقد [ا، ب، ع، م] / ا ط: خط الف طا [ب، ع] – 8 يوترهما: وترهما [ط] / خط: بخط [ح، م] خطا [ب] – 9 خطوطًا: خطوط [ب] / من (الرابعة): في [م] – 10 ثماني: ثمان [ب، ع، م] / وقد: فقد [ح] / لنا: ناقصة [ب، ع] / أن: أن كل [ب، ع، ح، م] / منها: ناقصة [ب، ع] – 11 وقد: فقد [ب، ع، م] – 12 مثلثتين: مثلثين [ط] / ضلع: ناقصة [ا، ط] / في نفسه: ناقصة [ا، ط] / مثلثتين: مثلثين [ا، ط، ح] / مثلهما: في مثلهما [ب، ع] – 13 أيضًا: ناقصة [ب، ع، ح، م] / أخر: ناقصة [ب، ع] – 14 فقد تبين: وتبين [ب، ع، ح، م] وقد بيّن [ا] / لنا: ناقصة [ب، ع، ح] – 15 وا ه: ا ه [ط] – 17 وهذه صورته: ناقصة [ب] وهذه صورتها [ح].

مسائل المساحات

ط - ٥٩

/ اعلم أن المربعات خمسة أجناس فمنها :
مستوية الأضلاع قائمة الزوايا .
والثانية : قائمة الزوايا مختلفة الأضلاع، طولها أكثر من عرضها .
5 والثالثة : تسمى المعيّنة، وهي التي استوت أضلاعها واختلفت زواياها .
والرابعة : المشبهة بالمعينة، وهي التي طولها وعرضها مختلفان وزواياها مختلفة، غير أن الطولين متساويان والعرضين متساويان أيضاً .

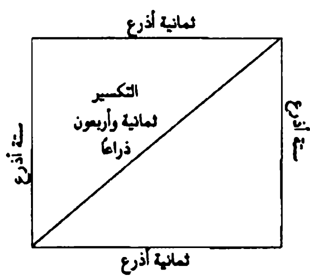
ع - ١٩ - و
ح - ٢٨ - ظ

والخامسة : المختلفة / الأضلاع / والزوايا .
فما كان من المربعات متساوية
10 الأضلاع قائمة الزوايا، أو مختلفة الأضلاع قائمة الزوايا، فإن تكسيرها أن تضرب الطول في العرض؛ فما بلغ فهو التكسير .
ومثال ذلك : أرض مربعةٌ من كل
15 جانب خمسة أذرع، تكسيرها خمسة وعشرون ذراعاً . وهذه صورتها :/

خمسة أذرع
التكسير
خمسة وعشرون
ذراعاً
خمسة أذرع
خمسة أذرع
خمسة أذرع

1 مسائل المساحات : ناقصة [أ، ط] باب المسائل المختلفة [ح] – 3 مستوية : مستوي [م] – 4 والثانية : والاخرى [ب، ع] وكررها ناسخ [ب] / قائمة الزوايا : كتبها بعد « عرضها » [ح، م] – 5 والثالثة : والثالثة التي [ب، ع، ح، م] / اختلفت : اختلف [ع] – 6 المشبهة : الشبيهه [أ، ح]، ثم كتب ناسخ [أ] فوقها « المشبهة » من نسخة أخرى / وهي : ناقصة [ب، ع] / مختلفان : مختلفين [ب، ع] – 7 متساويان (الأولى) : مستويان [أ، ب، ع، ح، م] ثم كتب ناسخ [أ] فوقها « متساويان » من نسخة أخرى/ متساويان (الثانية) : مستويان [أ، ب، ح، م] ناقصة [ع] / أيضاً : ناقصة [ب، ع، ح، م] – 8 والزوايا : والمختلفة الزوايا [ب، ع] المختلفة الزوايا [ح] – 9 متساوية : مستوية [أ، ط] مستويات [م] – 9-10 متساوية الأضلاع قائمة الزوايا : قائمة الزوايا متساوية الاضلاع [ح] – 15 جانب : جانب منها [ب، ع] / تكسيرها : فان تكسيرها [ح، م] / خمسة : خمس [ح].

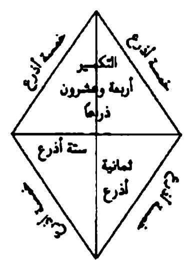
والثانية: أرضٌ مربعةٌ طولها ثمانية أذرع ثمانية أذرع، والعرضان ستة ١-١٦-ظ
أذرع ستة أذرع. فتكسيرها أن تضرب ثمانية أذرع في ستة أذرع،
فيكون ثمانية وأربعين ذراعًا، وذلك تكسيرها.
وهذه صورتها:



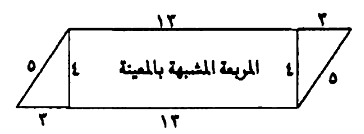
5 وأما المعينة المستوية الأضلاع التي كل جانب منها / خمسة أذرع، ط-٦٠
واحد قطريها ثمانية أذرع والآخر ستة أذرع، / فاعلم أن تكسيرها أن ب-٨٠-و
تعرف القطرين أو أحدهما. فإن عرفت القطرين جميعًا، فإن الذي يكون
من ضرب أحدهما في/ نصف الآخر هو تكسيرها. وذلك أن تضرب ثمانية م-١٩
في ثلاثة أو أربعة في ستة، فيكون أربعة وعشرين ذراعًا، وهو تكسيرها.
10 فإن عرفت قطرًا واحدًا، فقد علمت أنهما مثلثتان كل واحدة منهما

1 مربعة: أثبتها في الهامش مع «صح» [ح] / ثمانية أذرع (الثانية): ناقصة [ح، م] / والعرضان: والعرض [ب، ع] والعرضان كل واحد منهما [ح، م] – 2 أذرع (الأولى والثانية): ناقصة [ا، ط] / ستة أذرع: ناقصة [ح، م] / فتكسيرها: تكسيرها [ب، ع] / ثمانية أذرع في ستة أذرع: ستة في ثمانية [ا، ط] ثماني اذرع في ستة اذرع [ح] – 2-3 فتكسيرها ... ذراعًا: يكون بعد الضرب ثمانية وأربعين [م] – 3 ثمانية وأربعين: ستة واربعين [ا] / وذلك: فذلك [ح] – 5 التي: التي الى [ب، ع] / خمسة أذرع: مكررة [ع] – 6 ثمانية: ثماني [ح] / أذرع (الأولى): ناقصة [ا، ط] / ستة: ست [ح] / فاعلم أن: فعلم [ب، ع، ح] – 8 من: بين [م] – 9 أربعة في ستة: ستة في أربعة [ب، ع] / وهو: وذلك [ب، ع، م] وذلك تكسيرها [ح] وكرر هذه العبارة – 10 فإن: وان [ب، ع] وإذا [م] / أنهما: انها [ب، ع، م] / مثلثتان: كتب ناسخ [ا] فوقها «مثلثان» من نسخة أخرى / واحدة: كتب ناسخ [ا] فوقها «واحد» من نسخة أخرى / منهما: ناقصة [ب، ع].

ضلعاها خمسة أذرع خمسة أذرع / والضلع الثالث هو قطرهما. فاحسبها ح - ٢٩ - و
على حساب المثلثات، فقد بيّنا ذلك في باب المثلثات.
وهذه صورتها:



وأما المشبهة بالمعينة، فعلى مثال المعينة. وهذه صورتها:



5 وأما سائر المربعات، فإنما يعرف تكسيرها من قِبل القطر، فيخرج إلى
حساب المثلثات إن شاء الله تعالى، فاعلم ذلك./ ع - ١٩ - ظ
وأما المثلثات، فهي ثلاثة أجناس: القائمة والحادة والمنفرجة.

1 ضلعاها: ضلعها [ب] / أذرع (الأولى والثانية): ناقصة [ب، ع، ح، م] / خمسة أذرع (الثانية): ناقصة [ط] / قطرهما: قطرها [ح، م] / فاحسبها: احد احسبها [ب] احسبهما [ع] فاحسبها [ط] فاحسبهما [أ]، ثم كتب ناسخ [أ] فوقها «فاحسبها» من نسخة أخرى – 2 فقد ... المثلثات: ناقصة [أ، ط] / فقد: وقد [ح، م] – 4 وأما ... صورتها: مكررة [ع] / المشبهة: الشبيهة [ح] / بالمعينة: ناقصة [ب، ع] / مثال المعينة: كتب ناسخ [أ] الجملة، ثم كتب فوقها «هذا المثل» من نسخة أخرى/ وهذه صورتها: ناقصة [ح، ط، ا، م] – 5 وأما: ناقصة وترك فراغًا لها [ب] / فإنما: فانها [ع] / يعرف: تحسب [ب، ع، ح، م] / تكسيرها: تكسير ا [ح] / قبل: ناقصة [ح، م] – 6 إن شاء الله تعالى: ناقصة [ا، ط] ان شاء الله [ع] / فاعلم ذلك: ناقصة [ب، ع، ح، م] فاعلم ذلك وهذه صورة المشبهه بالمعينة [ا، ط] – 7 وأما: ناقصة وترك فراغًا لها [ب] / فهي ثلاثة: فثلاثة [ح] فثلثه [ب، ع] / القائمة والحادة: الحادة والقائمة [ب، ع].

فأما القائمة، فهي مثلثة إذا ضربت ضلعيها الأقصرين كل واحد منهما في نفسه، وجمعتهما كان ذلك مثل ضلعها الأطول مضروباً في نفسه.

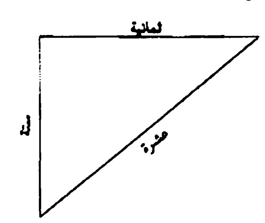
وأما الحادة، فكل مثلثة إذا ضربت ضلعيها الأقصرين، كل واحدٍ منهما في نفسه، ثم جمعتهما كانا أكثر من الضلع الأطول مضروباً في نفسه.

5 وأما المنفرجة، فهي / كل مثلثة إذا ضربت ضلعيها الأقصرين، كل ط - ٦١ واحدٍ منهما في نفسه، وجمعتهما كانا أقلّ من الضلع الأطول مضروباً في نفسه.

فأما القائمة الزوايا، فهي التي لها / عمودان وقطر وهي نصف مربعة، ا - ١٧ - و فمعرفة تكسيرها / أن تضرب أحد الضلعين المحيطين بالزاوية القائمة في ب - ٨٠ - ظ
10 نصف الآخر، فما بلغ ذلك فهو تكسيرها.

ومثال ذلك: مثلثة قائمة الزاوية ضلع منها ستة أذرع وضلع منها ثمانية أذرع، والقطر / عشرة أذرع؛ فحساب ذلك أن تضرب ستة في أربعة، ح - ٢٩ - ظ فيكون أربعة وعشرين ذراعاً، وهو تكسيرها.

وإن أحببت أن تحسبها بالعمود،
15 فإن عمودها لا يقع إلا على الضلع الأطول، لأن الضلعين القصيرين عمودان، فإن أردت ذلك، فاضرب عمودها في نصف القاعدة، فما كان فهو تكسيرها. وهذه صورتها:

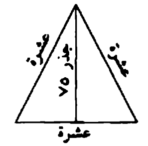


1 فهي: فهي كل [ب، ع، ح، م] / ضلعيها: ضلعهما [ع] – 2 ذلك: ناقصة [م] / ضلعها: الضلع [ع] ضلع [ب] – 3 وأما: ناقصة وترك فراغًا لها [ب] / ضلعيها: ضلعيهما [ب، ع] / منهما: ناقصة [ب، ع] – 4 ثم جمعتهما: وجمعتهما [ب، ح، ع، م] – 5 وأما: ناقصة [ب] وترك فراغًا لها / ضلعيها: ضلعيهما [ب، ع] – 6 منهما: ناقصة [ب، ع] – 8 فأما: ناقصة [ب، ح] واما [ع، م] وترك ناسخ [ب] فراغًا لها / القائمة: والقائمة [ح] / الزوايا: الزاوية [ح، ع] / فهي: ناقصة [ب، ع، م] هي [ح] / وهي: فهي [م] – 10 فما بلغ ذلك: فما كان [ب، ح، ع] بلغ [م] / تكسيرها: التكسير [ح] – 11 مثلثة: ناقصة [م] / الزاوية: الزوايا [ب، ع، ح] / منها (الثانية): ناقصة [ب، ع، ح] / ثمانية: ثماني [ح] – 12 أذرع: ناقصة [ا، ط] / ستة في أربعة: ثمانية اذرع في ثلثه اذرع [ع] ثمانية في ثلثه اذرع [ب] ثماني اذرع في ثلاثة [ح، م] – 13 فيكون: يكن [ح] / وهو تكسيرها: ناقصة [ب، ع] – 14 وإن: فان [ح، م] / بالعمود: كتب ناسخ [ا] «من قبل العمود» ثم كتب فوقها «بالعمود» من نسخة أخرى – 16 لأن: لان الضلع الاطول [ب] / القصيرين: الأخرين [ب، ع] الآخرين جميعا [ح، م] – 17 فإن: فاذا [ب، ع، م] – 18 القاعدة: قاعدتها [ح] / فما: ناقصة [ب، ع] / كان: ناقصة [ب، ع] بلغ [ح، م] – 19 فهو: فهذه [ب، ع] / وهذه صورتها: ناقصة [ح] وهذه صورته [م].

وأما الجنس الثاني، فالمثلثة المتساوية الأضلاع حادة الزوايا من كل جانب عشرة أذرع، فإن تكسيرها يعرف من قبل عمودها ومسقط حجرها ./

واعلم أن كل ضلعين مستويين من مثلثة يخرج بينهما عمود على م - ٢٠
5 قاعدة، فإن مسقط حجر العمود يقع على زاوية قائمة ويقع على نصف القاعدة سواء إذا استوى الضلعان ؛ فإن اختلفا خالف مسقط الحجر عن نصف القاعدة. ولكن قد علمنا أن مسقط حجر هذه المثلثة على أي أضلاعها جعلته لا يقع إلا على نصفه، وذلك خمسة أذرع./ فمعرفة ع - ٢٠ - و العمود أن تضرب الخمسة في مثلها، وتضرب أحد الضلعين في مثله وهو
10 عشرة، فيكون مائة. فتنقص منها مبلغ الخمسة في مثلها، وهو خمسة وعشرون، فيبقى خمسة وسبعون. فخذ جذر ذلك فهو العمود، وقد صار ضلعاً للمثلثتين على / زاويتين قائمتين. ح - ٢٠ - و

فإن أردت التكسير، فاضرب جذر الخمسة والسبعين / في نصف ب - ٨١ - و القاعدة وهو خمسة؛ وهو / أن تضرب الخمسة في مثلها حتى يكون جذر ط - ٦٢
15 خمسة وسبعين في جذر خمسة وعشرين.



فاضرب خمسة وسبعين في خمسة وعشرين، فيكون ألفاً وثمانمائة وخمسة وسبعين. فخذ جذر ذلك فهو تكسيرها، وهو ثلاثة وأربعون وشيء قليل. وهذه صورتها :

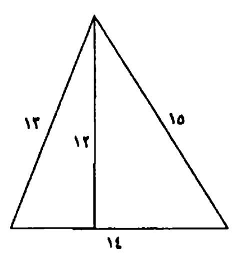
1 وأما : ناقصة [ب، ع] / فالمثلثة : مثلثه [ب، ع] فمثلثه [ح] المثلثة [م] / المتساوية : متساوية [ب، ع، ح] المستوية [م] - 4 واعلم : اعلم [ب، ع، ح] / مستويين : متساويين [ح] - 5 حجر العمود : حجرها [م] / على زاوية قائمة ويقع : ناقصة [ب، ح، ع، م] - 5-6 فإن ... القاعدة : ناقصة [ب] - 6 فإن : وإذا [ب، ع] فاذا [ح، م] / اختلفا : اختلف [ح] - 7 هذه : ناقصة [ع] - 8 جعلته : جعلناه [ح] / على : ناقصة [م] / وذلك : فذلك [ا، ط] / خمسة أذرع : كتب فوقها «تكسيرها» من نسخة أخرى [ا] / فمعرفة : معرفة [ح] - 10 فيكون مائة : ناقصة [ب، ع] / فتنقص : وتنقص [ب، ح، ع] ينقص [م] - 11 فخذ جذر : فجذر [ب، ح، ع، م] / فهو العمود وقد : هو العمود لان العمود قد [ب، ح، ع، م] - 12 للمثلثتين على : على مثلثتين [ا، ط] / زاويتين : ناقصة [ط] - 13 فإن : كتب فوقها «فاذا» من نسخة أخرى [ا] - 14 وهو (الثانية) : وهو خمسة [ب] وذلك [ا، ط] وكتب فوقها «وهو» من نسخة أخرى [ا] / حتى يكون : فتكون [ح، م] - 15 وسبعين : وسبعون [ط] - 14-15 جذر ... جذر : ناقصة [ح، م] - 16 فاضرب : ثم تضرب [ح، م] - 16-17 خمسة وسبعين ... وعشرين : خمسة وعشرين (الخمسة والعشرين [م]) في خمسة وسبعين [ح، م] -17-18 ألفاً ... وسبعين : ١٨٧٥ [ح] ألفاً وثمان مائة وخمسة وسبعين [ب، ع] - 18 فخذ جذر : فجذر [م] / فهو تكسيرها : فانه تكسير هذه المسئلة [ب، ع] فهو (هو [م]) تكسير هذه المثلثه [ح، م] - 19 شيء : بقي [ب، ع] / قليل : ناقصة [ح].

وقد تكون من هذه الزوايا الحادة مختلفة الأضلاع. فاعلم أن تكسيرها
يعلم من قبل مسقط حجرها وعمودها، وهي أن تكون مثلثة من جانب
خمسة عشر ذراعًا، ومن جانب أربعة عشر ذراعًا، ومن جانب ثلاثة
عشر / ذراعًا. فإذا أردت علم مسقط حجرها، فاجعل القاعدة أي ا - ١٧ - ظ
5 الجوانب شئت، فجعلناها أربعة عشر، وهو مسقط الحجر. فمسقط حجرها
يقع منها على شيء مما يلي أي الضلعين شئت، فجعلنا الشيء مما يلي
الثلاثة عشر، فضربناه في مثله، فصار مالاً، ونقصناه من ثلاثة عشر في
مثلها، وهو مائة وتسعة وستون. فصار ذلك مائة وتسعة وستين إلا مالاً.
فعلمنا أن جذرها هو العمود، وقد بقي لنا من القاعدة أربعة عشر إلا
10 شيئًا، فضربناه في مثله، فصار مائة وستة وتسعين ومالاً إلا ثمانية
وعشرين شيئًا، فنقصناه من الخمسة عشر / في مثلها. فبقي تسعة ح - ٢٠ - ظ
وعشرون درهمًا وثمانية وعشرون شيئًا إلا مالاً، وجذرها هو العمود.
فلما صار جذرها هذا هو العمود، وجذر مائة وتسعة وستين إلا مالاً هو
العمود أيضًا، علمنا أنهما متساويان. فقابل بهما، / وهو أن تلقي مالاً ط - ٦٣
15 بمال / لأن المالين ناقصان. فيبقى مائة وتسعة / وستون تعدل تسعة ع - ٢٠ - ظ
وعشرين ذراعًا وثمانية وعشرين شيئًا، فألق تسعة وعشرين من ب - ٨١ - ظ
مائة وتسعة وستين، / فيبقى مائة وأربعون تعدل ثمانية وعشرين شيئًا. م - ٢١
فالشيء الواحد خمسة، وهو مسقط الحجر مما يلي الثلاثة عشر، وتمام

1 مختلفة: المختلفة [ح، م] / فاعلم ان: فتعلم [م] فيعلم [ح] يعلم [ب، ع] كتب ناسخ [ا] فوقها «فيعلم» من نسخة أخرى – 2 يعلم: ناقصة [ب، ع، ح، م] / أن: ناقصة [ح] – 3 ذراعًا (الأولى والثانية): ناقصة [ب، ح، ع، م] / أربعة عشر: اربعة عشر [ح] – 4 ذراعًا: ناقصة [ب، ع، ح، م] / أي: الى اي [ب، ع] – 5 الجوانب: جانب [م] / شئت: احببت [ب، ح، ع، م] / وهو مسقط: فمسقط [ح، م] / فمسقط حجرها: ناقصة [ح، م] – 5-6 أربعة ... فجعلنا: ناقصة [ب، ع] – 6 يقع منها: منها يقع [ح، م] – 7 الثلاثة: ثلاثة [ح] / ونقصناه: ونقصناه ذلك [م] – 8 وهو: التي هي [ب، ح، ع، م] / ذلك: ناقصة [م]– 9 لنا: ناقصة [ب، ح، ع، م] – 10 فصار: فكان [ب، ح، ع] / وتسعين: وسبعين [م] – 11 الخمسة: خمسة [ب، ح، ع، م] / تسعة: سبعة [ع] – 12 درهمًا: ناقصة [ب، ع، م] / شيئًا: ناقصة [ب، ع] – 13 جذرها: جذر [ب، ع، ح] / مائة وتسعة وستين: مائة وتسعة وتسعين [م] – 14 أيضًا: ناقصة [ب، ح، ع، م] / متساويان: مستويان [ب، ع، م] / بهما: بينهما [ط]، كتب ناسخ [ا] فوقها «بينهما» من نسخة أخرى – 15 فيبقى: فبقى [ب] / وتسعة: مكررة [م] – 15-16 مائة ... شيئًا: تسعة وعشرون وثمانية وعشرون شيئًا تعدل مائة وتسعة وستين [ا، ط]، كتب ناسخ [ا] من نسخة أخرى في الحاشية العبارة التي ذكرناها في المتن – 16 ذراعًا: درهما [ح] ناقصة [ب، ع] – 17 مائة وتسعة وستين: تسعة وستين ومائة [ح] / فيبقى: يبقى [ح، م] / تعدل: تعد [ح].

القاعدة مما يلي الضلع الآخر، فهو تسعة. فإذا أردت أن تعرف العمود، فاضرب هذه الخمسة في مثلها، وانقصها من الضلع الذي يليها مضروباً في مثله، وهو ثلاثة عشر في ثلاثة عشر. فيبقى مائة وأربعة وأربعون، فجذر ذلك هو العمود، وهو اثنا عشر. والعمود أبداً يقع على القاعدة على
5 زاويتين قائمتين، ولذلك سمي عموداً لأنه مستو. فاضرب العمود في نصف القاعدة، وهو سبعة، فيكون أربعة وثمانين، وذلك تكسيرها.

وهذه صورتها:

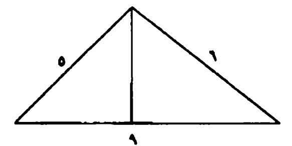


والجنس الثالث: المنفرجة، وهي التي فيها زاوية منفرجة، وهي مثلثة من كل جانب عدد مختلف وهي من جانب ستةٌ، ومن جانب خمسة، ومن
10 جانب تسعة./ فمعرفة تكسيرها من قبل عمودها ومسقط حجرها، ولا ح - ٢١ - و
يقع مسقط حجر هذه المثلثة في جوفها إلا على الضلع الأطول، فاجعله

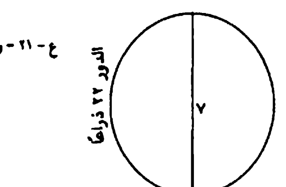
1 فهو: ناقصة [ب، ع، ح، م] / تسعة: ناقصة [ب، ع، م] / فإذا: فان [ب، ح، ع، م] - 2 هذه: ناقصة [ح] / مثلها: فيكون خمسة وعشرين [ع] فيكون خمسة وعشرون [ب] مثلها يكون خمسة وعشرين [ح، م] - 3 مثله: نفسه [م] / في ثلاثة عشر: ناقصة [ا، ط، م] / فيبقى: يبقى [ح] / فجذر: فخذ جذر [ب، ع] - 4 هو (الأولى): ناقصة [ب، ع] / اثنا: اثني [ا] / يقع: ناقصة [ح] - 5 زاويتين: زوايتين [ع] / مستو: مستوي [ب، ع] - 6 وذلك: فهو [ب، ع] / تكسيرها: هو التكسير [ح] تكسيرها وهو [ب] التكسير [م] - 7 صورتها: صورته [م] - 8 والجنس: الجنس [ع] واما الجنس [ح] ناقصة وترك فراغاً لها [ب] / المنفرجة: وهو المنفرجة [ح] / فيها: لها [ا، ط] - 8-9 من كل ... وهي: ناقصة [ب، ح، ع، م] - 9 هي: كتب ناسخ [ا] فوقها «هو» من نسخة أخرى / ستة: ناقصة [م] - 9-10 من جانب ستة ... تسعة: من جانب خمسة ومن جانب تسعة ومن جانب ستة [ح] - 10 تكسيرها: تكسير هذه [ط، ا، م]، ثم كتب ناسخ [ا] فوقها «تكسيرها» من نسخة أخرى - 11 مسقط: ناقصة [ح] / حجر: ناقصة [ط] أثبتها في الهامش مع «صح أصل» [ا] / حجر هذه المثلثة: حجرها [ب، ع] / المثلثة: ناقصة [ح، م] / في جوفها إلا: الا في جوفها [ب، ع].

قاعدة. ولو جعلت أحد الضلعين الأقصرين قاعدة لوقع مسقط حجرها خارجها. وعلم مسقط حجرها وعمودها على مثال ما عملت لك في الحادة وعلى ذلك / القياس. ١ - ١٨ - و

وهذه صورتها :



5 وأما المدورات التي قد فرغنا من صفتها وتكسيرها في / صدر / الكتاب، فمنها مدورة قطرها سبعة أذرع ويحيط بها اثنان وعشرون ذراعًا، فإن تكسيرها أن تضرب نصف القطر، وهو ثلاثة ونصف، في نصف الدور الذي يحيط بها، وهو أحد عشر ذراعًا، فيكون ثمانية وثلاثين ذراعًا ونصفًا وهو تكسيرها ./ ط - ٦١ ب - ٨٢ - و



10 فإن أحببت فاضرب القطر، وهو سبعة، في مثله، فيكون تسعة وأربعين. فانقص منها سُبعها ونصف سُبعها، وهو عشرة ونصف. فيبقى ثمانية وثلاثون ونصف، وهو تكسيرها. وهذه صورتها : ع - ٢١ - و

1 الضلعين: ناقصة [ح] / لوقع: وقع [ب، ع] / مسقط حجرها: الحجر ومسقطه [ب، ع] مسقط الحجر [ح، م] – 2 عملت: علمت [ح] / لك: ناقصة [ح] به [ب، ع، م] – 3 وعلى: أثبت في الهامش «على» [ع] / ذلك: هذا [ح] / القياس: كتب بعدها «فاعلم ذلك» [ح، م] – 4 وهذه صورتها: ناقصة [ب، ع] – 5 وأما: فاما [ب، ع] واما المشبهه بالمعينة وكما ترى وهي تحسب على مثال المعينة واما ساير المربعات فانما تحسب تكسيرها من قبل القطر فيخرج على حساب المثلثات ان شاء الله تعالى، باب المدور ات فاما [ح] / قد: ناقصة [ا، ط] – 6 الكتاب: هذا الكتاب [ب، ع، م] – 7 وهو ثلاثة: مكررة [ب] – 8 الدور: دورها [ح] ناقصة [ب، ع، م] / الذي: ما [ب، ع، ح، م] / يحيط بها: ناقصة [ح] / ذراعًا: ناقصة [ا، ط، م] – 9 ذراعًا: ناقصة [ا، ط] / ونصفًا: ونصف [ب، ع] – 10 فإن: وان [ح، م] – 10-11 وهو سبعة: ناقصة [ب، ع] – 11 مثله: كتب ناسخ [ا] فوقها «نفسه» من نسخة أخرى / فيكون: يكون [ح] – 12 فانقص ... ونصف سبعها: والق سبعه ونصف سبعه [ب، ع، ح] فالق سبعه ونصف سبعه [م] – 12-13 وهو عشرة ونصف: ناقصة [ب، ع] عشرة ونصفا [ح، م] – 13 فيبقى: فيبقى لك [م] – 14 تكسيرها: التكسير [ا، ح، ط، م] كتب ناسخ [ا] فوقها «تكسيرها» من نسخة أخرى.

فإن قال قائل: عمود مخروط أسفله / أربعة أذرع في أربعة أذرع،/ ح - ٢١ - ظ
وارتفاعه عشرة أذرع، ورأسه ذراعان في ذراعين. م - ٢٢

وقد كنا بيّنا أن كل مخروط محدد الرأس، فإن ثلث تكسير أسفله مضروبًا في عموده، فهو تكسيره. فلما صار هذا غير محدد، أردنا أن نعلم كم يرتفع حتى يفنى رأسه فيكون لا رأس له. فعلمنا أن هذه العشرة من الطول كله كقدر الاثنين من الأربعة، والاثنان نصف الأربعة. فإذا كان ذلك كذلك، فالعشرة نصف الطول،/ والطول كله عشرون ذراعًا. فلما عرفنا الطول، أخذنا ثلث تكسير الأسفل، وهو خمسةٌ وثلث، فضربناه في الطول، وهو عشرون ذراعًا. فبلغ ذلك مائة وستة أذرع وثلثي ذراع. ط - ٦٥

فأردنا أن نلقي منه ما زدنا عليه حتى انخرط، وهو واحدٌ وثلثٌ، الذي هو ثلث تكسير اثنين في اثنين، مضروب في عشرة، وهو ثلاثة عشر وثلث، وذلك تكسير ما زدنا عليه حتى انخرط. فإذا رفعنا ذلك من مائة وستة أذرع وثلثي ذراع / بقي ثلاثة وتسعون ذراعًا وثلث، وذلك تكسير العمود المخروط. ب - ٨٢ - ظ

٢
١٠
٤

وهذه صورته:

وإن كان المخروط مدورًا، فألق من ضرب قطره في نفسه سُبعه ونصف سُبعه، فما بقي فهو تكسيره./

1 فإن قال: ناقصة وترك فراغًا لها [ب] / قائل: ناقصة [ا، ط] / أسفله: اسفلها [ب] / في أربعة أذرع: ناقصة [ح] – 2 ذراعان: ذراعا [ح] – 3 وقد: فقد [م] / محدد: محدود [ب] – 4 مضروبًا: مضروب [ح] / فهو: هو [ا، ط، ح، م] / محدد: محدد الرأس [ح] – 5 يفنى: بمى [ب، ع] / هذه: ناقصة [ب، ع، ح] / العشرة: قدر عشرة [ح، ع، م] – 6 كقدر: كقد [ا] / الاثنين: اثنين [ح] / والاثنين: فالاثنان [ا، ب، ع، ح، ط] / فإذا: وإذا [ح] – 7 ذلك: أثبتها في الهامش [م] / فالعشرة: والعشرة [ح] / والطول: والعشرة والطول [ب] / كله: ناقصة [ب، ع] – 8 فضربناه: وضربناه [ح، م] فضربنا [ب، ع] – 9 ذراعًا: ذلك راعا [ب] / مائة: مائة ذراع [ح] / أذرع: ناقصة [ب، ع، م] – 10 عليه: فيه [ب، ع، ح، م] / وهو واحد: ناقصة [ب] – 11 ثلث (الثانية): ناقصة [ب، ع] / مضروب: ناقصة [ا، ب، ع، ط] – 13 عليه: فيه [ب، ع، ح، م] – 14 أذرع: ناقصة [ب، ع] / ذراعًا: ناقصة [ب، ع، م] – 15 المخروط: ناقصة [ب، ع، ح، م] – 16 صورته: صورتها [ب، ع، ح، م] – 17 وإن: فان [ب، ع، م] / المخروط: المخطوط [ب] العمود [م] / من ضرب قطره في نفسه: ناقصة [ب، ع] ونجد بدلاً عنها كلمة «ومنه» – 17-18 وإن ... تكسيره: ناقصة [ح] – 18 تكسيره: التكسير [ب، ع، م].

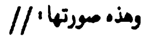
فإن قيل: أرض مثلثة من جانبيها عشرة أذرع عشرة أذرع، والقاعدة ح-٢١-و
اثنا عشر ذراعًا في جوفها أرض مربعة، كم كل جانب من المربعة؟

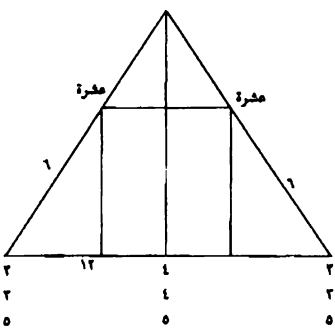
فقياس ذلك/ أن تعرف عمود المثلثة، وهو أن تضرب نصف القاعدة، ا-١٨-ظ
وهو ستة، في مثله، فيكون ستة وثلاثين. فانقصها من أحد الجانبين
5 الأقصرين مضروبًا في مثله، وهو مائة، فيبقى أربعة وستون. فخذ جذرها
ثمانية وهو العمود. وتكسيرها ثمانية وأربعون ذراعًا/ وهو ضربك ع-٢١-ظ
العمود في نصف القاعدة، وهو ستة. فجعلنا أحد جوانب المربعة شيئًا،
وضربناه في مثله؛ فصار مالاً فحفظناه. ثم علمنا أنه قد بقي لنا مثلثتان
عن جنبتي المربعة ومثلثة فوقها. فأما المثلثتان اللتان على جنبتي/ المربعة م-٢٢
10 فهما متساويتان وعموداهما واحدٌ، وهما على زاوية قائمة. فتكسيرها أن
تضرب شيئًا في ستة إلا/ نصف شيء، فيكون ستة أشياء إلا نصف مال، ط-٦٦
وهو تكسير المثلثتين جميعًا اللتين هما على جنبتي المربعة.

فأما تكسير المثلثة العليا، فهو أن تضرب ثمانية غير شيء، وهو
العمود، في نصف شيء. فيكون أربعة أشياء إلا نصف مال. فهذا هو
15 تكسير المربعة وتكسير الثلاث/ المثلثات، وهو عشرة أشياء تعدل ثمانية ح-٢٢-ظ

1 فإن قيل: ناقصة [ب، ع] فان قال [ح، م] / جانبيها: جانبين [ب، ع، ح، م] / أذرع (الأولى والثانية): ناقصة [ب، ع، ح، م] – 2 مربعة: مربعة متساوية الاضلاع قايمة الزوايا [ح] / كل: ناقصة [ب، ع] / من: من جوانب [ح، م] – 3 فقياس: قياس [ب، ع، م] / عمود: العمود [ب] / المثلثة: الثلثه [ب، ع] – 4 مثله: ستة [ب، ع، ح] مثلها [م] / فيكون: يكون [ح] / فانقصها: فانقصه [ب، ع] – 5 الأقصرين: الأخرين [ب، ع، ح، م] / مثله: نفسه [ب، ع] / فيبقى: يبقى [ا، ط، ح] – 4-6 فانقصها ... ثمانية: كتب ناسخ [ا] في الهامش: «فانقص ذلك من ضرب أحد الضلعين الاقصرين في نفسه فما بقي فخذ جذره وهو ثمانية» من نسخة أخرى – 6 ثمانية: ناقصة [م] / وهو (الأولى): فهو [ب، ع] / ضربك: ضرب [ح، م] – 7 وهو ستة: ناقصة [ب، ع] – 8 وضربناه: فضربناه [ب، ع، ح، م] / فصار: كتب ناسخ [ا] فوقها «فكان» من نسخة أخرى / مثلثتان: مثلثتين [ع] – 9 مثلثة: مثله [ب] / فأما: ناقصة وترك فراغًا لها [ب] / اللتان: اللتان [ع] اللتين [ح] / على: عن [ب، ع، ح، م] – 10 فهما: وهما [م] / عموداهما: عمودهما [ح] / واحد: واحد [ب] / وهما: ناقصة [م] / فتكسيرها: فتكسيرهما [ح، م] – 10-12 أن ... تكسير: أثبتها في الهامش [ع] – 11 تضرب: ناقصة [ب، ع] / فيكون: يكون [ح] – 12 جميعًا: ناقصة [ح] / هما على: عن [ب، ح، ع، م] – 13 فأما ... العليا فهو: واما العليا فتكسيرها [ب، ع، ح، م] / أن تضرب: ناقصة [ب، ع] – 14 فيكون: فذلك [ب، ع، م] وذلك [ح] / إلا نصف: نصف [ح] / فهذا هو: فجميع ذلك كله [ب، ح، ع، م] كتب ناسخ [ا] فوق السطر من نسخة أخرى «فجميع ذلك» – 15 المثلثات: مثلثات [ط].

وأربعين هو تكسير المثلثة العظمى. فالشيء الواحد من ذلك أربعة أذرع وأربعة أخماس ذراع، وهو كل جانب من المربعة.


وهذه صورتها : //



1 هو : الذي هو [ب، ح، ع] التي هي [م] / فالشيء : والشيء [م] / الواحد : ناقصة [ب، ع] - 2 هو : وهو من [ح] - 3 صورتها : صورتها التي تقدمت ان شاء الله تعالى [ح] صورته [م] وكتب بعدها «تمة هذه التعليقة المنقولة من كتاب الجبر والمقابلة للخوارزمي» ونجد في الهامش «بلغ مقابلة حسب الطاقة والإمكان صلى الله على سيدنا محمد وآله وصحبه وسلّم. هذا وفق المراد بإذن رب العباد» [م].

ط - ٦٧
ب - ٨٢ - و

كتاب الوصايا

باب من ذلك في العين والدين

رجل مات وترك ابنين وأوصى بثلث ماله لرجل أجنبي، وترك عشرة دراهم عيناً وعشرة دراهم ديناً على أحد الابنين.

5 قياسه: أن تجعل الذي يستخرج من الدين شيئاً، فتزيده على العين وهو عشرة دراهم، فيكون عشرة وشيئاً. ثم تعزل ثلثها، لأنه أوصى بثلث ماله، وهو ثلاثة دراهم وثلث درهم وثلث شيء؛ فيبقى ستة دراهم وثلثا درهم وثلثا شيء. فتقسمه بين الابنين، فيصيب كل ابن ثلاثة دراهم وثلث درهم وثلث شيء، فهو يعدل الشيء المستخرج. فقابل به، فتلقي ثلثاً من

10 شيء بثلث شيء، فيبقى ثلثا شيء يعدل ثلاثة دراهم وثلثاً. فتحتاج إلى تكملة الشيء، فتزيد عليه مثل نصفه، وتزيد على الثلاثة والثلث مثل نصفها، فيكون خمسة دراهم، فهو قيمة الشيء الذي استخرج من الدين.

1 كتاب الوصايا: ناقصة [ب، ع] باب الوصايا [ح] – 2 باب ... والدين: ناقصة وترك فراغًا لها [ب] / من ذلك: منها [ح] ناقصة [ع] / في: ناقصة [ع] – 3 مات و: ناقصة [ب، ع، ح] / ابنين: اثنين [ب، ح] / أجنبي: ناقصة [ب، ح، ع] – 4 وعشرة: وترك عشرة [ح] / دراهم: ناقصة [ب، ع] / الابنين: الابنين الاثنين [ع] الاثنين [ب] – 5 قياسه: كتب ناسخ [ا] فوقها «فقياسه» من نسخة أخرى / أن: انك [ح] / الذي يستخرج: المستخرج [ا، ط]، ثم كتب ناسخ [ا] فوقها «الذي يستخرج» من نسخة أخرى / العين: الدين [ب] – 6 دراهم: ناقصة [ب، ع] / فيكون عشرة وشيئاً: ناقصة [ب، ح، ع] – 7 درهم: ناقصة [ا، ط] – 7-8 وثلثا درهم: وثلثان [ا، ط] – 8 الابنين: الاثنين [ب]، وكذلك فيما يلي – 9 المستخرج: ناقصة [ب، ح، ع] / فقابل: فتقابل [ب، ع] – 9-10 ثلثاً من شيء بثلث: ثلث شيء من [ب، ح، ع] – 10 يعدل: تعدل [ط] / وثلثاً: وثلث [ح] – 10-11 إلى تكملة: ان تكمل [ا، ط]، ثم كتب الناسخ فوقها «الى تكملة» من نسخة أخرى – 11 مثل (الأولى): ناقصة [ب، ع] – 11-12 فتزيد ... الشيء: ناقصة [ط] أثبتها في الهامش مع «صح أصل» [ا] – 12 فهو قيمة: وهي [ا].

مسألة: فإن ترك ابنين وترك عشرة دراهم عيناً وعشرة دراهم ديناً على أحد الابنين، وأوصى لرجل بخمس ماله ودرهم، فقياسه:/ أن تجعل ا - ١٩ - و ما يستخرج من الدين / شيئاً، فتزيده على العشرة الدراهم، فيكون شيئاً ح - ٣٢ - و وعشرة دراهم. فتعزل / خمسها، لأنه أوصى بخمس ماله، وهو درهمان ع - ٢٢ - و

5 وخمس شيء، فيبقى ثمانية دراهم / وأربعة أخماس شيء. ثم تعزل ط - ٦٨ الدرهم الذي أوصى به، فيبقى سبعة دراهم وأربعة أخماس شيء. فتقسمه بين الاثنين، فيكون لكل واحد ثلاثة دراهم ونصف درهم وخمسا شيء يعدل شيئاً. فتلقي خمسي شيء من شيء، فيبقى ثلاثة أخماس شيء تعدل ثلاثة دراهم ونصفاً. / فكمل الشيء، وهو أن تزيد عليه مثل ثلثيه، ب - ٨٢ - ظ

10 وتزيد على الثلاثة والنصف مثل ثلثيها، وهو درهمان وثلث، فتكون خمسة دراهم وخمسة أسداس وهو الشيء الذي استخرج من الدين.

مسألة: فإن ترك ثلاثة بنين وأوصى بخمس ماله إلا درهماً، وترك عشرة دراهم عيناً وعشرة دراهم ديناً على أحد البنين، فإن قياسه: أن تجعل الذي استخرج من الدين شيئاً، فتزيده على العشرة فيكون عشرة

15 وشيئاً. فتعزل خُمسها للوصية، وهو درهمان وخمس شيء، فيبقى ثمانية دراهم وأربعة أخماس شيء. ثم تستثني درهماً، لأنه قال إلا درهماً، فيكون تسعة دراهم وأربعة أخماس شيء. فتقسم ذلك بين ثلاثة بنين،

1 مسألة: ناقصة [ب، ع، ا، ط] / فإن: قال [ع] – 2 لرجل: ناقصة [ب، ع] / لرجل ... ودرهم: بخمس ماله ودرهم لرجل [ح] – 3 العشرة: العين [ا، ط]، ثم كتب ناسخ [ا] فوقها «العشرة» من نسخة أخرى / الدراهم: ناقصة [ا، ط] دراهم [ح] – 4 فتعزل: فتقول [ب] / خمسها: كتب ناسخ [ا] فوقها «خمسه» من نسخة أخرى – 5 تعزل: تعدل [ب] – 6 فتقسمه: فيقسم [ب، ع] – 7 بين: على [ح] / واحد: كتب ناسخ [ا] فوقها «ابن» من نسخة أخرى / ثلاثة: ناقصة [ا] / دراهم: درهم [ا] / درهم: ناقصة [ب، ع] – 9 فكمل: فتكمل [ح] / مثل: ناقصة [ب، ع] – 10 والنصف: ونصف [ح] / مثل: ناقصة [ب، ح، ع] / وثلث: وثلث درهم [ح] / فتكون: فكمل [ب، ع] – 11 دراهم: أضعافها [ط] – 12 مسألة: ناقصة [ب، ا، ع، ط] / وأوصى: فأوصى [ع] – 13 عيناً: حصاً [ب] / دراهم (الثانية): ناقصة [ب، ح، ع] / البنين: الابنين [ب، ع] – 14 استخرج: يستخرج [ا، ط]، ثم كتب ناسخ [ا] فوقها «المستخرج» من نسخة أخرى / العشرة: كتب ناسخ [ا] فوقها «العين» من نسخة أخرى – 15 فتعزل: فتحول [ب] كتب ناسخ [ا] فوقها «فبلغ» من نسخة أخرى – 17 فتقسم: فاقسم [ح] كتب ناسخ [ا] فوقها «فتقسمها» من نسخة أخرى / بين: على [ح] / ثلاثة بنين: البنين [ا] البنين [ط].

فيكون لكل ابن ثلاثة دراهم وخمس شيء وثلث خمس / شيء، فيكون ح - ٢٢ - ظ
ذلك يعدل شيئًا. فتلقي خُمس شيء وثُلث خُمس شيء من شيء، فيبقى
أحد عشر جزءاً من خمسة عشر جزءاً من شيء تعدل ثلاثة دراهم.
فتحتاج إلى أن تكمل الشيء، فتزيد عليه أربعة أجزاء من أحد عشر
5 جزءاً من شيء، وتزيد مثل ذلك على ثلاثة دراهم، وهو درهم وجزء من
أحد عشر جزءاً، فيكون أربعة دراهم، وجزءاً من أحد عشر جزءاً من
درهم تعدل شيئًا، وهو الذي استخرج من الدين.

باب آخر من الوصايا

رجل مات وترك أمه وامرأته وأخاه وأختيه / لأبيه وأمه، وأوصى لرجل ط - ٦٩
10 بتسع ماله.
فإن قياس ذلك: أن تقيم فريضتهم فتجدها من ثمانية وأربعين سهماً.
فأنت تعلم / أن كل مال نزعت تسعه، فيبقى ثمانية أتساعه، وأن الذي ع - ٢٢ - ظ
نزعت مثل ثمن ما أبقيت. فتزيد على الثمانية الأتساع ثمنها، وعلى
الثمانية والأربعين مثل ثمنها ليتمّ مالك، وهو ستة، فيكون ذلك أربعة
15 وخمسين: / للموصي له بالتسع من ذلك، ستة، وهو تسع جميع المال، ب - ٨٤ - و
وما بقي فهو ثمانية وأربعون بين الورثة على سهامهم.

1 فيكون: أثبتها في الهامش مع «صح» [ع] / فيكون لكل ابن: كتب ناسخ [أ] فوقها «فنصيب كل ابن» من نسخة أخرى / ابن: واحد [ب، ح، ع] – 2 وثلث خمس شيء: ناقصة [ب] / فيبقى: فبقى [ع] – 3 أحد: مكررة [ب] – 4 أربعة: اربعة أشياء [ب] – 5 جزءاً: ناقصة [أ، ح، ط] – 5-6 من أحد عشر جزءاً: ناقصة [ب، ع] – 6 جزءاً (الأولى): ناقصة [ح] / وجزءاً: وجزء [ح] / جزءاً (الثالثة): ناقصة [ب، ح، ع] – 7 استخرج: يستخرج [ع] – 8 باب ... الوصايا: ناقصة [ب] / الوصايا: الوصا [ح] – 9 لأبيه وأمه: ناقصة [ب، ع] – 11 قياس ذلك: قياسه [ب] / تقيم: تقم [ب] / سهماً: ناقصة [ب، ع، ح] – 12 فأنت: وانت [ح] كتب ناسخ [ب] «فان» ثم كتب فوقها «نت» / نزعت: اذا نزعت [ح] / فيبقى: وبقيت [ح] بقيت [أ، ط] / وأن: ان [ب، ع، ح] – 13 مثل: ناقصة [ب، ع] – 13-14 الأتساع ثمنها وعلى الثمانية: ناقصة [ب، ع، ح] – 14 والأربعين: وأربعين [ب، ع] / مثل: ناقصة [ب، ع] – 15 جميع: ناقصة [ب، ع] – 16 فهو: وهو [ب، ع، ح] / سهامهم: سهامه [ح].

مسألة: فإن قال امرأة / ماتت وتركت زوجًا وابنًا وثلاث بنات ا - ١٩ - ظ
وأوصت لرجل بثمن مالها وسبعه، فأقم سهام الفريضة، فتجدها من
عشرين، وخذ مالاً له ثُمن وسُبع، وذلك ستة وخمسون. فألق منه ثُمنه
وسُبعه، فيبقى مال إلا ثمنًا وسبعًا. فتمم / مالك، وهو أن تزيد على ما ح - ٢٤ - و
5 معك خمسة عشر جزءاً من واحد وأربعين جزءاً. فاضرب سهام الفريضة
وهي عشرون في واحد وأربعين، فيكون ثمانمائة وعشرين. وزد على ذلك
خمسة عشر جزءاً من واحد وأربعين، وهو ثلاثمائة جزء من ثمانمائة
وعشرين، فيصير ذلك كله ألفًا ومائة وعشرين سهمًا، للموصى له من
ذلك بالثمن والسبع، سُبع ذلك وثمنه وهو ثلاثمائة؛/ السبع مائة ط - ٧٠
10 وستون، والثمن مائة وأربعون، ويبقى ثمانمائة وعشرون سهماً بين الورثة
على سهامهم.

باب آخر من الوصايا

وهو إذا لم يجز بعض الورثة وأجاز بعضهم، والوصية أكثر من الثلث،
اعلم أن الحكم في ذلك أن من أجاز من الورثة أكثر من الثلث من الوصية
15 فذلك داخل عليه في حصته ومن لم يجز فالثلث جائز عليه على كل حال.

1 مسألة: ناقصة [ا، ط، ب، ع] / فإن قال: قال فان [ب، ع] / امرأة: ناقصة [ب، ع] / ماتت: ناقصة [ب، ع] ملكت [ط] كتب [ا] «هلكت» وفوقها «ماتت» من نسخة أخرى / وتركت: تركت [ب، ع] / زوجًا وابنًا: زوجها وابنها [ا، ط]، وكتب ناسخ [ا] فوقها «زوجًا وابنًا» من نسخة أخرى - 2 الفريضة: الورثة (الفريضة) [ط] كتب ناسخ [ا] فوقها «الورثة» من نسخة أخرى / من: ناقصة [ب، ح، ع] - 3 وخذ: فخذ [ح] / له ... وخمسون: ناقصة [ا، ط، ب، ع] / منه: ناقصة [ا، ط، ب، ع] - 4 مال: مالا [ح] - 5-4 على ما معك: عليه [ا، ط] وكتب [ا] فوقها «على ما معك» من نسخة أخرى - 5 واحد: احد [ا، ط] / جزءاً: ناقصة [ب] / فاضرب: واضرب [ع] - 6-5 فاضرب ... وأربعين: ناقصة [ب] - 6 واحد: احد [ا، ط] / وزد: فتزيد [ا، ط] ثم زد [ح] - 7 واحد: احد [ا، ط] / وهو: منه وهو [ب] جزا وهو [ح] / جزء: جزا [ع] ناقصة [ح] - 8-7 من ثمانمائة وعشرين: ناقصة [ب، ع، ا، ط] - 8 فيصير: فجميع [ح] / كله: ناقصة [ح] / ألفًا: الف [ح] / وعشرين: وعشرون [ح] وعشرين بينهما [ب] / سهمًا: بينهما [ب] - 9-8 للموصى ... ذلك: من ذلك للموصى له [ح] - 10-8 من ذلك ... ويبقى: بالسبع مائة وستون، والموصا له بالثمن مائة واربعون ويبقى ثمانمائة واربعون ويبقى [ب] بالسبع مائة وستون وللموصا له بالثمن مابة واربعين وبقى [ع] - 9 سبع ذلك وثمنه: ثمن ذلك وسبعه [ح] / السبع: السبع من ذلك [ح] - 10 ويبقى: الباقي [ح] وبقى [ط] / سهماً: ناقصة [ح] - 12 باب ... الوصايا: ناقصة وترك فراغًا لها [ب] - 13 وهو: ناقصة [ح] / والوصية: ناقصة [ح] وللوصية [ع] - 15-14 من الوصية فذلك: ناقصة [ح] - 15 داخل: كان داخلاً [ح] / حصته: نصيبه [حال] / حاله [ب].

ومثال ذلك: امرأة ماتت وتركت زوجها وأمّها وابنها، وأوصت لرجلٍ بخمسي مالها ولآخر بربع مالها. فأجاز الابن الوصيتين جميعًا، وأجازت الأم النصف لهما، ولم يجز الزوج شيئًا من ذلك إلا الثلث.

فقياس ذلك: أن تقيم سهام الفريضة فتجدها من اثني عشر سهمًا،
5 للابن من ذلك سبعة أسهم وللزوج ثلاثة أسهم وللأم سهمان. وأنت تعلم أن الزوج يجوز عليه / الثلث، فينبغي أن يكون في يده / مثلا ما يخرج من حصته للوصايا؛ وفي يده ثلاثة، للوصايا / سهم وله سهمان.

ح - ٣٤ - ظ
ب - ٨٤ - ظ
ط - ٧١

وأما الابن الذي أجاز الوصيتين جميعًا، فينبغي أن يؤخذ منه / خمسا جميع ماله وربعه، فيبقى في يده سبعة أسهم من عشرين سهمًا، والذي له
10 كله عشرون سهمًا.

ع - ٢٣ - و

وأما الأم، فينبغي أن يبقى في يدها مثل ما خرج من يدها، وهو واحدٌ، وجميع ما كان لها اثنان.

فخذ مالاً يكون لربعه ثلثٌ ولسدسه نصفٌ، ويكون ما يبقى ينقسم على عشرين، فذلك مائتان وأربعون. للأم من ذلك السدس وهو أربعون،
15 الوصية من ذلك عشرون ولها عشرون. وللزوج من ذلك الربع ستون، الوصية من ذلك عشرون وله أربعون. ويبقى مائة وأربعون للابن، الوصية

1 ومثال: مثال [ا، ط] / امرأة: إمرة [ط] / ماتت: ناقصة [ب، ع] / وتركت: تركت [ب، ع] / أمها وابنها: ابنها وامها [ا، ط] – 2 لآخر: الاخر [ع] – 4 فقياس: قياس [ح] / من: على [ب، ع] / اثني: اثنا [ح] / سهمًا: ناقصة [ح] – 5 أسهم: ناقصة [ب، ع] / ثلاثة: ناقصة [ح] / أسهم: ناقصة [ب، ع، ح] / للأم: الام [ح] / سهمان: خمسة اسهم [ح] / وأنت: فانت [ب، ح، ع] – 6 يده: يديه [ب، ع] / يخرج: خرج [ح] – 7 وفي: فيصير ما في [ح] / وفي ... للوصايا: ناقصة [ب] / يده: يديه [ع] / ثلاثة: ثلاثة له اثنان و [ح] / سهمان: اثنان [ب، ع] – 8 جميعًا: ناقصة [ح] / منه: منه جميعا [ب] – 8-9 خمسا ... وربعه: خمسان وربع من جميع ماله [ح] – 9 يده: يديه [ب، ع] / أسهم: ناقصة [ح] / سهمًا: ناقصة [ح] – 9-10 والذي ... سهمًا: ناقصة [ب] – 10 كله: ناقصة [ع] – 11 فينبغي أن يبقى: فيبقى [ح] / في: ناقصة [ب] / يدها (الأولى والثانية): يديها [ب، ع] / ما خرج: ما يخرج [ا، ط] / من يدها: كتب ناسخ [ا] فوقها «منها» من نسخة أخرى – 12 وجميع: فجميع ذلك [ح] – 13 يكون: وليكن [ح] / لربعه: له [ب، ع] / يكون: ناقصة [ب، ع] / يبقى: بقى [ب، ع، ح] / ينقسم: يستقم [ب، ع] – 14 على: به [ب، ع] بين [ا، ط] ثم كتب ناسخ [ا] فوقها «بينهما» من نسخة أخرى / فذلك: وذلك [ب، ع] – 15 من ذلك: ناقصة [ب، ع، ح] / ستون: وهو ستون [ب، ع، ح] – 16 من ذلك: منه [ح] / يبقى: بقى [ب، ح، ع].

من ذلك خمساه وربعه، وهو واحدٌ وتسعون، وتبقى تسعة وأربعون
للابن، فجميع الوصية مائة وواحد وثلاثون / بين الرجلين الموصى لهما ا - ٢٠ - و
لصاحب الخُمسين من ذلك ثمانية أجزاء من ثلاثة عشر جزءاً، ولصاحب
الربع خمسة أجزاء من ثلاثة عشر جزءاً. فإن أردت أن تصحح سهام
5 الرجلين الموصى لهما، فاضرب سهام الفريضة في ثلاثة عشر يصحّ من
ثلاثة آلاف ومائة وعشرين.

فإن أجاز الابن الخُمسين لصاحب الخُمسين، ولم يجز للآخر شيئًا،
وأجازت الأم الربع لصاحب الربع ولم تجز للآخر شيئًا، ولم يجز الزوج
إلا الثلث لهما، فاعلم أن / الثلث للرجلين جائز على جميع الورثة، ح - ٢٥ - و
10 يضرب فيه صاحب الخمسين بثمانية أجزاء من ثلاثة عشر جزءاً،
وصاحب الربع بخمسة أجزاء من ثلاثة عشر. فأقم سهام الفريضة على ما
ذكرت لك فيكون من اثني عشر، للزوج الربع وللأم السدس وللابن ما
بقي.

وقياسه: أنك تعلم أن الزوج يخرج من يده ثلث حصته على كل حال،
15 فينبغي أن يكون / في يده ثلاثة أسهم، وأن الأم يخرج من يدها الثلثُ ب - ٨٥ - و
لكل واحدٍ بقدر حصته، وهي قد أجازت لصاحب الربع من خاصة حصّتها
فضل ما بين الربع وحصّته من نصيبها وهي تسعة عشر / جزءاً من مائة ط - ٧٢
وستة وخمسين من جميع نصيبها. فينبغي أن يكون نصيبها مائة وستة

1 خمساه: خمساها [ح] / ربعه: ربعها [ح] / واحد: احد [ح] / تبقى: بقى [ب، ع، ح] - 2
للابن: ناقصة [ا، ط] / وواحد: واحد [ا، ط، ح] / الموصى لهما: ناقصة [ب، ع، ح] - 1-2
تسعة ... للابن: للابن تسعة واربعون [ب، ع] - 3 الخمسين: الخمس [ا] / عشر: ناقصة [ب]
/ جزءاً: ناقصة [ح] - 4 جزءاً: ناقصة [ب، ع، ح] / فإن: فاذا [ب، ح] / أن: ناقصة [ا] - 5
سهام: ناقصة [ب، ع، ح] / يصح: يصبح [ط] - 5-6 يصح ... وعشرين: ناقصة [ب، ع، ح]
- 8 وأجازت ... شيئاً: ناقصة [ح] في الهامش مع «صح» [ع] / لصاحب الربع: ناقصة [ب، ع]
- 9 إلا الثلث لهما: لهما الا الثلث [ا، ح، ط] كتب ناسخ [ا] «خ» فوق «لهما» وأضاف
«الثلث» من نسخة أخرى - 10 جزءاً: ناقصة [ب، ع، ح] - 11 فأقم: فاقسم [ب، ع] /
سهام: ناقصة [ا، ط] - 12 من: ناقصة [ا، ط] / اثني: اثنا [ح] - 12-13 وللابن ما بقي: وما
بقي للابن [ب، ع] - 14 وقياسه: قياسه [ب، ع] فقياسه [ح] / يده: يديه [ب، ع] / ثلث
حصته: ثلثه [ب، ع] - 15 يدها: يديها [ب، ع] - 16 وهي قد: فهي قد [ب، ع] فهي اذا [ا،
ط] ثم كتب ناسخ [ا] فوقها «وهي قد» من نسخة أخرى / حصتها: كتب ناسخ [ا] فوقها
«نصيبها» من نسخة أخرى - 17 الربع و: الربع وما يخصه من الثلث في [ب] الربع والسدس
في [ع] الربع وما بين [ح] / من نصيبها: من ثلث نصيبها [ح] / وهي: وهو [ب، ع] / جزءاً:
ناقصة [ب، ع، ح].

وخمسين، فحصّته من الثلث من نصيبها عشرون سهماً، والذي أجازت له ربع حصّتها وهو تسعة وثلاثون. فيؤخذ ثلث ما في يدها لهما وتسعة عشر سهماً للذي أجازت له خاصة.

ثم الابن قد أجاز لصاحب الخُمسين فضل ما بين خمسي نصيبه / وبين ما يصيبه من الثلث وهو ثمانية وثلاثون من مائة وخمسة وتسعين من نصيب الابن بعد إخراج الثلث لهما، لأن الذي له من خاصة الثلث ثمانية أجزاء / من ثلاثة عشر من الثلث وهو أربعون، والذي أجاز له من خُمسي نصيبه ثمانية وثلاثين، فذلك ثمانية وسبعون، فيؤخذ منه خمسة وستون ثلث ماله لهما، والذي أجاز له خاصة ثمانية وثلاثون.

فإن أردت أن تصحح سهام الفريضة صححتها، فكانت من مائتي ألف / وسبعة عشر ألفاً وستمائة وعشرين.

ع - ٢٢ - ظ

5

ح - ٢٥ - ظ

10

ط - ٧٢

1 نصيبها: نصيبه [ع] - 2 يدها: يديها [ب، ع] / وتسعة: تسعة [ح] - 5 ما يصيبه: يصيبه [ع] نصيبه [ب] / ثمانية: ستة [ع] - 7 أجزاء: اجزاء له من خمسين [ح] / عشر: عشر جزا [ح] - 8 وثلاثين: وثلاثون [ا، ط، ب، ع، ح] - 9 ثلث: فهو ثلث [ح] / لهما: لها [ب] / الذي: للذي [ب، ع] - 10 أن: ناقصة [ا] / صححتها: صحتها [ع] - 10-11 من ... وعشرين: ناقصة [ب، ع، ح] ونجد في [ح] العبارة التالية «ماية الف واحد وعشرين الفاً وستمايه وثمانين سهماً»؛ وفي [ب، ع] نجد المقطع التالي «لاربعة للاف (للاف: الا [ب]) وستمايه وثمانين للام من ذلك السدس سبعمايه وثمانون والثلث من ذلك للوصايا مايتان وستون لصاحب الربع منها مايه ولصاحب الخمسين ماية وستون ويلزم الام للموصى له بالربع خمسة وتسعون فاذا جمعته الى ما اصابه من ثلث نصيب الام كان ذلك مايه وخمسة وتسعين وهو ربع حصتها لانها اجازت له الربع ويبقى للام [ب-٨٥-ظ] من السهام اربعمايه وخمسة وعشرون وحصته الابن الفان وسبعمايه وثلثون الثلث من ذلك للوصايا تسعمايه وعشرة نصيب صاحب الخمسين من ذلك خمسمايه وستون ونصيب صاحب الربع ثلثمايه وخمسون ويلزم الابن للموصا له بالخمسين خمسمايه واثنان وثلثون ولذا جمعتها (جمعتها: جمعها [ع]) الى ما اصاب صاحب الخمسين من ثلث الابن صار ذلك الفا واثنين وتسعين وخمس حصته (حصته: حصه [ع]) الذي اجاز له ويبقى في يدي الابن من السهام الف ومايتان وثمانيه وثمانون وحصة الزوج الف ومايه وسبعون خرج من ذلك الثلث ثلثمايه (ثلثمايه: بثلثمايه [ب]) وتسعون للوصايا نصيب صاحب الربع مايه وخمسون وصاحب الخمسين مايتان واربعون ويبقى في يدي الزوج من السهام سبعمايه وثمانون فجميع ما حصل للورثة من السهام غير سهام الموصا لهما الفان واربعمايه وثلثه وتسعون وسهام صاحب الخمسين الف فاربعمايه واثنان وتسعون وسهام صاحب الربع ستمايه (ستمايه: مايه [ع]) وخمسة وتسعون فجميع السهام سهام الورثة وسهام الموصا لهما اربعة الاف وستمايه وثمانون [ع-٢٤-و] وهي مثل سهام الفريضة كلها معرفة (معرفة: فراغ [ب]) ما نصيب صاحب الخمسين وصاحب (وصاحب: صاحب [ب]) الربع انك اذا اخرجت الثلث من حصة كل واحد اعطيت صاحب الخمسين ثمانية اجزاء من ثلاثة عشر وصاحب الربع خمسة اجزاء من ثلاثة عشر» - 11 وسبعة: وتسعة [ا، ط] / وستمائة: وثلاثمائة [ا، ط].

وفي وجه آخر من الوصايا

رجل مات وترك أربعة بنين وامرأة، وأوصى لرجل بمثل نصيب أحد البنين إلا مثل نصيب المرأة.

فأقم سهام الفريضة وهي / اثنان وثلاثون سهمًا، للمرأة الثمن: ب - ٨٦ - و
5 أربعة، ولكل ابن سبعة أسهم. فأنت تعلم أن الذي أوصى له به ثلاثة أسباع نصيب / ابن، فزد على الفريضة مثل ثلاثة أسباع نصيب ابن، ا - ٢٠ - ظ
وهي الوصية، فيكون ذلك خمسة وثلاثين. للموصى له ثلاثة أسهم من خمسة وثلاثين سهمًا، ويبقى اثنان وثلاثون سهمًا بين الورثة على سهامهم، إن شاء الله تعالى.

10 مسألة: فإن ترك ابنين وبنتًا وأوصى لرجل بمثل نصيب ابن ثالث لو كان، فالوجه في هذا أن تنظر أن لو كان البنون ثلاثة كم كانت تكون سهامهم؟ فتجد ذلك سبعة فيكون للابن سُبعان. ثم انظر كم سهامهم؟ فتجدها خمسة، فاضربها في سبعة ليكون لها سبع، فيكون / ذلك خمسة ح - ٣٦ - و
وثلاثين سهمًا، فزد عليها سُبعيها، وهو عشرة، فيكون ذلك خمسة
15 وأربعين، للموصى له من ذلك عشرة، ولكل ابن أربعة عشر وللبنت سبعة.

2 بمثل: مثل [ح] - 4 فأقم: فاقسم [ب، ع] - 5 لسهام: ناقصة [ا، ط، ح] / فأنت: وانت [ب] / له: ناقصة [ب، ع، ط] / ثلاثة: مثل ثلاثة [ح] - 6 فزد ... ابن: ناقصة [ط] أثبتها في الهامش مع «صح أصل» [ا] / مثل: ناقصة [ا] - 7 وهي: وهو ثلاثة وهي [ا، ط] وكتب ناسخ [ا] فوقها «خ» / أسهم: ناقصة [ب، ع] - 8 سهمًا: ناقصة [ع، ح] / ويبقى: ويقى [ح] / سهمًا: ناقصة [ا، ط] / بين الورثة: للورثة [ب، ع، ح] / على: فتقسم على [ح] - 9 إن ... تعالى: ناقصة [ا، ط] / تعالى: ناقصة [ع] - 10 مسألة: ناقصة [ا، ط، ب، ع] / وبنتًا: وابنتًا [ب، ع] وابنة [ح] / وأوصى: فاوصى [ع] / لرجل: ناقصة [ب، ع، ح] - 11 هذا: ذلك [ا، ط] / أن (الثانية): الى ابن [ا، ط] ناقصة [ح] - 12 فيكون: يكون [ح] / انظر كم: كتب فوقها «ينظر» من نسخة أخرى [ا] - 12-13 فيكون ... ذلك: فخذ فريضة يكون لخمسها سبع ولسبعها خمس وذلك [ا، ط] وكتب في الهامش من نسخة أخرى «فيكون للابن سبعان. ثم ينظر سهامهم فتجدها خمسة فاضربها في سبعة ليكون لها سبع فيكون ٢٥ فزد» - 14 سهمًا: ناقصة [ا، ب، ع، ط] / وهو: ناقصة [ب، ع، ح] / ذلك: ناقصة [ب، ع، ح] - 15 للبنت: للابنة [ب، ع، ح].

مسألة: فإن ترك أمًا وثلاثة بنين وبنتًا، وأوصى لرجل بمثل نصيب أحد
بنيه إلا مثل نصيب ابنة أخرى لو كانت، فأقم سهام الفريضة واجعلها
شيئًا ينقسم بين هؤلاء الورثة وبينهم لو كانت معهم ابنةٌ أخرى، فتجدها
ثلاثمائة وستة وثلاثين.

5 فنصيب ابنة لو كانت خمسة وثلاثون، ونصيب ابن ثمانون سهمًا،
فبينهما خمسة وأربعون، وهي الوصية، فزدها على ثلاثمائة وستة
وثلاثين، فيكون ذلك ثلاثمائة واحدًا وثمانين، فذلك سهام المال.

مسألة: فإن ترك ثلاثة بنين، وأوصى لرجل بمثل نصيب أحد بنيه إلا
مثل / نصيب ابنة لو كانت وبثلث ما بقي من الثلث، فقياس ذلك: أن ط - ٧٤
10 تقيم سهام الفريضة على شيء ينقسم بين / هؤلاء الورثة وبينهم لو ب - ٨٦ - ظ
كانت معهم ابنة أخرى، فيكون ذلك واحدًا وعشرين. فلو كانت معهم
بنت أخرى، لكان / لها ثلاثة، ونصيب ابن سبعة، فقد / أوصى له بأربعة ع - ٢٤ - ظ ح - ٣٦ - ظ
أسباع نصيب ابن وثلث ما بقي من الثلث. فخذ ثلثًا، فاطرح منه أربعة
أسباع نصيب ابن، فيبقى ثلث مال إلا أربعة أسباع نصيب ابن، ثم ألق
15 ثلث ما بقي من الثلث وهو تسع مال إلا سبع نصيب وثلث سبع نصيب،
فيبقى تسع مال إلا سبعي نصيب وثلثي سبع نصيب. فزد ذلك على ثلثي
المال، فيكون ثمانية أتساع مالٍ إلا سبعي نصيب وثلثي سبع نصيب،

1 مسألة: ناقصة [ا، ط، ب، ع] / بنتًا: ابنتا [ب، ع] – 2 ابنة: بنت [ا، ط] / لو كانت: لو كانت فاصل الفريضة من ستة للام السدس وما بقى مقسوم على سبعة فاضرب ستة في سبعة باثنين واربعين ثم ضربنا ذلك في ثمانية للوصايا التي اوصى بها [ح] – 3 شيئًا: ناقصة [ب، ع، ح] / ينقسم: تستقيم [ب، ع، ا] ثم كتب ناسخ [ا] فوقها «ينقسم» من نسخة أخرى / ابنة: بنت [ح] / أخرى: ناقصة [ب، ع، ح] – 6 فبينهما: وبينهما [ا، ط] / فزدها: فزد [ب، ع] – 7 فيكون: يكون [ح] / ذلك: ناقصة [ب، ع، ح] / واحدًا: وواحد [ح] / فذلك: وذلك [ب، ع، ح] – 8 مسألة: ناقصة [ا، ط، ب، ع] / بنيه: كتب ناسخ [ا] الكلمة ثم كتب فوقها «البنين» من نسخة أخرى – 9 فقياس: والقياس في [ح] فالقياس في [ب، ع] – 10 ينقسم: يستقيم [ا، ب، ع، ط] / بينهم: بينهم ان [ب، ع] – 12 بنت: ابنة [ب، ع] / أخرى: ناقصة [ب، ع، ح] / لكان: كان [ب، ع، ح] / له: ناقصة [ب، ع، ح] – 13 فاطرح: واطرح [ح] – 14-13 وثلث ... ابن (الأولى): ناقصة [ب، ع] – 14 ابن: ناقصة [ح] / فيبقى: فبقى [ب] / مال: ناقصة [ب، ع، ح] / أربعة: ربعه [ع] / ابن: ناقصة [ب، ع] – 15 ثلث (الأولى): كتب ناسخ [ا] فوقها «ذلك» من نسخة أخرى / مال: المال [ب، ع، ح] – 16 فيبقى: فبقى [ب] / تسع: تسعا [ح] / فزد ذلك على ثلثي: كتب ناسخ [ا] فوقها «فزده على الثلثين» من نسخة أخرى – 16-17 تسع ... فيكون: ناقصة [ب، ع] – 17 فيكون: وذلك [ح] / مال: المال [ب، ح، ع].

وذلك ثمانية أجزاء من واحد وعشرين جزءاً من نصيب تعدل ثلاثة أنصباء. فاجبر ذلك، فيكون ثمانية أتساع مال تعدل ثلاثة أنصباء وثمانية أجزاء من واحد وعشرين جزءاً من نصيب. فتمم مالك، وهو أن تزيد على الثمانية الأتساع مثل ثمنها وعلى الأنصباء مثل ثمنها، فيكون
5 معك مال يعدل ثلاثة أنصباء وخمسة وأربعين جزءاً من ستة وخمسين جزءاً من نصيب./ والنصيب ستة وخمسون، والمال مائتان وثلاثة عشر سهماً، والوصية الأولى اثنان وثلاثون سهماً والثانية ثلاثة عشر سهماً، وبقي مائة وثمانية وستون سهماً لكل ابن ستة وخمسون سهماً. ١ - ٢١ - و

وفي وجه آخر من الوصايا

10 امرأة ماتت وتركت ابنتيها وأمّها وزوجها، وأوصت لرجل بمثل نصيب الأمّ، ولآخر بتسع جميع المال.

قياس / ذلك: أن تقيم سهام الفريضة، فتكون ثلاثة عشر سهماً للأمّ من ذلك سهمان. وأنت تعلم أن الوصية سهمان وتسع جميع المال، فيبقى منه ثمانية أتساع المال إلا سهمين بين / الورثة. فتمم مالك وتمامه أن ح - ٢٧ - و ط - ٧٥
15 تجعل الثمانية الأتساع إلا سهمين ثلاثة عشر سهماً. فتزيد على ذلك سهمين، فيكون خمسة عشر سهماً تعدل ثمانية أتساع مال. ثم تزيد على ذلك ثمنه وعلى خمسة عشر ثمنها، وهو سهم وسبعة أثمان سهم، لصاحب / التسع من ذلك التسع، وهو سهم وسبعة أثمان سهم، وللآخر، ب - ٨٧ - و

2 أنصباء: ايضا [ب] / فاجبر: فتجبر [ب، ع] / مال: ناقصة [ب، ع] – 3 واحد: احد [ا، ط] – 4 الثمانية ... وعلى: ناقصة [ب، ع] / مثل (الأولى): ناقصة [ح] / مثل (الثانية): ناقصة [ب، ع، ح] – 5 معك: ناقصة [ب، ح، ع] / مال: مالا [ح، ع] – 6 نصيب: سهم [ب، ح، ع] / والنصيب: فالنصيب [ب، ع، ح] – 7 الوصية: الوصايا [ح] / ثلاثة: ناقصة [ب] / سهماً: ناقصة [ا، ط، ب، ع] – 8 سهماً: ناقصة [ا، ط، ب، ع] – 9 وفي ... الوصايا: ناقصة وترك فراغًا لها [ب] – 10 ماتت: ناقصة [ب، ع] توفت [ح] / وتركت: تركت [ب، ع] / أمها وزوجها: وزوجها وأمها [ب، ح، ع] – 11 جميع المال: كتب ناسخ [ا] فوقها «مالها» من نسخة أخرى – 12 قياس: فقياس [ح] / الفريضة: المال [ب، ع] – 13 جميع: ناقصة [ب، ع، ح] / فيبقى: فبقى [ب، ع] – 14 منه: ناقصة [ب، ع، ح] / المال: ناقصة [ط] / وتمامه: كتب ناسخ [ا] فوقها «وهو» من نسخة أخرى – 15 ثلاثة: من ثلاثة [ب، ع] – 16 فيكون: يكون [ح] / سهماً: ناقصة [ح] / تعدل: ناقصة [ع] – 17 وعلى خمسة عشر ثمنها: ناقصة [ب، ح، ع] / وسبعة: من سبعة [ح].

الموصى له بمثل نصيب الأم، سهمان، فيبقى ثلاثة عشر سهماً بين الورثة
على سهامهم، وتصحّ من مائة وخمسة وثلاثين سهماً.
فإن أوصت بمثل نصيب الزوج وبثمن المال وعشره، فأقم سهام
الفريضة، فتكون ثلاثة عشر سهماً، ثم زد عليها مثل نصيب الزوج، وهو
5 ثلاثة، فتكون ستة عشر وذلك ما بقي من المال بعد الثمن والعشر وهو
تسعة أجزاء من أربعين سهمًا ؛ والذي يبقى من المال بعد الثمن والعشر /
أحد وثلاثون جزءاً من أربعين جزءاً من مال، وهو يعدل ستة عشر سهماً. ع - ٢٥ - و
فكمل مالك وهو أن تزيد عليه تسعة أجزاء من واحد وثلاثين جزءاً،
فاضرب ستة عشر في واحد وثلاثين، فيكون ذلك أربعمائة وستة
10 وتسعين، فزد عليها تسعة أجزاء من واحد / وثلاثين سهمًا وهي مائة ح - ٣٧ - ظ
وأربعة وأربعون جزءاً، فيكون ذلك ستمائة وأربعين، فألق ثمنها وعشرها،
وهو مائة وأربعة وأربعون، ومثلَ نصيب الزوج وهو ثلاثة وتسعون، فيبقى
أربعمائة وثلاثة، للزوج من ذلك ثلاثة وتسعون، وللأم اثنان وستون،
ولكل بنت مائة وأربعة وعشرون.
15 فإن كانت الفريضة على حالها، وأوصت لرجل بمثل نصيب الزوج إلا
تسع وعشر ما يبقى من المال بعد النصيب، فقياس ذلك : أن تقيم سهام
الفريضة، فتجدها من ثلاثة عشر سهمًا، فالوصية من جميع المال ثلاثة
أسهم، فيبقى مال إلا ثلاثة أسهم، / ثم استثنِ تسع وعشر ما يبقى من ا - ٢١ - ظ
المال، فهو تسع مالٍ وعشره إلا تسع ثلاثة أسهم وعشرها، وذلك تسعة

1 بمثل: مثل [ب، ع] / فيبقى: ويبقى [ب، ح، ع] – 2 تصح: تصحح [ب، ع] – 3 أوصت: اوصى [ب، ح، ع] – 4 فتكون: فتكون ذلك [ح] / سهماً: ناقصة [ح] / مثل: ناقصة [ح] – 5 فتكون: يكون [ح] / وهو: ناقصة [ب، ع] – 6 أجزاء: اسهم [ب، ع، ح] – 7 أحد: واحد [ح] / من مال وهو: ناقصة [ح] / من مال: ناقصة [ب، ع] / يعدل: ناقصة [ب، ع] / سهماً: ناقصة [ب، ع، ح] – 8 أجزاء: اسهم [ب، ح، ع] / واحد: احد [ا، ط] / جزءاً: ناقصة [ب، ع، ح] – 9 واحد: احد [ا، ط، ح] / فيكون: يكون [ح] / ذلك: ناقصة [ب، ح، ع] – 10 تسعين: تسعون [ح] / واحد: احد [ا، ط] / سهماً: منها [ا، ط] / وهي: وهو [ب، ع، ح] – 11-10 مائة و: ناقصة [ح] – 12 وهو: ناقصة [ا، ط، ح] / وأربعة: ناقصة [ب] / أربعون: اربعين [ا، ح، ط] / الزوج: الزوجة [ح] – 13-12 فيبقى ... وتسعون: ناقصة [ح] – 14 بنت: ابنه [ب، ع] – 16 يبقى: بقى [ح] يبقى بعد [ع] / سهام: ناقصة [ب، ع، ح] – 17 فتجدها: فتكون [ب، ع، ح] / من: ناقصة [ب، ع] على [ح] / فالوصية: والوصية [ا، ط] 18 فيبقى: يبقى [ح] فبقي [ب، ع] كتب ناسخ [ا] فوقها «يبقى» من نسخة أخرى / استثن: استثنى [ا، ب، ح، ع] / ما يبقى: ما بقى [ب] – 19 مال: المال [ب، ع، ح] / ثلاثة أسهم وعشرها: وعشر ثلاثة اسهم [ح].

عشر جزءاً من ثلاثين جزءاً من سهم، فيكون ذلك مالاً وتسعًا وعشراً /
إلا ثلاثة أسهم وتسعة عشر جزءاً من ثلاثين جزءاً من سهم تعدل ثلاثة ب - ٢٨ - ظ
عشر سهمًا. فاجبر مالك بثلاثة أسهم وتسعة عشر جزءاً من ثلاثين /
جزءاً من سهم وزده على الثلاثة عشر، فيكون مالاً وتسعًا وعشراً يعدل ط - ٧٦
5 ستة عشر سهمًا وتسعة عشر جزءاً من ثلاثين جزءاً من سهم. فرد ذلك
إلى مال واحد، وهو أن تنقص من ذلك تسعة عشر جزءاً من مائة وتسعة
أجزاء، فيبقى مال يعدل ثلاثة عشر سهمًا وثمانين جزءاً من مائة وتسعة
أجزاء من سهم. فتجعل السهم / مائة وتسعة أجزاء وتضرب الثلاثة عشر ح - ٢٨ - و
في مائة وتسعة أجزاء، وتزيد على ذلك ثمانين جزءاً، فيكون ألفًا
10 وأربعمائة وسبعة وتسعين ونصيب الزوج ثلاثمائة وسبعة وعشرون.

مسألة: فإن ترك أختين وامرأة وأوصى لرجل بمثل نصيب أخت / إلا ع - ٢٥ - ظ
ثمن ما يبقى من المال بعد الوصية، فقياس ذلك: أن تقيم الفريضة من
اثني عشر سهمًا لكل أخت ثلث ما يبقى من المال بعد الوصية؛ فهذا مال
إلا وصية. فأنت تعلم أن ثمن ما يبقى مع الوصية يعدل نصيب أخت،
15 فثمن ما يبقى هو ثمن مال إلا ثمن وصية، وثمن مال إلا ثمن وصية مع
وصية تعدل نصيب أخت، وذلك ثمن مال وسبعة أثمان وصية، فالمال كله
يعدل ثلاثة أثمان مال وثلاث وصايا وخمسة أثمان وصية. فاطرح من
المال ثلاثة أثمانه، فيبقى خمسة أثمان مال تعدل ثلاث وصايا وخمسة
أثمان وصية، فالمال كله يعدل خمس وصايا وأربعة أخماس وصية، فالمال
20 تسعة وعشرون، والوصية خمسة، والنصيب ثمانية.

1 جزءاً (الأولى): ناقصة [ح] / مالاً وتسعًا وعشراً: مال وتسع وعشر [ح] – 2 جزءاً (الثانية): ناقصة [ا، ط] – 3 أسهم: ناقصة [ح] – 4 وزده: وزد [ا، ط] ثم كتب ناسخ [ا] فوقها «فزده» من نسخة أخرى / فيكون: مثلها فيكون [ا، ط] / تسعًا وعشراً: تسع وعشر مال [ح] – 5 جزءاً (الثانية): ناقصة [ح] – 8 من سهم: ناقصة [ح] / الثلاثة: ثلثه [ب، ع] ثلاثة [ح] – 9 أجزاء: ناقصة [ب، ع، ح] / جزءاً: ناقصة [ب، ح، ع] / فيكون: فيكون ذلك [ب، ع، ح] – 10 ونصيب: فنصيب [ح] / وسبعة: وتسعة [ح] – 11 مسألة: ناقصة [ا، ط، ب، ع] / فإن: وان [ح] – 12 ما يبقى: ما بقى [ب، ح] / تقيم: ناقصة [ب، ع، ح] – 13 اثني: اثنا [ح] / سهمًا: ناقصة [ح] / ما يبقى: ما بقى [ب، ح، ع] – 14 ما يبقى: ما بقى [ب، ع] / مع الوصية: والوصية [ب، ع] – 15 هو: وهو [ح] / وثمن: فثمن [ب، ح] – 15-16 مع وصية: كتب فوقها «ووصية» من نسخة أخرى [ا] مع الوصية [ح] وصية [ب] ناقصة [ع] – 16 نصيب ... وصية: نصيبا فثمن مال وسبعة اثمان وصية تعدل نصيب اخت [ب، ع، ح] – 17 مال: ناقصة [ب، ع] – 18 مال: المال [ح] كتب ناسخ [ا] فوقها «المال» من نسخة أخرى – 19 فالمال (الأولى، والثانية): والمال [ح] – 20 والوصية: فالوصية [ح].

وفي وجه آخر من الوصايا

رجل مات وترك أربعة بنين وأوصى / لرجل بمثل نصيب أحد بنيه ب - ٢٩ - و
ولآخر بربع ما يبقى من الثلث.
فاعلم أن الوصية إنما هي من ثلث المال في / هذا النوع. ح - ٢٨ - ظ
5 وقياسه: أن تأخذ ثلث مال، فتلقي منه النصيب، فيبقى ثلث مال / إلا ط - ٧٧
نصيبًا، ثم تنقص منه ربع ما يبقى من الثلث، وهو ربع ثلث إلا ربع
نصيب، فيبقى ربع مال إلا ثلاثة أرباع نصيب، فزد عليه ثلثي المال،
فيكون أحد عشر جزءاً من اثني عشر جزءاً من مال إلا ثلاثة أرباع
نصيب تعدل أربعة أنصباء. فاجبر ذلك بثلاثة أرباع / نصيب، وزد ا - ٢٢ - و
10 الثلاثة الأرباع على الأربعة الأنصباء، فيكون معك أحد عشر جزءاً من
اثني عشر جزءاً من مال يعدل أربعة أنصباء وثلاثة أرباع نصيب. فكمل
مالك وهو أن تزيد على الأربعة الأنصباء والثلاثة أرباع النصيب جزءاً من
أحد عشر جزءاً منها، فيكون ذلك خمسة أنصباء وجزئين من أحد عشر
جزءاً من نصيب تعدل مالاً. فاجعل النصيب أحد عشر، والمال سبعة
15 وخمسين، والثلث تسعة عشر، ثم ترفع من ذلك النصيب أحد عشر،
فيبقى منه ثمانية، للموصى له بربع ما بقي اثنان، وتبقى ستة مردودة على
الثلثين، وهو ثمانية وثلاثون، فيكون أربعة وأربعين بين أربعة بنين،/ لكل ع - ٢٦ - و
ابن أحد عشر سهماً.

1 وفي ... الوصايا: ناقصة وترك فراغًا لها [ب] – 2 مات: توفي [ح] ناقصة [ب، ع] / وترك: ترك [ب، ع] – 3 ما يبقى: ما بقى [ب] – 4 فاعلم: واعلم [ح] / المال: مال [ب، ع] – 5 وقياسه: فقياسه [ح] / منه: ناقصة [ب، ع، ح] – 6 منه: ناقصة [ب، ح، ع] / ما يبقى: ما بقى [ب، ع] / وهو: فيبقى [ب] – 7-6 وهو ... ربع نصيب: ناقصة [ع، ح] – 7 فيبقى: فبقى [ع] فيبقى ثلثه ارباع ثلث وهو [ب] / مال: المال [ب] – 8 اثني: اثنا [ح] – 9 ذلك: مالك [ب، ح، ع] – 9-10 وزد الثلاثة الأرباع: وزدها [ا، ط] ثم كتب ناسخ [ا] فوقها «وزد الثلاثة الأرباع» من نسخة أخرى – 10 الأربعة: ناقصة [ب] / معك: ناقصة [ب، ع، ح] – 10-11 من اثني عشر: ناقصة [ب] / من اثني عشر جزءاً: أثبتها في الهامش مع «صح» [ع] – 11 اثني: اثنا [ع] / جزءاً: ناقصة [ا، ط، ب] – 12 الأنصباء: ناقصة [ب، ع] / الثلاثة: ثلاثة [ح] / أرباع النصيب: الأرباع [ا، ط، ب، ع] – 13 جزءاً منها: ناقصة [ا، ط] سهما [ب، ع] – 14 جزءاً: ناقصة [ا، ط، ب، ع] – 15 ثم: ناقصة [ا، ط، ب، ع] / ترفع: برفع [ط] / من: ناقصة [ا، ط] / النصيب: للنصيب [ب، ع] – 16 منه: ناقصة [ب، ع] / بربع ما بقي: ناقصة [ب، ع] بالربع [ا، ط] / وتبقى: وبقيت [ح] وبقى [ب، ع] / مردودة: مزيده [ح] – 17 وهو: وهما [ح، ط، ا] ثم كتب ناسخ [ا] فوقها «وهو» من نسخة أخرى / فيكون: يكون [ح] / بنين: ناقصة [ح].

مسألة: فإن ترك أربعة بنين، وأوصى لرجل بمثل نصيب ابن إلا خمس
ما يبقى من الثلث بعد النصيب، فالوصية من الثلث. فخذ ثلثًا واطرح /
منه نصيباً، فيبقى ثلثٌ إلا نصيباً، ثم اردد إليه ما استثنى وهو خمس ح - ٢٩ - و
الثلث إلا خمس نصيب، فيكون ثلثًا وخمس ثلث، وذلك خمسان، إلا
5 نصيبًا وخمس نصيب. ثم زد ذلك على ثلثي المال، فيكون مالاً وخمس
ثلث مال إلا نصيبًا وخمس نصيب تعدل أربعة أنصباء./ فاجبر المال ب - ٨٨ - ظ
بنصيب وخمس نصيب وزده على الأربعة الأنصباء، فيكون مالاً وخمس
ثلث مال تعدل خمس أنصباء وخمس نصيب. فاردد ذلك إلى مالٍ واحد،
وهو أن تنقص مما معك نصف ثمنه وهو جزء من ستة عشر، فيصير معك
10 مال يعدل أربعة أنصباء وسبعة أثمان نصيب. فاجعل المال تسعة وثلاثين،
والثلث ثلاثة عشر، والنصيب ثمانية، فيبقى من الثلث خمسة، خُمسها
واحدٌ. فزد عليه الواحد الذي استثناه من الوصية، فتبقى الوصية سبعةً،
ويبقى من الثلث ستة، فزد عليها ثلثي المال، وهو ستة / وعشرون سهماً، ط - ٧٨
فتكون اثنين وثلاثين على أربعة بنين، لكل ابن ثمانية.

15 مسألة: فإن ترك ثلاثة بنين وابنة، وأوصى لرجل من سُبعي ماله بمثل
نصيب ابنته، ولآخر بخمس وسدسِ ما يبقى من السُبعين، فالوصية في
هذا الوجه من سُبعي المال. فخذ سُبعي المال واطرح منه نصيب بنت،
فيبقى سُبعا مال إلا نصيب بنت، فاطرح منه الوصية / الأخرى وهي ح - ٢٩ - ظ

1 مسألة: ناقصة [أ، ط، ب، ع] / وأوصى: فاوصى [ب] / ابن: الابن [ب، ح، ع] - 2 الثلث: كتب ناسخ [أ] فوقها «ثلث المال» من نسخة أخرى / بعد النصيب فالوصية من الثلث: ناقصة [ب] / واطرح: فاطرح [أ، ح] - 3 فيبقى ثلث إلا نصيباً: ناقصة [ب، ح، ع] - 4 إلا خمس: الا خمسي [ب] الا خمس خمسي [ع] / ثلث: الثلث [ب، ع] - 5 ثم ... المال: كتب في الهامش «ثم زد على ذلك ثلثي المال» من نسخة أخرى [أ] / ذلك على: على ذلك [ب، ع، ح] - 5-6 وخمس ثلث: ناقصة [ح] كتب فوقها «وثلث خمس» من نسخة أخرى [أ] - 6 مال: ناقصة [ب، ع، ح] - 7 الأنصباء: الا نصيبًا [ب] للانصباء [ع] - 8 مال: ناقصة [ب، ع] / خمس (الأولى): خمسة [ط، ع] / فاردد ذلك: كتب فوقها «فاردده» من نسخة أخرى [أ] / واحد: ناقصة [ب، ع، ح] - 11 والثلث: والمال [أ] / خمسها: وخمسها [ب، ع] - 12 عليه: عليها [ب، ع] - 13 سهماً: ناقصة [ب، ع] - 14 فتكون: فيبقى [ح] - 15 مسألة: ناقصة [ب، ع، أ، ط] / ابنة: بنتًا [أ، ط] / لرجل: ناقصة [ح] - 16 ابنته: ابنته لرجل [ح] / بخمس وسدس: بسدس وخمس [ب، ع، ح] / السبعين: السبعين بعد النصيب [ح] / في: من [ح] - 17 المال (الثانية): مال [ب، ع، ح] / واطرح: فاطرح [أ، ط، ح] / بنت: كتب فوقها «ابنة» من نسخة أخرى [أ] - 17-18 نصيب ... فاطرح منه: ناقصة [ب، ع] - 18 سبعا: سبعي [ح]

خُمسه وسُدسه، فيبقى سُبع وأربعة أجزاء من خمسة عشر جزءاً من سُبع
إلا تسعة عشر جزءاً من ثلاثين جزءاً من نصيب. فزد على ذلك خمسة
أسباع المال الباقية، فيكون ستة أسباع مال وأربعة أجزاء من خمسة عشر
جزءاً من سبع المال / إلا تسعة عشر جزءاً من ثلاثين جزءاً من نصيب ا - ٢٢ - ظ
5 تعدل سبعة أنصباء. فاجبرها بتسعة عشر جزءاً / وزدها على السبعة ع - ٢٦ - ظ
الأنصباء، فيكون ستة أسباع مال وأربعة أجزاء من خمسة عشر جزءاً من
سُبع مال تعدل سبعة أنصباء وتسعة عشر جزءاً من ثلاثين جزءاً من
نصيب. فكمل مالك، وهو أن تزيد على كل ما معك أحد عشر جزءاً من
أربعة وتسعين جزءاً، فيكون معك مال يعدل ثمانية أنصباء وتسعة
10 وتسعين جزءاً من مائة وثمانية وثمانين / جزءاً من نصيب. فاجعل المال ب - ٨٩ - و
كله ألفاً وستمائة وثلاثة، والنصيب مائة وثمانية وثمانين. ثم خذ سبعي
المال وهو أربعمائة وثمانية وخمسون، فاطرح منه النصيب، وهو مائة
وثمانية وثمانون، فتبقي مائتان وسبعون، فاطرح خُمس ذلك وسُدسه،
تسعة وتسعين سهمًا، فتبقي مائة وأحد وسبعون / سهمًا. فزد عليه ط - ٧٩
15 خمسة أسباع المال، وهو ألف ومائة وخمسة وأربعون، فيكون ألفًا
وثلاثمائة وستة عشر / سهماً بين سبعة أسهم، لكل سهم مائة وثمانية ح - ٤٠ - و
وثمانون سهماً وهو نصيب البنت وللابن ضعف ذلك.

فإن كانت الفريضة على حالها، وأوصى من خمسي ماله بمثل نصيب
البنت، ولآخر بربع وخُمس ما يبقى من الخُمسين بعد النصيب، فقياس
20 ذلك: أن الوصية من الخُمسين، فتأخذ خُمسي مال، فتلقي منه النصيب،
فيبقى خُمسا مال إلا نصيباً. ثم تلقي منه رُبع وخُمس ما يبقى، وهو تسعة
أجزاء من عشرين جزءاً من الخُمسين إلا مثل ذلك من النصيب، فيبقى

1 سبع (الأولى): سبعة [ب، ع] – 2 على ذلك: ذلك على [ط] على ذلك على [ح] أثبت «على» في الهامش مع «صح أصل» [ا] – 3 أسباع (الثانية): اتساع [ع] / مال: ناقصة [ب، ع، ح] – 4 جزءاً: ناقصة [ا، ط] / المال: ناقصة [ب، ح، ع] / تسعة: سبعة [ع، ح] / جزءاً (الثانية): اجزا [ب] – 5 السبعة: التسعة [ح] – 6 الأنصباء: ناقصة [ب، ع، ح] / أسباع: اتساع [ب، ع، ح] – 8 ما: شيء [ح] – 7-9 من ثلاثين ... وتسعين جزءاً: ناقصة [ب، ع] – 11 وثلاثة: ناقصة [ب] – 12 وثمانية ... مائة: ناقصة [ب، ع] – 13 فتبقي: ويبقى [ا، ط] يبقى [ح] فبقي [ب] – 14 تسعة: وهو تسعة [ح] / تسعين: تسعون [ح] / فتبقي: يبقى [ح] / مائة: ثلثه [ع] / فزد: فاردد [ب، ع] – 16 بين: من [ع] / سبعة: سبعة عشر [ع] – 17 سهمًا: ناقصة [ح] / البنت: الابنه [ب، ع] – 19 البنت: الابنه [ب، ع] / لآخر: للاخرين [ب، ع] / بربع: بربع [ب] / ما يبقى: ما بقى [ب] / فقياس: قياس [ع] – 21 منه: ناقصة [ب، ع، ح] / تسعة: سبعة [ح].

خمس وعشر الخمس إلا أحد عشر جزءاً من عشرين جزءاً من نصيب.
فزد عليه ثلاثة أخماس المال، فيكون ذلك أربعة أخماس وعشر خمس
مال إلا أحد عشر جزءاً من عشرين جزءاً من نصيب تعدل سبعة أنصباء.
فاجبر ذلك بأحد عشر جزءاً من عشرين جزءاً من نصيب، وزدها على
5 السبعة، فيكون ذلك يعدل سبعة أنصباء وأحد عشر جزءاً من عشرين
جزءاً من نصيب. فتمم مالك، وهو أن تزيد على كل ما معك تسعة أجزاء
من واحد وأربعين جزءاً، فيكون معك مال يعدل تسعة أنصباء وسبعة عشر
جزءاً من اثنين وثمانين جزءاً من نصيب. فاجعل النصيب اثنين وثمانين
جزءاً / فتكون السهام سبعمائة وخمسة / وخمسين، فالخمسان / من (ب - ٨٩ - ظ) (ط - ٨٠)
10 ذلك ثلاثمائة واثنان. ثم ارفع النصيب من ذلك / وهو / اثنان وثمانون، (ع - ٢٧ - و) (ح - ١٠ - ظ) (ا - ٢٢ - و)
فيبقى مائتان وعشرون، ثم ارفع من ذلك الربع والخمس تسعة وتسعين
سهماً، فيبقى مائة وأحد وعشرون. فزد عليها ثلاثة أخماس المال، وهو
أربعمائة وثلاثة وخمسون، فيكون خمسمائة وأربعة وسبعين بين سبعة
أنصباء، لكل نصيب اثنان وثمانون، وهو نصيب البنت، وللابن ضعف
15 ذلك.

فإن كانت الفريضة على حالها، وأوصى لرجل بمثل نصيب الابن إلا
ربع وخُمس ما يبقى من الخمسين بعد النصيب، فالوصية من الخمسين،
ترفع من ذلك نصيبين، لأن للابن سهمين، فيبقى خمسا مال إلا نصيبين،
وزد ما استثنى عليه، وهو ربع الخمسين وخمسها إلا تسعة أعشار
20 نصيب، فيكون خمسي مال وتسعة أعشار خمس مال إلا نصيبين وتسعة

1 الخمس: خمس [ح] – 2 فيكون: يكون [ح] / وعشر خمس: وخمس عشر [ب] خمس وعشر [ع] وعشر وخمس [ح] – 3 مال: جميع المال [ب، ع] / جزءاً (الثانية): ناقصة [ب] – 4 من نصيب: ناقصة [ب، ع، ح] – 6 وهو: وتمامه [ب، ع، ح] / كل: ناقصة [ح] – 7 واحد: احد [ح، ا، ط] / سبعة عشر: سبعة انصبا عشر [ب] – 8 جزءاً (الأولى): ناقصة [ح] – 9 جزءاً: ناقصة [ب، ح، ع] / سبعمائة: تسعمائة [ب] / فالخمسان: والخمسان [ا، ط] – 11 وتسعين: وخمسين [ب] – 12 وأحد: وواحد [ح] / عليها: عليه [ب، ع] – 14 أنصباء: اسهم [ا، ط] ناقصة [ب، ع، ح] / نصيب: سهم [ا، ط، ب، ع] / اثنان وثمانون: اثنين وثمانين [ح] / البنت: الابنه [ب، ع] / للابن: الابن [ح] للابنه [ب] – 16 الابن: ابن [ح] – 17 ما يبقى: ما بقى [ب، ع] – 18 ترفع: برفع [ب] / نصيبين: نصيبان [ب، ع] / لأن: ناقصة [ح] / للابن: ناقصة [ب] – 19 عليه: ناقصة [ب، ع، ح] / ربع الخمسين وخمسها: ربع وخمس الخمسين [ح] / تسعة: سبعة [ع] – 20 خمسي: خمسا خمسى [ع] / خمس مال: الخمس [ب، ع، ح] كتب ناسخ [ا] فوقها «الخمس» من نسخة أخرى [ا].

أعشار نصيب. فزد على ذلك ثلاثة أخماس المال، فيكون مالاً وتسعة
أعشار خمس مال إلا نصيبين / وتسعة أعشار نصيب تعدل سبعة ط - ٨١
أنصباء. فاجبر ذلك بنصيبين وتسعة أعشار نصيب وزدها على الأنصباء،
فيكون معك مال وتسعة أعشار خمس مال تعدل تسعة أنصباء وتسعة
5 أعشار نصيب. فاردد ذلك إلى مال تام، وهو أن تنقص مما معك تسعة
أجزاء من تسعة وخمسين / جزءاً، فيبقى مال يعدل ثمانية أنصباء ح - ٤١ - و
وثلاثة وعشرين جزءاً من تسعة وخمسين جزءاً من نصيب. فالنصيب
تسعة وخمسون سهماً، وتكون سهام الفريضة أربعمائة وخمسة وتسعين
سهماً، والخمسان من ذلك مائة وثمانية وتسعون سهماً. فارفع / من ب - ٩٠ - و
10 ذلك النصيبين مائة وثمانية عشر سهماً، فيبقى ثمانون سهماً، يرجع منه
المستثنى وهو ربع الثمانين وخمسها، ستة وثلاثون سهماً، فيبقى للموصى
له اثنان وثمانون سهماً، ترفع من سهام الفريضة، وهي أربعمائة وخمسة
وتسعون سهماً، فيبقى أربعمائة وثلاثة عشر سهماً بين سبعة أنصباء،
لكل بنت تسعة وخمسون، وللابن مثلا ذلك.

15 مسألة: فإن ترك ابنين وابنتين، وأوصى لرجل بمثل نصيب بنت إلا
خمس ما يبقى من الثلث بعد النصيب، ولآخر بمثل نصيب بنت / أخرى ع - ٢٧ - ظ
إلا ثلث ما يبقى من الثلث بعد ذلك كله، وأوصى لرجل آخر بنصف
سدس جميع المال. / فإن هذه الوصايا كلها من الثلث. فتأخذ ثلث مال، ط - ٨٢
فتلقي منه نصيب بنت، فيبقى ثلث مال إلا نصيباً. ثم تزيد على ذلك ما
20 استثني، وهو خمس الثلث إلا خمس نصيب، فيكون / ذلك ثلثاً وخمس ا - ٢٢ - ظ

1 نصيب: خمس نصيب [ح] – 2 نصيبين: نصيب [ع] – 2-3 تعدل ... نصيب: أثبتها في الهامش [ع] – 3 ذلك: ناقصة [ع] – 4 تسعة (الثانية): سبعة [ع] – 5 تام: واحد [ط] كتب ناسخ [ا] فوقها «واحد» من نسخة أخرى – 8 سهمًا: منها [ب، ع] جزءا [ا، ط] ثم كتب ناسخ [ا] فوقها «سهماً» من نسخة أخرى / وتكون: فيكون [ب، ع] – 9 سهمًا: منهما [ب] / والخمسان: الخمسان [ب، ع، ح] / مائة ... سهمًا: وتسعون سهما وثمانية [ب] / فارفع: فالربع [ب، ع] – 9-10 فارفع ... عشر سهماً: ناقصة [ح] – 10 فيبقى: يبقى [ا، ط، ح] – 11 الثمانين: ثمانين [ح] / سهمًا: ناقصة [ح] – 12 ترفع: كتب ناسخ [ا] فوقها «ترفعها» من نسخة أخرى / من: من ذلك [ب، ع] / وهي: وهو [ا، ح] ثم كتب ناسخ [ا] فوقها «وهي» من نسخة أخرى – 13 سهماً: ناقصة [ح] / أربعمائة وثلاثة عشر: ثلاثة عشر وأربعمائة [ح] / سهمًا: ناقصة [ح] / بين: من [ح] – 14 وخمسون: وخمسون سهمًا [ح] / مثلا: مثل [ا] ضعف [ط] – 15 مسألة: ناقصة [ا، ط، ب، ع] – 16 يبقى: بقى [ب، ع] – 18 فتأخذ: فالتاخذ [ب] – 19 بنت: ابنة [ب، ع].

ثلث إلا نصيبًا وخمس نصيب، ثم تلقي من ذلك نصيب بنت أخرى،
فيبقى ثلث وخمس ثلث إلا نصيبين وخمس نصيب. ثم تزيد على ذلك ما
استثنى،/ فيكون ثلثاً وثلاثة أخماس ثلث إلا نصيبين وأربعة عشر جزءاً ح - ٤١ - ظ
من خمسة عشر جزءاً من نصيب. ثم تلقي من ذلك نصف سدس جميع
5 المال، فيبقى سبعة وعشرون جزءاً من ستين من مال إلا ما تنقص من
الأنصباء. فزد على ذلك ثلثي المال، واجبره بما نقص من الأنصباء، وزدها
على الأنصباء، فيكون معك مال وسبعة أجزاء من ستين جزءاً من مال
تعدل ثمانية أنصباء وأربعة عشر جزءاً من خمسة عشر جزءاً من نصيب.
فاردد ذلك إلى مال واحد، وهو أن تنقص مما معك سبعة أجزاء من سبعة
10 وستين جزءاً منه، فيكون / النصيب مائتين وواحداً، ويصير المال كله ألفاً ب - ٩٠ - ظ
وستمائة وثمانية.

فإن كانت الفريضة على حالها، وأوصى بمثل نصيب بنت وبخمس ما
يبقى من الثلث بعد النصيب وبمثل نصيب بنت أخرى وبثلث ما يبقى من
الربع بعد نصيب واحد، فقياس ذلك: أن الوصيتين من الربع ومن الثلث.
15 فتأخذ ثلث مال، فتلقي منه نصيبًا، فيبقى ثلث مال إلا نصيبًا. ثم تلقي
خمس ما يبقي وهو خمس ثلث إلا خمس نصيب، فيبقى أربعة أخماس
ثلث إلا أربعة أخماس نصيب. ثم تأخذ أيضًا ربع مال، فتلقي منه نصيباً،
فيبقى معك ربع مال / غير نصيب./ ثم تلقي ثلث ما يبقى منه، فيبقى ط - ٨٣ / ح - ٤٢ - و
ثلثا ربع إلا ثلثي نصيب. فتزيد ذلك على ما بقي من الثلث، فيكون ذلك
20 ستة وعشرين جزءاً من ستين جزءاً من مال غير نصيب وثمانية وعشرين

1 وخمس نصيب: وخمسا [ب، ع، ح] / ذلك: ذلك ايضا [ب، ع، ح] / بنت: ابنة [ب، ع] - 2 فيبقى: فيكون [ب، ع، ح] / ثلث وخمس ثلث: ناقصة [ب، ع] / ثلث (الأولى): ثلثا [ح] / خمس (الثانية): خمسي [ح] / على ذلك: ناقصة [ب، ع، ح] - 3 ثلث: ثلث الا ثلاثة انصبا وخمس نصيب فالق من ذلك نصف سدسه فيكون [ح] - 4 جميع: ناقصة [ب، ع، ح] - 5 المال: المال وهو ربع ثلث (ثلث: الثلث [ب، ع]) فيبقى ثلث وسبعه اجزا من عشرين جزا من ثلث [ب، ع، ح] / فيبقى ... من مال: ناقصة [ب، ع، ح] / تنقص: نقص [ح] - 6 فزد ... من الأنصباء: ناقصة [ب، ع] - 7 من مال: ناقصة [ب، ع] - 9 سبعة (الثانية): تسعه [ع] - 10 جزءاً: ناقصة [ا، ط] / ويصير: يصير [ب، ع] - 12 بنت: ابنه [ب، ع، ح] - 13 بعد النصيب: ناقصة [ب، ع، ح] / بنت: ابنة [ب، ع، ح] / أخرى: اجزا [ح] / ما يبقى: ما بقى [ب، ع] - 14 واحد: واحدة [ح] / فقياس: قياس [ح] - 15 مال (الثانية): ناقصة [ب، ع] - 16 وهو ... إلا خمس نصيب: ناقصة [ب، ع، ح] - 17 إلا أربعة: الاربعة [ع] - 18 معك: ناقصة [ب، ع، ح] / مال: ناقصة [ب، ع] / منه: كتب ناسخ [ا] فوقها «من الربع» من نسخة أخرى - 19 ما بقي: ما يبقى [ا، ط] - 20 وعشرين: وعشرون [ب] / جزءاً (الثانية): ناقصة [ح] / مال: كتب فوق السطر «نصيبا وسبعه أجزاء من ١٥ من نصيب» من نسخة أخرى [ا].

جزءاً من ستين جزءاً من نصيب. ثم زد على ذلك ما بقي من المال بعد
أخذك منه الثلث والربع وهو ربعٌ وسدسٌ، فيكون ذلك سبعة عشر جزءاً
من عشرين جزءاً من مال إلا نصيباً وثمانية وعشرين جزءاً من ستين
جزءاً من نصيب تعادل ستة أنصباء. فاجبر ذلك بما نقص وزد على
5 الأنصباء، فصار سبعة عشر ‹جزءاً› من عشرين ‹جزءاً› من مال تعدل
سبعة أنصباء وسبعة أجزاء من خمسة عشر جزءاً من نصيب. فتمم مالك
وهو أن تزيد على ما معك من الأنصباء ثلاثة أجزاء / من سبعة عشر ع-٢٨-و
جزءاً، فيكون معك مال يعدل ثمانية أنصباء ومائة وعشرين جزءاً من
مائة وثلاثة وخمسين جزءاً من نصيب. فاجعل النصيب مائة وثلاثة
10 وخمسين، فيكون المال ألفاً وثلاثمائة وأربعة وأربعين، والوصية من الثلث
بعد النصيب تسعة وخمسون، والوصية من الربع بعد النصيب أحد
وستون.

مسألة: فإن ترك ستة بنين، وأوصى لرجل / بمثل نصيب ابن وبخمس ا-٢٤-و
ما يبقى من الربع، ولرجل آخر بمثل نصيب / ابن آخر إلا ربع ما يبقى من ح-١٢-ظ
15 الثلث بعد الوصيتين الأوليتين والنصيب الآخر، فإن قياسه: أن تلقي / من ب-٩١-و
ربع مال نصيباً، فيبقى ربعٌ غير نصيب. ثم تلقي خمس ما يبقى من الربع،
وهو نصف عشر المال إلا خمس نصيب. ثم ترجع إلى الثلث، فتلقي منه
نصف عشر المال وأربعة أخماس نصيب، ونصيباً آخر، فيبقى ثلثٌ إلا
نصف عشر المال وإلا نصيباً وأربعة أخماس نصيب. فزد على ذلك ربع /

1 من ستين جزءاً: ناقصة [ب] – 2 منه الثلث: الثلث منه [ب] / وسدس: سدس [ب، ع] – 3 من مال: ناقصة [ب، ع] – 3-5 إلا نصيباً ... من مال: ناقصة [ا، ط، ب، ع] – 4 من نصيب: مكررة [ح] / تعادل: بقى [ح] / أنصباء: أيضا [ح] – 7 ثلاثة أجزاء: ثلاثة عشر [ح] – 8 ومائة: ناقصة [ب] – 9 مائة: مائة وثلثين [ب] – 10-12 والوصية ... وستون: والوصية من الربع احد وستون والوصية من الثلث تسعة وخمسون [ب، ع] – 11 تسعة: سبعة [ط، ب] / بعد النصيب: ناقصة [ح] – 11-12 أحد وستون: واحد وستون سهماً [ح] – 13 مسألة: ناقصة [ا، ط، ب، ع] / لرجل: ناقصة [ب، ع، ح] / بمثل: بثلث [ع] – 13-14 ابن ... ابن: ناقصة [ب] – 14 يبقى: بقى [ع] / الربع: الربع بعد النصيب [ح] / ابن: ناقصة [ع] – 15 والنصيب: فالنصيب [ب، ع] / فإن قياسه: فقياسه [ح] – 16 ربع (الثانية): ربع مال [ح] – 18 ونصيباً: «ثم» وكتب في الهامش «تلقي الوصية الثالثة وهو» [ح] – 19 المال: مال [ط].

ما بقي، وهو الذي استثناه. فاجعل الثلث ثمانين. فإذا رفعت نصف عشر ط - ٨٤
المال، بقي منه ثمانية وستون إلا نصيباً وأربعة أخماس نصيب. فزد على
ذلك ربعه وهو سبعة عشر سهماً إلا ربع ما ينقص من الأنصباء، فيكون
ذلك خمسة وثمانين إلا نصيبين وربع نصيب. فزد ذلك على ثلثي المال
5 وهو مائة وستون، فيكون معك مالٌ وسدس ثمن مال إلا نصيبين وربعًا
تعدل ستة أنصباء. فاجبر ذلك بما نقص منه وزده على الأنصباء، فيكون
مالاً وسدس ثمنْ مال تعدل ثمانية أنصباء وربع نصيب. فاردد ذلك إلى
مال واحد، وهو أن تنقص من الأنصباء جزءاً من تسعة وأربعين جزءاً من
جميعها، فيكون معك مال يعدل ثمانية أنصباء وأربعة أجزاء من تسعة
10 وأربعين جزءاً من / نصيب. فاجعل النصيب تسعة وأربعين، فيكون المال ح - ٤٢ - و
ثلاثمائة وستة وتسعين، والنصيب تسعة وأربعون، والوصية من الربع
عشرة، والمستثنى من النصيب الثاني ستة، فافهم ذلك.

باب الوصية بالدرهم

مسألة: رجل مات وترك أربعة بنين، وأوصى لرجل بمثل نصيب
15 أحدهم، وبربع ما بقي من الثلث ودرهم.

فقياس ذلك: أن تأخذ ثلث مال، فتلقي منه نصيبًا، فيبقى ثلث إلا
نصيبًا، ثم تلقي ربع ما يبقى معك وهو ربع ثلث إلا ربع نصيب، وتلقي

1 بقي: يبقى [ا، ط] / فإذا: فلما [ح] – 2 نصيب: ناقصة [ب، ع، ح] – 3 ربعه: لربعه [ح] – 4 ذلك على: على ذلك [ب، ع، ح] – 7-5 إلا نصيبين ... ثمن مال: ناقصة [ب، ع] – 7 ثمن: ناقصة [ح] / فاردد: فارد [ا] – 9 معك: ناقصة [ا، ط، ح] / مال: مالا [ط] مال [ا، ح] – 11 والنصيب تسعة وأربعون: ويصير النصيب تسعة واربعين [ب، ع، ح] – 12 فافهم ذلك: ناقصة [ب، ع، ح] – 13 باب الوصية بالدرهم: ناقصة [ب، ع] / الوصية: الوصايا [ح] – 14 مسألة: ناقصة [ا، ط، ب، ع] / رجل: ناقصة [ب، ع] / لرجل: ناقصة [ح] – 15 أحدهم: احد بنيه [ب، ع، ح] / وبربع: وربع [ب، ع] / ما بقي: ما يبقى [ب، ع، ح] / ودرهم: كتب ناسخ [ا] فوقها «وبدرهم» من نسخة أخرى – 16 فقياس: ناقصة [ع] / ثلث (الثانية): ثلث مال [ح] – 17 ما يبقى: ما بقى [ح].

أيضًا درهمًا، فيبقى معك ثلاثة أرباع ثلث مال، وهو ربع المال إلا ثلاثة
أرباع نصيب وإلا درهمًا، / فتزيد ذلك على ثلثي المال، فيكون معك أحد (ب - ٩١ - ظ)
عشر جزءًا من اثني عشر من مال إلا ثلاثة أرباع نصيب وإلا درهمًا
تعدل أربعة أنصباء ./ فاجبر ذلك بثلاثة أرباع نصيب وبدرهم، فيكون (ع - ٢٨ - ظ)
5 أحد عشر جزءًا من اثني عشر جزءًا من مال يعدل أربعة أنصباء وثلاثة
أرباع نصيب / ودرهمًا. فكمل مالك وهو أن تزيد على / الأنصباء (ط - ٨٥) (ح - ٤٢ - ظ)
والدرهم جزءًا من أحد عشر جزءًا منها، فيكون معك / مالٌ يعدل خمسة (أ - ٢٤ - ظ)
أنصباء وجزئين من أحد عشر جزءًا من نصيب ودرهمًا وجزءًا من أحد
عشر من درهم.

10 فإن أردت أن تخرج الدرهم صحيحًا، فلا تكمل مالك، ولكن اطرح
من الأحد عشر واحدًا بالدرهم. واقسم العشرة الباقية على الأنصباء وهي
أربعة وثلاثة أرباع نصيب، فيكون القسم اثنين وجزئين من تسعة عشر
جزءًا من درهم، فاجعل المال اثني عشر، والنصيب سهمين وجزئين من
تسعة عشر جزءًا. وإن أردت أن تخرج النصيب صحيحًا، فتمم مالك
15 واجبره، فيكون الدرهم أحد عشر من المال.

مسألة: فإن ترك خمسة بنين، وأوصى لرجل بمثل نصيب أحدهم
وبثلث ما يبقى من الثلث وبدرهم و⟨لآخر⟩ بربع ما يبقى بعد ذلك من
الثلث وبدرهم، فخذ ثلثًا، فألق منه نصيبًا، فيبقى ثلثٌ إلا نصيبًا. ثم ألق

1 درهمًا: درهم [ب، ع] / المال: ناقصة [ب، ع] مال [ح] – 2 فتزيد: تزيد [ب، ع، ح] / معك: ناقصة [ب، ع، ح] – 3 اثني: اثنا [ح] / عشر: عشر جزا [ب، ع، ح] – 2-3 فتزيد ... وإلا درهمًا: مكررة [ح] – 4 أربعة: اربعة تزيد [ح] / وبدرهم: ودرهم [ب، ع] / فيكون: فيبقى [ب، ع، ح] – 5 جزءًا (الثانية): ناقصة [أ، ط] / مال: مال الا ثلثه ارباع نصيب [ع] – 6 فكمل: فاجبر [ب، ع، ح] – 7 عشر: عشر جزا [ح] – 10 فإن: فاذا [ب، ع، ح] / اطرح: اخرج [ح] – 11 واحدًا بالدرهم: واحدا [ب، ع] جزا [ح] / على الأنصباء: كتب فوقها «اربعة انصباء» من نسخة أخرى [أ] – 11-12 الأنصباء وهي أربعة: الاربعة الانصباء [ب، ع] اربعة انصباء [ح] – 12 فيكون: يكن [ح] / جزئين: جزءا [أ، ط] / عشر: عشرا [أ] – 13 من درهم: ناقصة [ب، ع، ح] / من: ناقصة [ب] – 13-14 فاجعل ... عشر: أثبتها في الهامش مع «صح» [ح] – 14 جزءًا: ناقصة [ح] / وإن أردت: ناقصة وترك فراغًا لها [ع] / إن: اذا [ح] – 16 مسألة: ناقصة [أ، ط، ب، ع] / لرجل: ناقصة [ب، ع، ح] – 17 يبقى: بقى [ح] / وبدرهم: ودرهم [ب، ع، ح] / وبربع: وربع [ع، ح] – 18 وبدرهم: والدرهم [ح] ودرهم [ب، ع] / فخذ: خذ [ح] / فألق: فاطرح [ح] / ثلث: ثلث مال [ح].

ثلث ما يبقى معك وهو ثلث الثلث إلا ثلث نصيب. ثم ألق مما يبقى
درهمًا، فيبقى معك ثلثا الثلث إلا ثلثي نصيب وإلا درهمًا. ثم ألق مما
يبقى معك ربعه، وهو سهم من ستة أسهم من الثلث إلا سدس نصيب وإلا
ربع درهم، ثم ألق درهمًا آخر، فيبقى معك نصف الثلث إلا نصف نصيب
5 وإلا درهمًا وثلاثة أرباع درهم. فزد على ذلك ثلثي المال، فيكون خمسة
أسداس مال إلا نصف / نصيب وإلا درهمًا / وثلاثة أرباع درهم تعدل   ب - ٩٢ - و / ح - ٤٤ - و
خمسة أنصباء. فاجبر ذلك بنصف نصيب وبدرهم / وثلاثة أرباع درهم   ط - ٨٦
وزدها على الأنصباء، فيكون معك خمسة أسداس مال تعدل خمسة
أنصباء ونصف نصيب ودرهمًا وثلاثة أرباع درهم. فكمل مالك، وهو أن
10 تزيد على الأنصباء والدرهم والثلاثة الأرباع، مثل خمسها، فيكون معك
مال يعدل ستة أنصباء وثلاثة أخماس نصيب ودرهمين وعُشر درهم.
فاجعل النصيب عشرة والدرهم عشرة، فيكون المال سبعة وثمانين سهمًا.

وإن أردت أن تخرج الدرهم درهمًا صحيحًا، فخذ الثلث فاطرح منه
نصيبًا، فيكون ثلثًا إلا نصيبًا. واجعل الثلث سبعة ونصفًا، ثم ألق ثلث ما
15 معك وهو ثلث الثلث <إلا ثلث النصيب>، فيبقى معك ثلثا الثلث إلا ثلثي
نصيب، وهو خمسة دراهم إلا ثلثي نصيب. / فألق واحدًا بالدرهم، فيبقى   ع - ٢٩ - و
معك أربعة دراهم إلا ثلثي نصيب، ثم ألق ربع ما معك، وهو سهم إلا
سدس نصيب، فيبقى معك ثلاثة أسهم إلا نصف نصيب. وألق سهمًا
بالدرهم، فيبقى معك سهمان إلا نصف نصيب. فزد// ذلك على ثلثي   ا - ٢٥ - و
20 المال، وهو خمسة عشر، فيكون سبعة عشر إلا نصف نصيب تعدل   ح - ٤٤ - ظ

1 ثلث (الأولى): ناقصة [ا، ط، ب] / إلا ثلث: غير ثلث [ح] / مما: ناقصة [ب، ع] / يبقى: ناقصة [ب، ع] يبقى معك [ح] بقى [ا، ط] ثم كتب ناسخ [ا] فوقها «يبقى» من نسخة أخرى – 3 يبقى: ناقصة [ا، ط] بقى [ح] / معك: ناقصة [ح] – 4 ثم ألق: فالق منها [ب، ع] والق [ح] / فيبقى: يبقى [ا، ط] – 5-6 فزد على ... درهم: مكررة [ح] – 5 فيكون: فيبقى [ب، ع، ح] – 6 مال: المال [ح] – 7 بدرهم: درهم [ب، ع] – 9 ونصف نصيب: كتب ناسخ [ا] فوقها «ونصفا» من نسخة أخرى – 10 والثلاثة الأرباع: وثلثه ارباع الدرهم [ب، ع] والثلاثة الأرباع الدرهم [ح] – 11 نصيب: ناقصة [ب، ع، ح] / وعشر: وعشره [ع] / درهم: دراهم [ع] – 12 عشرة (الثانية): عشرة اسهم [ب، ع، ح] – 13 وإن: فان [ح] / درهمًا: ناقصة [ح] – 14 فيكون: يكون [ح] / فيكون ثلثًا إلا نصيبًا: ناقصة [ب] – 16 دراهم: ناقصة [ب، ع، ح] / فألق: والق [ب، ع] – 17 معك: ناقصة [ح] / دراهم: ناقصة [ح] / دراهم إلا ثلثي نصيب: ناقصة [ب، ع] / سهم: سهمان [ع] – 18 فيبقى... نصيب: ناقصة [ا، ط] / نصيب: ناقصة [ب، ع] – 19 نصيب: سهم [ب، ع] / ذلك على: على ذلك [ب، ع، ح].

خمسة أنصباء، فاجبر ذلك بنصف نصيب، وزده على الخمسة، فيكون سبعة عشر سهمًا تعدل خمسة أنصباء ونصفًا. فاقسم سبعة عشر على خمسة أنصباء، ونصف نصيب، فما بلغ فهو القسم وهو النصيب، وهو ثلاثة وجزءٌ من أحد عشر من سهم، والثلث سبعة ونصف.

5 مسألة: فإن ترك أربعة بنين، وأوصى لرجل بمثل نصيب أحد بنيه إلا ربع ما يبقى من الثلث بعد النصيب وبدرهم، ولآخر بثلث ما / يبقى من الثلث وبدرهم، فإن الوصية من الثلث، فخذ ثلث مال، فألق منه نصيبًا، فيبقى ثلث إلا نصيبًا، ثم زد على / ما معك ربعه، فيكون ثلثًا وربع ثلث إلا نصيبًا وربع نصيب، وألق درهمًا، فيبقى ثلث وربع ثلث إلا درهمًا وإلا 10 نصيبًا وربع نصيب. ثم ألق ثلث ما يبقى معك للوصية الثانية، فيبقى معك من الثلث خمسة أسهم من ستة أسهم من ثلث مال إلا ثلثي درهم وإلا خمسة أسداس نصيب. ثم ألق درهمًا آخر، فيبقى معك من الثلث خمسة أسهم من ثمانية عشر سهمًا من مال إلا درهمًا وثلثي درهم وإلا خمسة أسداس نصيب. فزد على ذلك ثلثي المال، فيكون معك سبعة عشر سهمًا 15 من ثمانية عشر سهمًا من مال إلا درهمًا وثلثي درهم وإلا خمسة أسداس نصيب تعدل أربعة أنصباء، فاجبر ذلك بما نقص وزد / مثله على الأنصباء، فيكون سبعة عشر سهمًا من ثمانية عشر من مال تعدل أربعة أنصباء وخمسة أسداس نصيب ودرهمًا وثلثي درهم.

ب - ٩٢ - ظ

ط - ٨٧

ح - ٤٥ - و

1 أنصباء: بنين [ع] – 2 أنصباء: ناقصة [ب، ع، ح] / نصفًا: نصف [ب، ع] / سبعة عشر (الثانية): سبعه [ا، ط] – 3 أنصباء: ناقصة [ب، ع، ح] / نصيب: ناقصة [ب، ع، ح] / وهو النصيب وهو: ناقصة [ب] / النصيب: نصيب [ح، ع] / وهو: وهم [ع] – 4 سهم: درهم [ا، ط]، ثم كتب فوقها «سهم» من نسخة أخرى [ا] – 5 مسألة: ناقصة [ا، ب، ط، ع] / فإن ترك: ناقصة، وترك فراغًا لها [ع] – 6 بعد النصيب: ناقصة [ب، ع، ح] / بدرهم: درهم [ب، ع، ح] / ما: مكررة [ب] / يبقى: بقى [ا] ثم كتب فوقها «يبقى» من نسخة أخرى – 7 بدرهم: درهم [ب، ع، ح] / ثلث: كتب ناسخ [ا] فوقها «ثلثا» من نسخة أخرى – 9 وربع نصيب: وربعا [ب، ع] / ثلث (الأولى): ثلثا [ح] – 10 وربع نصيب: وربعا [ب، ع، ح] / يبقى: بقى [ا، ط] ثم كتب ناسخ [ا] فوقها «يبقى» من نسخة أخرى/ للوصية: من الوصية [ا، ط] – 11 أسهم (الثانية): ناقصة [ب، ع] – 11-13 ستة ... أسهم من: ناقصة [ح] – 12 نصيب: من نصيب [ب، ع] / من الثلث: ناقصة [ا، ط] – 14-16 فزد على ... نصيب: ناقصة [ع] – 14 ثلثي المال: ثلثين [ب] – 16 نقص: ينقص [ب، ع، ح] – 17 عشر (الثانية): عشر سهما [ب، ع].

فكمل مالك وهو أن تزيد على الأربعة الأنصباء والخمسة الأسداس والدرهم وثلثي الدرهم، جزءاً من سبعة عشر من كل جنس، فيكون معك مال يعدل خمسة أنصباء وجزئين من سبعة عشر جزءاً من نصيب ودرهماً وثلاثة عشر جزءاً من سبعة عشر جزءاً من درهم. فاجعل النصيب سبعة 5 عشر سهماً، والدرهم سبعة عشر، فيكون المال مائة وسبعة عشر.

وإن أردت أن تخرج الدرهم صحيحًا، فاعمل به كما وصفت لك، إن شاء الله تعالى.

مسألة: فإن ترك ثلاثة بنين وابنتين، وأوصى لرجل بمثل نصيب بنت / ب - ٩٣ -ر وبدرهم، ولآخر بخمس ما بقي من الربع / وبدرهم، ولآخر بربع ما بقي ع - ٢٩ -ظ 10 من الثلث بعد ذلك كله وبدرهم، ولآخر بثمن جميع المال، فأجاز ذلك الورثة، فقياسه: على أن / تخرج الدراهم صحاحًا، وهو في هذا الوجه ط-٨٨ أحسن، وهو أن تأخذ ربع مال وتسميه، فاجعله ستة والمال أربعة وعشرين. فألق من الربع نصيباً، فيبقى ستة غير نصيب، ثم / ألق درهماً، ا - ٢٥ -ظ فتبقى خمسة غير نصيب. فألق خمس ما يبقى، فيبقى أربعة غير أربعة 15 أخماس نصيب. ثم ألق درهماً آخر، فيبقى معك ثلاثة غير أربعة أخماس نصيب. وقد علمت أن الوصية من الربع ثلاثة وأربعة أخماس / نصيب. ح - ١٥ -ظ ثم ارجع إلى الثلث وهو ثمانية، فألق منه ثلاثة وأربعة أخماس نصيب، فتبقى خمسة غير أربعة أخماس نصيب. فألق ربع ذلك أيضًا للوصية

1 الأربعة الأنصباء والخمسة الأسداس: الانصباء [ب، ع] الاربعة الأنصباء [ح] – 2 وثلثي الدرهم: ناقصة [ب، ع، ح] – 2-3 من كل ... عشر: ناقصة [ا، ط] – 3 جزءاً: ناقصة [ب، ع] / درهماً: درهم [ح] – 5 سهماً: ناقصة [ب، ع، ح] / عشر (الثانية): عشر سهما [ب، ع، ح] – 6 وإن: فاذا [ح] فان [ع] – 7 تعالى: ناقصة [ب، ع] – 8 مسألة: ناقصة [ا، ب، ط، ع] / فإن: ناقصة [ب] وترك فراغًا لها / بنت: ابنه [ب، ع] – 9 بدرهم (الأولى والثانية): ودرهم [ب، ع، ح] / ما بقي: ما يبقى [ب، ع] – 10 بعد ذلك كله: ناقصة [ب، ع، ح] / بدرهم: درهم [ب، ع] ردهم [ح] / جميع المال: ماله [ح] – 11 فقياسه: ناقصة، وترك فراغًا لها [ب] قياسه [ع] / على: ناقصة [ح] / الدراهم: الدرهم [ب، ع، ط، ح] / صحاحًا: درهما صحيحا [ب، ع] / وهو: فانه [ب، ع، ح] – 12 وهو: ناقصة [ب، ع، ح] / أن: بان [ح] / وتسميه: ناقصة [ح] / فاجعله: واجعله [ب، ع] وتجعل [ح] – 12-13 ستة ... وعشرين: المال اربعة وعشرين والربع ستة [ح] – 13 وعشرين: وعشرون [ط] / من الربع: منها [ح] منه [ب، ع] – 13-14 درهماً فتبقى: أثبتها في الهامش مع «صح» [ح] – 14 فألق: ثم الق [ح] والق [ب، ع] / خمس ما يبقى: خمسه [ب، ع] خمس ما بقى [ح] – 15-16 ثم ألق ... نصيب (الأولى): ناقصة [ح] – 16 وقد: فقد [ا، ط] / علمت: علمنا [ح] – 18 فتبقى: فيبقى [ب، ع] / فألق: فيلقى [ط] فتلقى [ا] والق [ب، ع، ح].

ودرهماً، فيبقى معك سهمان وثلاثة أرباع سهم إلا ثلاثة أخماس نصيب.
ثم ألق ثمن المال، وهو ثلاثة، فيبقى عليك بعد الثلث ربع سهم وثلاثة
أخماس نصيب. فارجع إلى الثلثين وهو ستة عشر، فألق من ذلك ربعَ
واحد وثلاثة أخماس نصيب، فيبقى من المال خمسة عشر سهماً وثلاثة
5 أرباعٍ سهم غير ثلاثة أخماس نصيب. فاجبر ذلك بثلاثة أخماس نصيب
وزدها على الأنصباء، وهي ثمانية، فيكون خمسة عشر سهماً وثلاثة
أرباع سهم تعدل ثمانية أنصباء وثلاثة أخماس نصيب. فاقسم ذلك عليه
فما بلغ فهو القسم، وهو النصيب. والمال أربعة وعشرون، فيكون لكل
بنت سهم ومائة وثلاثة وأربعون جزءاً من مائة واثنين وسبعين جزءاً من
10 سهم.

ب - ٩٢ - ظ فإن أردت / أن تخرج السهام صحيحة، فخذ ربع مال وألق منه
نصيباً، فيبقى ربع مال إلا نصيباً. ثم ألق منه درهماً، ثم ألق خمس ما بقي
من الربع، وهو خمس ربع مال إلا خمس نصيب وإلا خمس درهم، وألق
ح - ٤٦ - و درهماً ثانياً،/ فيبقى أربعة أخماس الربع إلا أربعة أخماس نصيب وإلا
15 درهماً وأربعة أخماس درهم، فالوصية من الربع اثنا عشر سهماً من
مائتين وأربعين سهماً من مال وأربعة أخماس نصيب ودرهم وأربعة
أخماس درهم. فخذ الثلث وهو ثمانون، فألق منه اثني عشر وأربعة
أخماس نصيب ودرهماً وأربعة أخماس درهم. ثم ألق ربع ما بقي معك
ودرهماً، فيبقى معك من الثلث أحد وخمسون إلا ثلاثة أخماس نصيب
20 وإلا / درهمين وسبعة أجزاء / من عشرين جزءاً من درهم، ثم ألق من ط - ٨٩ ع - ٢٠ - و

1 ودرهماً: درهما [ع] – 2 ثم ألق: والق [ب، ع] / المال: جميع المال [ح] / سهم: السهم [ح] – 3 وهو: وهما [ا، ط، ح] – 3-4 ربع واحد: ربعًا واحداً [ب، ح، ع] – 4 فيبقى: فيبقى معك [ب، ع] – 5 فاجبر ذلك: فاجبرها [ح] – 6 سهماً: ناقصة [ب، ع، ح] – 7 سهم: ناقصة [ب، ح، ع] / أنصباء: ناقصة [ب، ع] / نصيب: ناقصة [ب، ع] – 8 النصيب: النصيب معرفة ذلك ان تقسم على [ح] / فيكون: ويكون [ا، ط] – 9 بنت: ابنه [ب، ع] / مائة (الثانية): ماتين [ع]ماية سهم [ح] – 11 فإن: وان [ح] / فإن أردت: ناقصة [ع] / وألق: فالق [ا، ط، ح] – 12 ثم ألق: فالق [ح] / منه: ناقصة [ب، ع] – 13 وألق: فالق [ح] – 14 ثانياً: ناقصة [ب، ح، ع] / أربعة (الثانية): ربعه [ع] / نصيب: ناقصة [ب] – 15 اثنا: اثنى [ا، ط] – 17 منه: ثمنه [ع] / اثني: اثنا [ح] / عشر: عشر سهما [ب، ع، ح] – 18 ربع ما بقي معك: ما بقي معك ربعه [ح] / بقي: يبقى [ب، ع، ا] ثم كتب ناسخ [ا] فوقها «بقي» من نسخة أخرى – 19 فيبقى: يبقى [ح] / أحد: واحد [ح] – 20 درهمين: درهما [ب] / ثم: ناقصة [ب، ع].

ذلك ثمن جميع المال، وهو ثلاثون، فيبقى واحد وعشرون إلا ثلاثة
أخماس نصيب وإلا درهمين وسبعة أجزاء من عشرين جزءاً من درهم
وثلثا المال تعدل ثمانية أنصباء. فاجبر ذلك بما نقص وزده على الثمانية
الأنصباء، فيكون معك مائة وأحد وثمانون / سهماً من مائتين وأربعين ا - ٢٦ - و
5 سهماً من مال تعدل ثمانية أنصباء وثلاثة أخماس نصيب ودرهمين
وسبعة أجزاء من عشرين جزءاً من درهم. فكمل مالك، وذلك أن تزيد
على ما معك تسعة وخمسين من مائة وواحد وثمانين، فيكون النصيب
ثلاثمائة واثنين وستين، والدرهم ثلاثمائة واثنين وستين،/ والمال خمسة ح - ٤٦ - ظ
آلاف ومائتين وستة وخمسين،/ والوصايا من الربع ألف ومائتان وأربعة، ب - ٩٤ - و
10 ومن الثلث أربعمائة وتسعة وتسعون، والثمن ستمائة وسبعة وخمسون.

باب التكملة

امرأة ماتت وتركت ثماني بنات وأمها وزوجها، وأوصت لرجل
بتكملة خمس المال بنصيب بنت، ولآخر بتكملة ربع المال بنصيب الأم.
فقياس ذلك: أن تقيم سهام الفريضة، فتكون ثلاثة عشر سهماً.
15 فتأخذ مالاً، فتلقي منه خُمسه إلا سهماً، نصيب بنت، وهي الوصية
الأولى. ثم تلقي منه أيضاً ربعه إلا سهمين، نصيب الأم، وهي الوصية
الثانية، فيبقى أحد عشر جزءاً من عشرين جزءاً من مال وثلاثة أسهم
تعدل ثلاثة عشر سهماً. فألق من الثلاثة عشر السهم ثلاثة أسهم بثلاثة

1 واحد: احد [ا، ط، ح] / إلا ثلاثة: غير ثلاثة [ب، ع] – 2 درهمين: درهما [ب] – 3 نقص: بنقص [ب، ع، ح] – 4 فيكون: يكون [ع] / معك: ناقصة [ب، ع، ح] / وأحد: وواحداً [ب] وواحد [ع، ح] / ثمانون: ثمانين [ب، ع، ح] / مائتين: مائه [ح] – 5 ودرهمين: من درهمين [ح] – 7 تسعة: سبعه [ح] / وواحد: واحد [ب، ع] – 9 مائتان: مايتين [ح] – 10 تسعون: تسعين [ح] / وخمسون: وخمسين [ح] – 11 باب التكملة: ناقصة [ب] – 12 ماتت: ناقصة [ب، ع] / وتركت: تركت [ب، ع] / ثماني: ثمان [ب، ع] / زوجها: زجها [ع] – 13 بتكملة ... بنت: معنى التكملة هو الوصاية له بخمس المال إلا نصيب بنت / بنصيب (الأولى والثانية): مع نصيب [ب، ع، ح] / بنت: ابنه [ب، ع] / ربع: الربع [ع] – 15 بنت: ابنه [ب، ع] – 16 الأولى: الاوالى [ع] كتب ناسخ [ا] فوقها «الاول» من نسخة أخرى / منه أيضاً: ايضا منه [ب، ع] – 17 الثانية: كتب ناسخ [ا] فوقها «للثاني» من نسخة أخرى / فيبقى: فيبقى معك [ب، ع، ح] – 18 فألق ... السهم: ناقصة [ب] / السهم: ناقصة [ح] سهما [ع].

أسهم، فيبقى معك أحد عشر جزءاً من عشرين من مال تعدل عشرة أسهم، وكمل مالك وهو أن تزيد على العشرة الأسهم تسعة أجزاء من أحد عشر جزءاً منها، فيكون معك مال يعدل ثمانية عشر سهماً وجزئين من أحد عشر جزءاً من سهم. فاجعل السهم أحد عشر، فيكون المال مائتين، والنصيب أحد عشر، والوصية الأولى تسعة وعشرون، والثانية ثمانية وعشرون.

فإن كانت الفريضة / على حالها، وأوصت لرجل بتكملة / الثلث بنصيب الزوج، ولآخر بتكملة الربع بنصيب الأم، ولآخر بتكملة الخمس بنصيب ابنة، وأجاز ذلك الورثة، فأقم / الفريضة، فتجدها من ثلاثة عشر. ثم خذ مالاً، فألق منه ثلثه إلا ثلاثة أسهم، نصيب الزوج، ثم ألق ربعه إلا سهمين، نصيب الأم، ثم ألق خمسه إلا سهماً، نصيب البنت، فيبقى من المال ثلاثة عشر جزءاً من ستين جزءاً وستة أسهم تعدل ثلاثة عشر سهماً. فألق الستة من ثلاثة عشر سهماً، فتبقى ثلاثة عشر جزءاً من ستين جزءاً من مال تعدل سبعة أسهم. فكمل مالك وهو أن تضرب السبعة الأسهم في أربعة وثمانية أجزاء من ثلاثة عشر، فيكون معك مالٌ يعدل اثنين وثلاثين سهماً وأربعة أجزاء / من ثلاثة عشر سهماً، فيكون المال أربعمائة وعشرين.

ع - ٢٠ - ظ
ح - ٤٧ - و
ط - ٩٠
ا - ٢٦ - ظ

فإن كانت الفريضة على حالها، وأوصت لرجل بتكملة ربع المال بنصيب الأم، ولآخر بتكملة خمس ما يبقى من المال بعد الوصية الأولى بنصيب بنت، فأقم سهام الفريضة، فتجدها من ثلاثة عشر. ثم خذ مالاً، فألق منه ربعه إلا سهمين. ثم ألق / خمس ما بقي معك من المال إلا

ب - ٩٤ - ظ

1 فيبقى: فبقى [ب، ع] / معك: ناقصة [ب، ع، ح] / من عشرين من مال: ناقصة [ب، ع] / عشرين: ٢٠ جزا [ح] – 2 وكمل: فكمل [ح، ب] – 3 معك: أثبتها فوق السطر مع «صح» [ع] – 3-4 منها ... جزءا: ناقصة [ح] – 4 جزءا: ناقصة [ب، ع] – 5 والنصيب: كتب ناسخ [ا] فوقها «والسهم» من نسخة أخرى/ والوصية: فالوصية [ح] / وعشرون: وعشرين [ح] – 6 وعشرون: وعشرين [ح] – 7 ولوصت: واوصى [ب، ع] – 8 بنصيب: وبنصيب [ح] / بتكملة (الأولى): تكملة [ا] / بنصيب: ونصيب [ح] – 9 بنصيب: وبنصيب [ح] / ابنة: بنت [ح] / وأجاز: فأجاز [ا، ح، ط] / من: ناقصة [ح] – 8-9 ولآخر بتكملة الخمس ... بنصيب الأم: ناقصة [ب، ع] – 12 من (الأولى): ناقصة [ا، ط] – 13 الستة: ستة [ح] – 14 من مال: ناقصة [ح] – 16 سهماً (الثانية): ناقصة [ا، ط، ح] – 17 عشرين: عشرين سهما [ح] – 18 فإن: مسألة فإن [ح] – 19 ولآخر: واوصت لاخر [ح] – 20 بنت: ابنة [ب، ع] البنت [ح] / سهام: ناقصة [ح] / فتجدها: تجدها [ح] / من: ناقصة [ب، ع، ح] – 21 إلا سهمين: للاسمين [ب] / بقي: يبقى [ط] كتب ناسخ [ا] فوقها «يبقى» من نسخة أخرى.

سهمًا. ثم انظر ما بقي من المال بعد السهام، فتجد ذلك ثلاثة أخماس
مال وسهمين وثلاثة أخماس سهم، تعدل ثلاثة / عشر سهمًا. فألق ح - ١٧ - ظ
سهمين وثلاثة أخماس سهم من ثلاثة عشر سهمًا، فيبقى عشرة أسهم
وخمسا سهم تعدل ثلاثة أخماس مال. فتمم مالك وهو أن تزيد على ما
5 معك من السهام ثلثيها، فيكون معك مال يعدل سبعة عشر سهمًا وثلث
سهم. فاجعل السهم ثلاثة، فيكون المال اثنين وخمسين، والسهم ثلاثة،
والوصية الأولى سبعة والثانية ستة.

فإن كانت الفريضة على حالها، وأوصت لرجل بتكملة خمس المال
بنصيب الأم، ولآخر بسدس ما يبقى من المال، فالسهام ثلاثة عشر.

10 فخذ مالاً، فألق منه خُمسه إلا سهمين، ثم ألق سُدس ما يبقى معك،
فيبقى ثُلثا مال وسهم وثُلثا سهم تعدل ثلاثة عشر سهمًا. فألق سهمًا
وثلثي سهم من ثلاثة عشر سهمًا، فيبقى ثُلثا مال تعدل أحد عشر سهمًا
وثلثًا. فتمم مالك وهو أن تزيد على السهام نصفها، فيكون معك مال
يعدل سبعة عشر سهمًا. فاجعل المال خمسة وثمانين، والسهم خمسة،
15 والوصية الأولى سبعة، والثانية ثلاثة عشر، وبقي خمسة وستون / سهمًا ط - ٩١
للورثة.

فإن كانت الفريضة على حالها، وأوصت لرجل بتكملة ثلث المال
بنصيب الأم إلا تكملة ربع ما يبقى من المال بعد التكملة بنصيب بنت.
فالسهام ثلاثة عشر سهمًا.

20 فخذ مالاً، فاطرح منه ثلثه إلا سهمين، ثم زد على / ما بقي معك ربعه ح - ١٨ - و
إلا سهمًا، فيكون معك خمسة أسداس مال وسهم ونصف سهم يعدل
ثلاثة عشر / سهمًا. فألق من الثلاثة عشر السهم سهمًا ونصف سهم، ب - ٩٥ - و

1 بقي: يبقى معك [ب، ع، ح] / بعد: ومن [ب، ع، ح] – 2 مال وسهمين وثلاثة أخماس سهم: ناقصة [ب] – 2-3 فألق ... سهم: ناقصة [ح] – 3 من ثلاثة عشر سهمًا: ناقصة [ب، ع، ح] – 6 فيكون ... ثلاثة: ناقصة [ب، ع] – 8 فإن: مسألة فإن [ح] / وأوصت: واوصى [ب، ع] – 10 خمسه: خمسا [ب، ع] / يبقى: بقى [ب، ع] – 11 مال: ل [ح] / سهمًا: ناقصة [ح] / فألق: ثم الق [ح] – 12 سهمًا (الأولى): ناقصة [ب، ع، ح] – 13 وثلثًا: وثلثا سهم [ح] / فيكون: ليكون [ع] – 15 والثانية: والثالثة [ع] والوصية الثانية [ح] – 16 للورثة: ناقصة [ب، ع، ح] – 17 فإن: مسألة فان [ح] / لرجل: ناقصة [ب، ع، ح] – 18 بنت: البنت [ح] الابنه [ب، ع] – 19 سهمًا: ناقصة [ح] – 20 فاطرح: والطرح [ب] كتب ناسخ [ا] فوقها «فالق» من نسخة أخرى / منه: ناقصة [ح] / ثم زد: وزد [ا، ط] / ما بقي: ناقصة [ع] / بقي: ناقصة [ب] – 21 سهم (الثانية): ناقصة [ب، ع، ح] – 22 سهمًا: ناقصة [ح] / السهم: ناقصة [ب، ع، ح] / ونصف سهم: ونصفا [ب، ع، ح].

فيبقى أحد عشر / سهمًا ونصف تعدل خمسة أسداس مال، فكمل مالك، ع - ٢١ - و
وهو أن تزيد على السهام خُمسها، فيكون مالاً يعدل ثلاثةَ عشر سهماً
وأربعة أخماس سهم. فاجعل السهم خمسة، فيكون المال تسعة وستين،
والوصية أربعة.

5 مسألة: رجل مات / وترك ابنًا وخمس بنات، وأوصى لرجل بتكملة ا - ٢٧ - و
الخمس والسدس بنصيب الابن إلا ربع ما يبقى من الثلث بعد التكملة.

فخذ ثلث مال، فألق خمس المال وسدسه منه إلا سهمين، فيبقى معك
سهمان إلا أربعةَ أجزاء من مائة وعشرين جزءاً من المال. ثم زد عليه
الاستثناء وهو نصف سهم إلا جزءاً ⟨من مائة وعشرين جزءاً⟩ من المال،
10 فيبقى معك سهمان ونصف إلا خمسة أجزاء من مائة وعشرين جزءاً من
مال. فزد ذلك على ثلثي المال، فيكون خمسة وسبعين جزءاً من مائة
وعشرين جزءاً من مال وسهمين ونصفاً تعدل سبعة أسهم. فألق سهمين
ونصفاً من سبعة، فيبقى معك خمسة وسبعون من مائة وعشرين تعدل
أربعة أسهم ونصفاً. فتمم مالك وهو أن تزيد على السهام ثلاثة أخماسها،
15 فيكون مالاً يعدل سبعة أسهم وخُمس سهم، فالسهم الواحد خمسة،
فيكون المال ستة وثلاثين، والنصيب / خُمسة، والوصية واحد. ح - ١٨ - ظ

2 على: ناقصة [ب] / فيكون: فيكون معك [ب، ع] / مالاً: مال [ب، ع، ح] - 3 وستين: وستين سهماً [ب، ع، ح] - 4 أربعة: أربعة أسهم [ا، ب، ع، ح، ط] - 5 مسألة: ناقصة [ا، ط، ب، ع] / رجل: ناقصة وترك فراغًا لها [ب] / مات: ناقصة [ب، ع] / وترك: ترك [ب، ع] - 6 الخمس والسدس: السدس والخمس [ح] - 7 خمس المال وسدسه منه: منه نصف المال وخمسة [ب، ع] سدس للمال وخمسه منه [ح] - 8 المال: مال [ا، ط] ثم كتب ناسخ [ا] فوقها «المال» / ثم زد: وزد [ب، ع] - 9 من المال: ناقصة [ا، ط، ب، ع] - 10-11 من مائة ... مال: ناقصة [ب، ع، ح] - 11 فزد ذلك: كتب ناسخ [ا] فوقها «فزد عليه» من نسخة أخرى / خمسة: ناقصة [ب] - 11-12 من مائة ... من مال: ناقصة [ب، ع، ح] - 12 ونصفاً: ونصف [ب، ع، ح] - 13 فيبقى: فبقى [ب] / معك: ناقصة [ب، ع، ح] / وسبعون: وتسعون [ح] - 14 أخماسها: اخماس [ب، ح] - 15 خمس: خمسى [ب، ع] / فالسهم: والسهم [ب، ع] فالسبع [ح] - 16 المال: ناقصة [ح] / والوصية واحد: والتكملة ثلاثة وخمس ينقص التكملة من الثلث فيبقى ثمانية واربعة اخماس ربع ذلك وهو الاستثنا من الثلث اثنان وخمس تنقص ذلك من التكمله فيبقى واحد وهو الوصية [ح] والوصية واحدة [ا، ط، ب، ع].

مسألة: فإن ترك أمه وامرأته وأربع أخوات، وأوصى لرجل بتكملة
النصف بنصيب امرأته وأخته إلا سبعي ما يبقى من الثلث بعد التكملة،
فقياس ذلك: أنك إذا طرحت النصف من الثلث بقي عليك سدس وذلك /
ما استثني، وهو نصيب المرأة والأخت، وهو خمسة أسهم، فالذي يبقى من ب - ٩٥ - ظ
5 الثلث خمسة أسهم إلا سدس المال. والسبعان اللذان استثناهما / سُبعا ط - ٩٢
خمسة أسهم إلا سبعي سدس المال. فيكون معك ستة أسهم وثلاثة
أسباع سهم إلا سدس مال وسُبعي سدس مال. فتزيد على ذلك ثلثي
المال، فيكون معك تسعة عشر جزءاً من اثنين وأربعين جزءاً من مال وستة
أسهم وثلاثة أسباع سهم تعدل ثلاثة عشر سهمًا،/ فألق منها هذه ع - ٢١ - ظ
10 السهام، فيبقى تسعة عشر جزءاً ‹من اثنين وأربعين جزءاً من مال› تعدل
ستة أسهم وأربعة أسباع سهم. فتمم مالك وهو أن تزيد عليه ضعفه
وأربعة أجزاء من تسعة عشر جزءاً، فيكون معك مال يعدل أربعة عشر
سهمًا وسبعين جزءاً من مائة وثلاثة وثلاثين جزءاً من سهم. فاجعل
السهم مائة وثلاثة وثلاثين، فتكون سهام الفريضة ألفًا وتسعمائة واثنين
15 وثلاثين سهمًا، والسهم الواحد يعدل مائة وثلاثة وثلاثين، والتكملة
ثلاثمائة وواحدٌ، والاستثناء من الثلث يكون ثمانية وتسعين، فتبقى
الوصية مائتان وثلاثة، ويبقى للورثة ألف وسبعمائة وتسعة وعشرون./
نهاية [ب، ع]

1 مسألة: ناقصة [ا، ط، ب، ع] - 2 سبعي: سبع [ا، ط] - 3 فقياس: فالقياس في [ب، ع] / أنك: ناقصة [ح] - 4 وهو (الثانية): ناقصة [ب، ع، ح] / فالذي: والذي [ب، ع] - 5-4 من الثلث: ناقصة [ب، ع] - 5 والسبعان: ناقصة [ب] / اللذان: اللذين [ب، ع] / سبعا: تسعا [ح] - 6 المال: كتب ناسخ [ا] فوقها «مال» من نسخة أخرى - 7 مال (الأولى): ناقصة [ب، ع، ح] / سدس مال (الثانية): السدس [ب، ع] كتب ناسخ [ا] فوقها «السدس» من نسخة أخرى / مال: ناقصة [ح] / على ذلك: ذلك على [ب، ع، ح] - 8 جزءاً (الأولى): ناقصة [ح] / جزءاً (الثانية): ناقصة [ب، ع، ح] - 9 منها: منه [ب، ع] - 11 أسباع: اتساع [ح] / عليه: أي على ما بقي - 13 سهماً: سهما وعشرة اجزاء من تسعة عشر جزا فالسهم تسعة عشر وسهام [ح-٤١٩-و] الفريضة ٢٧٦ والسهم الواحد تسعة عشر والتكملة ثلاثة واربعون والاستثناء من الثلث لربعة عشر والوصية تسعة وعشرون ويبقى للورثة مايتان وسبعة واربعون معك مال يعدل اربعة عشر سهما [ح] - 14 السهم: السهام [ب، ع] - 15-14 تسعمائة واثنين وثلاثين: سبعمايه [ح] - 15 وثلاثين: وستين [ب، ع] / يعدل: ناقصة [ح] / وثلاثة: ناقصة [ب] - 16 ثلاثمائة: أثبتها في الهامش مع «صح أصل» [ا] / وتسعين: وسبعين [ح] - 17 مائتان: وهي مايتان [ب، ع] / سبعمائة: تسعمايه [ب، ع] / وعشرون: كتب بعدها «تم بحمد الله وحسن توفيقه» [ب] «والله اعلم بالصواب» [ع] «وهذا حساب الدور» [ح].

حساب الدور /

باب منه في التزويج في المرض ‏ ا - ٢٧ - ظ

رجل تزوج امرأة في مرض موته على مائة درهم، ولا مال له غيرها.
ومهرُ مثلها عشرة دراهم. ثم ماتت المرأة وأوصت بثلث مالها، ثم مات
5 الزوج، فقياسه: أن ترفع من المائة ما يصح لها من المهر، وهو عشرة
دراهم، وتبقى تسعون درهماً لها منه وصية، فتجعل وصيتها شيئًا من
ذلك، فيبقى تسعون درهمًا غير شيء، فصار في يدها عشرة دراهم
وشيء، وأوصت بثلث مالها، وهو ثلاثة دراهم وثلث درهم وثلث شيء، /
فيبقى ستة دراهم وثلثان وثُلثا شيء، فيرجع إلى الزوج من ذلك ميراثه ‏ ح - ١٩ - ظ
10 النصف، وهو ثلاثة دراهم وثلث درهم وثلث شيء، فيصير في أيدي ورثة
الزوج ثلاثة وتسعون درهماً وثلث درهم إلا ثلثي شيء، وهو مثْلا وصية
المرأة، وهي شيء لأن المرأة يجوز لها بالوصية ثلث جميع ما ترك الزوج،
فمثلا وصيتها شيئان. فاجبر الثلاثة والتسعين والثلث بثلثي شيء، وزده
على الشيئين، فيكون ثلاثة وتسعين درهمًا وثلث درهم يعدل شيئين
15 وثلثي شيء، فالشيء الواحد من ذلك هو ثلاثة أثمانه، وهو يعدل ثلاثة
أثمان الثلاثة والتسعين / والثلث، وهو خمسة وثلاثون درهماً. ‏ ط - ٩٢

فإن كانت المسألة على حالها وعلى المرأة دين عشرة دراهم، وأوصت
بثلث مالها، فقياس ذلك: أن تعطي المرأة عشرة دراهم: مهرها، ويبقى
تسعون لها منه وصية، فتجعل وصيتها شيئًا، فيبقى تسعون إلا شيئًا،

1 حساب: باب حساب [ح] – 3 مرض موته: مرضه [ح] – 4 ثم (الأولى): كتب ناسخ [ا] فوقها «و» من نسخة أخرى – 5 الزوج: كتب ناسخ [ا] فوقها «الرجل» من نسخة أخرى / ترفع: كتب ناسخ [ا] فوقها «تاخذ بها» من نسخة أخرى / لها: لهما [ح] – 6 وتبقى: فيبقى [ح] / منه: فيه [ح] – 6-7 شيئاً من ذلك: من ذلك شيا [ح] – 7 فيبقى: ويبقى [ح] – 9 فيرجع: يرجع [ح] – 9-10 ميراثه النصف: بالميراث نصفه [ح] – 11 درهم: ناقصة [ح] / ثلثي: ثلث [ح] – 13 بثلثي: بثلث [ح] – 14 وثلث درهم: وثلثا [ا، ط] – 17 المسألة: الفريضة [ح] / حالها: كتب ناسخ [ا] فوقها «حلها» من نسخة أخرى – 18 مهرها: مهر مثلها [ح] – 19 لها ... وصيتها شيئاً: درهما للمراة من ذلك الوصية وهي شي [ح].

ويصير في يد المرأة عشرة دراهم وشيء، فتقضي من ذلك دينها عشرة دراهم، فيبقى لها شيء، وأوصت من ذلك بثلثه، وهو ثلث شيء، فيبقى ثلثا شيء، يرجع إلى الزوج من ذلك بالميراث نصفه، وهو ثلث شيء، فصار في أيدي ورثة الزوج تسعون درهمًا إلا ثلثي شيء، وذلك مثلا
5 الوصية التي هي الشيء، / وذلك شيئان. فاجبر التسعين بثلثي شيء، وزده ح - ٥٠ - و على الشيئين، فيكون تسعين درهمًا تعدل شيئين وثلثي شيء، فالشيء من ذلك ثلاثة أثمانه وهو ثلاثة وثلاثون درهمًا وثلاثة أرباع درهم، وهي الوصية.

مسألة: فإن كان تزوجها على مائة درهم، ومهر مثلها عشرة دراهم،
10 وأوصى لرجل بثلث ماله، فقياس ذلك: أن تعطي المرأة مهر مثلها، وهو عشرة دراهم، فيبقى تسعون درهمًا، ثم تعطي من ذلك وصيتها شيئًا. ثم تعطي الموصى له بالثلث/ أيضًا شيئًا، لأن الثلث بينهما نصفان، لا تأخذ ا - ٢٨ - و المرأة شيئًا إلا أخذ صاحب الثلث مثله، فتعطي صاحب الثلث أيضًا شيئًا، ثم ترجع إلى ورثة الزوج ميراثه من المرأة خمسة دراهم ونصف شيء،
15 فيبقى في أيدي ورثة الزوج خمسة وتسعون إلا شيئًا ونصفًا، وذلك يعدل أربعة أشياء. فاجبر ذلك بشيء ونصف شيء، فيبقى خمسة وتسعون تعدل خمسة أشياء ونصفًا. فاجعلها أنصافًا، فيكون أحد عشر نصفًا والدراهم أنصافًا، فتكون مائة وتسعين نصفًا تعدل أحد عشر <نصف> شيئًا، فالشيء الواحد يعدل سبعة عشر درهمًا وثلاثة أجزاء من أحد
20 عشر من درهم، فهي الوصية.

1 ويصير: ونصف [ح] / فتقضي: فتنقص [ح] - 2 لها: ناقصة [ح] / وأوصت من ذلك بثلثه وهو: وصيتها [ح] / فيبقى: ويبقى [ح] - 3 يرجع: رجع [ح] - 4 أيدي: يد [ا، ط، ح]، ثم كتب فوقها «ايدي» - 6 الشيئين: التسعين [ح] / فيكون: فيبقى [ح] / تسعين: تسعون [ح] / درهمًا: ناقصة [ح] / ثلثي: ثلث [ا] / فالشيء: الشيء [ح] - 9 مسألة: ناقصة [ا، ط] / كان: ناقصة [ح] - 10 مهر مثلها: كتب ناسخ [ا] فوقها «مهرها» من نسخة أخرى - 11 درهمًا: ناقصة [ح] / وصيتها: ناقصة [ح] - 12 أيضًا: ناقصة [ح] - 13 مثله ... الثلث: ناقصة [ح] - 15 وتسعون: وتسعين [ح] / إلا شيئًا ونصفًا: غير شي ونصف [ح] كتب ناسخ [ا] العبارة المثبتة ثم كتب فوقها «غير شيء ونصف شيء» - 16 شيء: ناقصة [ح] - 18 والدراهم: والدراهم أيضا [ح] - 19 شيئًا: ناقصة [ح] - 20 فهي: وهي [ح]. يأخذ الخوارزمي هنا وفي المسألة التالية برأي زفر كما ذكر الخزاعي.

مسألة: فإن تزوجها على مائة درهم، ومهرُ مثلها عشرة دراهم، ثم ماتت قبل الزوج وتركت عشرة دراهم، وأوصت بثلث مالها،/ ثم مات الزوج وترك مائة وعشرين درهماً، وأوصى لرجل بثلث ماله، فقياسه: أن تعطي المرأة مهر مثلها عشرة دراهم، فيبقى في أيدي ورثة / الزوج مائة درهم وعشرة دراهم من ذلك وصية المرأة شيء، فيبقى مائة درهم وعشرة دراهم غير شيء، ويصير في أيدي ورثة المرأة عشرون درهماً وشيء، وأوصت من ذلك بثلثه، وهو ستة دراهم وثلثان وثلث شيء، ويرجع إلى ورثة الزوج من ذلك بالميراث نصف ما بقي وهو ستة دراهم وثلثان وثلث شيء، فيصير في أيدي ورثة الزوج مائة وستة عشر درهماً وثلثان غير ثلثي شيء، وأوصى من ذلك بثلثه، وهو شيء، فيبقى مائة درهم وستة عشر درهماً وثلثان غير شيء وثلثي شيء تعدل مثلي الوصيتين وذلك أربعة أشياء. فاجبر ذلك فيكون مائة وستة عشر درهماً وثلثي درهم تعدل خمسة أشياء وثلثي شيء، فالشيء الواحد يعدل عشرين درهماً وعشرة أجزاء من سبعة عشر جزءاً من درهم، وهي الوصية، فاعلم ذلك.

ح - ٥٠ - ظ

ط - ٩١

باب العتق في المرض

إذا أعتق الرجل عبدين له في مرضه، وترك السيد ابناً وابنة، ثم مات أحد العبدين وترك مالاً أكثر من قيمته وترك ابنة.

فاجعل ثلثي قيمته وما سعى فيه العبد الآخر وميراث السيد منه بين / الابن والبنت - للذكر مثل حظ الأنثيين - إذا كان العبد مات قبل السيد. فإن كان العبد مات بعد السيد، جعلت ثلثي قيمته وما سعى فيه

ح - ٥١ - و

1 مسألة: ناقصة [ا، ط] / درهم: ناقصة [ح] / ثم: كتب ناسخ [ا] فوقها «و» - 3 مائة وعشرين درهماً: عشرين درهما ومابة [ح] / لرجل: ناقصة [ح] - 4 مهر: كتب ناسخ [ا] فوقها «مهرها» من نسخة أخرى - 5 دراهم: ناقصة [ح] / درهم: ناقصة [ح] - 6 دراهم: ناقصة [ح] - 8 من ذلك: ناقصة [ح] / ما بقي: ما يبقى [ح] / دراهم: ناقصة [ح] - 9-10 وستة عشر ... فيبقى مائة: ناقصة [ط] - 10 ثلثي: ثلث [ا] / شيء (الأولى): الشي [ح] / فيبقى: فبقى [ح] / درهم: ناقصة [ح] - 11 ثلثي: ثلثا [ح] / مثلي: ناقصة [ح] - 12 فاجبر: واجبر [ح] / درهماً: ناقصة [ح] / وثلثي: وثلثا [ح] - 13 يعدل عشرين: كتب ناسخ [ا] فوقها «عشرون» من نسخة أخرى - 14 فاعلم ذلك: ناقصة [ح] - 16 إذا: واذا [ح] / ابنة: بنتا [ح] - 17 ابنة: بنت [ح] - 18 فاجعل: جعلت سعايته [ح] / سعى: كتب ناسخ [ا] فوقها «يسعي» من نسخة أخرى - 20 فإن: وان [ح].

العبد الآخر بين الابن والبنت للذكر مثل حظ الأنثيين، وما بقي من بعد ذلك فهو للذكر / دون الأنثى لأن النصف من ميراث العبد لابنة العبد، [ا - ٢٨ - ظ] والنصف الآخر بالولاء لابن السيد، وليس للابنة شيء.

مسألة: وكذلك لو أعتق رجل عبداً له في مرض موته ولا مال له غيره، ثم مات العبد قبل السيد، فإن أعتق الرجل عبداً في مرضه ولا مال له غيره، فإن العبد يسعى في ثلثي قيمته. فإن كان السيد قد تعجل منه بثلثي قيمته، فاستهلكها السيد، ثم مات السيد، فإن العبد يسعى في ثلثي ما بقي.

فإن كان قد استوفى منه قيمته كلها، فاستهلكها السيد، فلا سبيل على العبد لأنه قد أدى جميع قيمته.

مسألة: فإن أعتق عبداً له في مرض موته قيمته ثلاثمائة درهم ولا مال له غيره، ثم مات العبد وترك ثلاثمائة درهم، وترك بنتاً، فقياسه: أن تجعل وصية العبد شيئًا و‹ما› يسعى فيما بقي من قيمته، وهو ثلاثمائة غير شيء. فصار في يد المولى السعاية وهي ثلاثمائة غير شيء. [ط - ٩٥] // [ح - ٥١ - ظ] ثم مات العبد وترك شيئًا وترك بنتاً، لها من ذلك النصف، وهو نصف شيء، وللمولى مثل ذلك، فصار في أيدي ورثة المولى ثلاثمائة غير نصف شيء، وهو مثلا الوصية التي هي الشيء، وذلك شيئان. فتجبر الثلاثمائة بنصف شيء، وتزيد ذلك على الشيئين، فيكون ثلاثمائة تعدل شيئين ونصفًا، فالشيء من ذلك خمساه، وهو مائة وعشرون، وهي الوصية، والسعاية مائة وثمانون.

1 الآخر: الباقي [ح] / من: ناقصة [ح] – 3 الآخر: ناقصة [ا، ط] / للابنة: لابنته [ح] – 4 مسألة: ناقصة [ا، ط] / لو: اذا [ح] / رجل: الرجل [ح] / له: ناقصة [ح] / مرض موته: مرضه [ح] – 5 أعتق: عتق [ح] / عبداً: عبدا له [ح] / مرضه: مرض موته [ح] – 6 في: من [ح] – 7 بثلثي: ثلثي [ا، ط] / السيد (الثانية): ناقصة [ح] / في: من [ح] – 9 السيد: ناقصة [ا، ط] – 10 العبد: العبد فان كان على السيد دين ايضا فلا سبيل على العبد [ح] – 11 مسألة: ناقصة [ا، ط] / فإن: فان قال [ح] / مرض موته: مرضه [ح] – 12 ترك: تركت [ح] – 13 شيئًا: من الثلاثمايه شيا [ح] كتب ناسخ [ا] فوقها «من الثلاثمية الدرهم» من نسخة أخرى / و‹ما› يسعى فيما بقي من قيمته وهو: وسعايته [ح] – 15 وترك شيئًا: ناقصة [ح] – 16 أيدي: يد [ح] / ورثة: ناقصة [ح] – 17 الشيء: شيء [ح] – 18 فيكون: فيصير [ح].

مسألة: فإن كان أعتقه في مرضه وقيمته ثلاثمائة درهم، فمات وترك
أربعمائة درهم، وعليه دين عشرة دراهم، وترك ابنتين، وأوصى لرجل
بثلث ماله وعلى السيد دين عشرون درهمًا، فقياس ذلك: أن تجعل وصية
العبد من ذلك شيئًا، وسعايته ما بقي من قيمته، وهو ثلاثمائة غير شيء.
5 فمات العبد وترك أربعمائة درهم، فيؤدي من ذلك إلى المولى سعايته،
وهي ثلاثمائة غير شيء، فيبقى في أيدي ورثة العبد مائة درهم وشيء،
فيقضي من ذلك الدين، وهو عشرة دراهم، ويبقى تسعون درهمًا وشيء،
وأوصى من ذلك بثلثه، وهو ثلاثون درهمًا وثلث شيء. ويبقى بعد ذلك
لورثته ستون درهمًا وثلثا شيء؛ للابنتين من ذلك الثلثان أربعون درهمًا
10 وأربعة أتساع شيء، وللمولى عشرون درهمًا وتسعا شيء. فيصير في
أيدي ورثة المولى ثلاثمائة وعشرون غير سبعة أتساع شيء. يقضي من
ذلك دين المولى عشرون درهمًا، / فيبقى ثلاثمائة غير سبعة أتساع ح - ٥٢ - و
شيء وذلك مثلا ما كان للعبد من / الوصية التي هي شيء، وذلك شيئان، ا - ٢٩ - و
فتجبر الثلاثمائة بسبعة أتساع شيء، ويزاد ذلك على الشيئين، فيبقى
15 ثلاثمائة تعدل شيئين وسبعة أتساع شيء، الشيء من ذلك تسعة أجزاء
من خمسة وعشرين، فيكون ذلك مائة وثمانية وذلك ما كان للعبد.

مسألة: فإن أعتق عبدين له في مرضه ولا مال له غيرهما، وقيمة كل
واحد منهما ثلاثمائة درهم، فتعجل المولى من أحدهما ثلثي قيمته،
فاستهلكها، ثم مات السيد، فماله ثلث قيمة الذي تعجل منه. فمال
20 السيد جميع قيمة الذي لم يتعجل منه وثلث قيمة الذي تعجل منه، وهو
مائة درهم، وذلك أربعمائة درهم. فثلث ذلك بينهما نصفان، وهو مائة

1 مسألة: ناقصة [ا، ط] / درهم: ناقصة [ح] - 2 لرجل: ناقصة [ح] - 5 درهم: ناقصة [ح] / إلى المولى: الى الموالى [ح] السعاية الى المولى [ا، ط] - 6 هي: هو [ح] كتب ناسخ [ا] فوقها «هو» من نسخة أخرى - 7 فيقضي: فنقص [ح] / ويبقى: فيبقى [ح] - 8 وأوصى: فاوصى [ح] - 9 من ذلك: ناقصة [ح] - 10 شيء (الأولى): ناقصة [ح] - 10-11 فيصير ... شيء: ناقصة [ح] - 13 شيء: ناقصة [ح] / وذلك: وهو [ح] / شيء: الشيء [ح] - 14 ويزاد: ويزداد [ط] كتب ناسخ [ا] فوقها «ويزيده» من نسخة أخرى / ذلك: ناقصة [ح] - 16 ما كان: ما جاز [ح] - 17 مسألة: ناقصة [ا، ط] - 18 درهم: ناقصة [ح] - 19 السيد: ناقصة [ح] - 19-20 فماله ... تعجل منه: ناقصة [ح] - 21 درهم: درهم وقيمة الأخر ثلاثمائة [ح] / وذلك: فذلك [ح].

درهم وثلاثة / وثلاثون درهمًا وثلث درهم، لكل واحد منهما ستة ط - ٩٦
وستون درهماً وثلثا درهم. فيسعى الذي تعجل منه ثلثي قيمته في ثلاثة
وثلاثين درهمًا وثلث، لأن له من المائة ستة وستين درهمًا وثلثي درهم
وصية ويسعى فيما بقي من المائة، ويسعى الآخر في مائتين وثلاثة وثلاثين
5 درهمًا وثلث.

مسألة: فإن أعتق عبدين له في مرضه قيمة أحدهما ثلاثمائة درهم،
وقيمة الآخر خمسمائة درهم، فمات الذي قيمته ثلاثمائة درهم وترك بنتاً،
وترك السيد ابنًا، وترك العبد / أربعمائة درهم، في كم يسعى كل واحد ح - ٥٢ - ظ
منهما؟ فقياسه: أن تجعل وصية العبد الذي قيمته ثلاثمائة درهم شيئًا،
10 وسعايته ثلاثمائة غير شيء، وتجعل وصية العبد الذي قيمته خمسمائة
درهم شيئًا وثلثي شيء، وسعايته خمسمائة درهم غير شيء وثلثي شيء،
لأن قيمته مثل قيمة الأول ومثل ثلثيها، فإن كان لذلك شيءً، كان لهذا
مثله ومثل ثلثيه. فمات الذي قيمته ثلاثمائة درهم، وترك أربعمائة درهم،
يؤدي من ذلك السعاية ثلاثمائة غير شيء، فيبقى في أيدي ورثته مائة
15 درهم وشيء، النصف من ذلك لابنته، وهو خمسون درهمًا ونصف شيء،
وما بقي لورثة السيد وهو خمسون درهمًا ونصف شيء مضافٌ إلى
ثلاثمائة غير شيء، فتكون ثلاثمائة وخمسين غير نصف شيء. ويأخذون
من الآخر سعايته، وهو خمسمائة درهم غير شيء وثلثي شيء، فيصير في
أيديهم ثمانمائة وخمسون درهمًا غير شيئين وسدس شيء، وهو مثلا
20 الوصيتين جميعًا اللتين هما شيئان وثلثا شيء. فاجبر ذلك، فيكون
ثمانمائة وخمسين درهمًا تعدل سبعة أشياء ونصفًا. فقابل به، فيكون
الشيء الواحد يعدل / مائة وثلاثة عشر درهمًا وثلث درهم، وذلك ا - ٢٩ - ظ

1 وثلاثة: أثبتها في الهامش مع «صح أصل» [ا] – 2 فيسعى: كتب ناسخ [ا] فوقها «فسعى» من نسخة أخرى / تعجل: عجل [ح] / منه: ناقصة [ح] – 4 وصية: وصية له [ح] – 6 مسألة: ناقصة [ا، ط] – 7 درهم (الأولى والثانية): ناقصة [ح] – 9 فقياسه: قياسه [ح] – 11 وثلثي شيء (الأولى): ناقصة [ح] – 12 فإن: فاذا [ا، ح، ط] / لذلك: ذلك [ح] – 13 درهم (الأولى): ناقصة [ح] – 14 من ذلك: ناقصة [ح] / ورثته: الورثه [ح] – 15 لابنته: لابنته والنصف لورثه مولاه [ح] – 16-17 وما بقي ... نصف شيء: ناقصة [ح] – 16 لورثة السيد: كتب فوقها «للسيد» من نسخة أخرى [ا] – 17 ويأخذون: وياخذن [ح] – 18 درهم: ناقصة [ح] – 20 ثلثا: ثلثي [ح] – 21 به: بها [ح].

وصية العبد الذي قيمته ثلاثمائة درهم، ووصية العبد الآخر مثل ذلك ومثل ثلثيه، وذلك مائة وثمانية وثمانون درهماً وثمانية أتساع درهم وسعايته ثلاثمائة وأحد عشر / درهماً وتسع درهم. ح - ٥٢ - و

مسألة: فإن أعتق عبدين له في مرضه، قيمة كل واحد منهما ثلاثمائة
5 درهم، ثم مات أحدهما وترك خمسمائة درهم وترك بنتاً وترك السيد ابناً، فقياسه: أن تجعل وصية كل واحد منهما شيئاً وسعايته / ثلاثمائة ط - ٩٧
غير شيء، وتجعل تركة الميت منهما خمسمائة درهم، وسعايته ثلاثمائة غير شيء، فيبقى مما ترك مائتان وشيء، فيرجع إلى مولاه بالميراث مائة درهم ونصف شيء، فيصير في أيدي ورثة مولاه أربعمائة درهم غير نصف
10 شيء، ويأخذون من العبد الآخر سعايته ثلاثمائة درهم غير شيء، فيصير في أيديهم سبعمائة درهم غير شيء ونصف شيء، فذلك مثلا وصيتهما، التي هي الشيئان وذلك أربعة أشياء. فاجبر ذلك بشيء ونصف شيء، فيصير سبعمائة درهم تعدل خمسة أشياء ونصف شيء. فقابل به، فيصير الشيء الواحد مائة وسبعة وعشرين درهماً وثلاثة أجزاء من أحد عشر
15 من درهم.

<مسألة>: فإن أعتق عبداً له في مرضه قيمته ثلاثمائة درهم، وقد تعجل المولى منه مائتي درهم، فاستهلكها، ثم مات العبد قبل موت السيد وترك بنتاً وترك ثلاثمائة درهم، فقياسه: أن تجعل تركة العبد الثلاثمائة والمائتين / اللتين استهلكهما المولى، فذلك خمسمائة درهم، فتعزل منها ح - ٥٢ - ظ
20 السعاية، وهي ثلاثمائة غير شيء، لأن وصيته شيء، فيبقى مائتا درهم

2 درهماً: ناقصة [ح] / درهم: ناقصة [ح] - 4 مسألة: ناقصة [ا، ط] / فإن: فان قال [ح] - 5 أحدهما: احد العبدين [ح] - 6 فقياسه: قياسه [ح] - 8 مما: ما [ح] / مائتان: وهو مائتان [ح] / مولاه: الموالى [ح] - 9 شيء: ناقصة [ح] / مولاه: الموالى [ح] - 10 سعايته: السعاية [ح] - 11 غير شيء: ناقصة [ا، ط] / فذلك: وذلك [ح] - 12 الشيئان: شيان [ح] / فاجبر: فتجبر [ح] - 13-14 فيصير الشيء: فالشيء [ط] - 14 عشر: عشر جزا [ح] - 17 السيد: المولى [ح] - 18 فقياسه: قياسه [ح] / الثلاثمائة: الثلثماية درهم [ح] - 19 منها: منه [ح] - 20 ثلاثمائة: ثلثماية درهم [ح].

وشيء ، للابنة من ذلك النصف مائة درهم ونصف شيء ، ويرجع إلى ورثة السيد النصف بالميراث، وهو مائة درهم ونصف شيء ، في أيديهم من الثلاثمائة غير شيء مائة درهم غير شيء ، لأن المائتين مستهلكتان ، فيبقى في أيديهم بعد المائتين المستهلكتين مائتا درهم غير نصف شيء ، وذلك
5 يعدل وصية العبد مرتين، فنصفها مائة غير ربع شيء ، يعدل وصية العبد ، وهي شيء . فتجبر ذلك بربع شيء ، فيكون مائة درهم تعدل شيئًا وربع شيء ، فالشيء من ذلك أربعة أخماسه، وهو ثمانون درهمًا ، وهي الوصية، والسعاية مائتان / وعشرون درهمًا . ا-٢٠-و

فتجمع تركة العبد ، وهي ثلاثمائة ومائتان استهلكها المولى، وذلك
10 خمسمائة درهم، فتعطي المولى السعاية، وهي مائتان وعشرون درهمًا ، ويبقى مائتان وثمانون درهمًا ، للابنة النصف من ذلك مائة وأربعون درهمًا ، فتلقيه من تركة العبد ، وهي ثلاثمائة، فيبقى في أيدي الورثة مائة وستون درهمًا وذلك مثلا وصية العبد ، التي هي شيء .

مسألة : فإن أعتق عبداً له في مرضه، قيمته ثلاثمائة درهم، وقد تعجل
15 المولى منه/ خمسمائة درهم ‹فاستهلكها›، ثم مات العبد قبل موت ط-٩٨ المولى وترك ألف درهم، وترك ابنة، وعلى المولى دين مائتا درهم، ح-٥٤-و فقياسه : أن/ تجعل تركة العبد ألف درهم والخمسمائة التي استهلكها المولى، السعاية من ذلك ثلاثمائة غير شيء ، فيبقى ألف ومائتان وشيء ،

1 للابنة : لابنه [ح] / من ذلك : ناقصة [ح] – 2 في : وفي [ح] – 3 الثلاثمائة : الثلثمائة الدرهم [ط] الثلثمايه والدرهم [ا] / المائتين مستهلكتان : المايتان مستهلكة [ح] – 3-4 فيبقى ... نصف شيء : ناقصة [ح] – 5 البعد : العبدين [ح] / ربع : ناقصة [ا] – 5-6 وصية (الثانية) ... درهم : ناقصة [ح] – 7 أخماسه : اخماس [ا]، ثم كتب فوقها «اخماسه» من نسخة أخرى / وهو : وذلك [ح] – 9 فتجمع : فجميع [ح] / استهلكها : استهلكهما [ح] / المولى : كتب ناسخ [ا] فوقها «السيد» من نسخة أخرى / وذلك : فذلك [ح] – 11 درهمًا : ناقصة [ا، ط] / النصف من ذلك : من ذلك النصف [ح] – 12 من تركة : مما ترك [ح] / وهي : وهو [ح] / ثلاثمائة : ثلثماية درهم [ح] / في أيدي الورثة : ناقصة [ح] – 13 وذلك : وهو [ح] / التي هي شيء : الذي هو الشيء [ح] – 14 مسألة : ناقصة [ا، ط] – 15 موت : ناقصة [ح] – 16 المولى : كتب ناسخ [ا] فوقها «السيد» من نسخة أخرى / ألف : الفا [ح] / درهم : ناقصة [ح] / ابنة : بنتا [ح] كتب ناسخ [ا] فوقها «بنته» من نسخة أخرى – 17 فقياسه : قياسه [ح] – 18 المولى : السيد [ح] / فيبقى : يبقى [ا، ط].

والنصف من ذلك لابنة العبد ، وهو ستمائة درهم ونصف شيء ، فتلقيه من تركة العبد ، وهي ألف درهم، فيبقى أربعمائة درهم غير نصف شيء ، يقضي من ذلك دين المولى، وهو مائتا درهم، فيبقى مائتا درهم غير نصف شيء تعدل مثلي الوصية، التي هي الشيء ، وذلك شيئان . فاجبر ذلك
5 بنصف شيء ، فيكون مائتي درهم تعدل شيئين ونصفًا . فقابل به، فالشيء يعدل ثمانين درهماً ، وهي الوصية.

فتجمع تركة العبد وما تعجل منه المولى، وذلك ألف وخمسمائة درهم، فترفع من ذلك السعاية، وهي مائتان وعشرون درهماً ، فيبقى ألف ومائتان وثمانون درهماً، للابنة النصف ستمائة وأربعون درهماً ، فتلقيه
10 من تركة العبد ، وهي ألف درهم، فيبقى ثلاثمائة وستون درهمًا ، فيقضي من ذلك دين المولى، مائتا درهم، ويبقى في أيدي الورثة مائة وستون درهمًا ، وذلك مثلا الوصية.

مسألة: فإن أعتق عبداً له في مرضه قيمته خمسمائة درهم، فتعجل منه ستمائة درهم فاستهلكها ، وعلى المولى دين ثلاثمائة درهم، ثم مات
15 العبد وترك أمه ومولاه،/ وترك العبد ألفًا وسبعمائة وخمسين درهمًا، ح - ٥٤ - ظ
وعلى العبد دين مائتا درهم، فقياسه: أن تجعل تركة العبد ألفًا وسبعمائة وخمسين درهمًا ، والذي تعجل المولى، وهو ستمائة درهم، فذلك ألفان وثلاثمائة وخمسون درهمًا ، فتعزل منه الدين مائتي درهم، وتعزل منه السعاية خمسمائة درهم غير شيء ، والوصية شيء ، فيبقى ألف وستمائة
20 وخمسون درهمًا وشيء،/ للأم من ذلك الثلث خمسمائة وخمسون ا - ٢٠ - ظ
وثلث شيء ، فتلقيه هو والدين الذي هو مائتا درهم من تركة العبد

1 والنصف: النصف [ح] / لابنة العبد وهو: للابنة [ح] - 2 وهي: وهو [ح] / درهم (الثانية): ناقصة [ح] - 6 وهي الوصية: ناقصة [ح] - 7 منه: به [ح] - 10 وهي: وهو [ح] - 11 من ذلك: ناقصة [ح] - 13 مسألة: ناقصة [ا، ط] - 14 درهم (الأولى): ناقصة [ح] - 15 العبد (الثانية): ناقصة [ا، ط] / سبعمائة: سبعماية درهم [ح] - 16 دين مائتا درهم: مائتا درهم دين [ح] / فقياسه: قياسه [ح] - 17 درهماً: ناقصة [ح] / وهو: ناقصة [ط] / فذلك: ناقصة [ح] / ألفان: ألفين [ح] - 18 مائتي: مايتا [ح] - 19 والوصية: فالوصية [ح] - 21 شيء: ناقصة [ح] / هو (الأولى): ناقصة [ح] / الذي: ناقصة [ح].

الموجودة، وهي ألف وسبعمائة وخمسون، فيبقى ألف درهم غير ثلث شيء. ثم تقضي من ذلك دين المولى، وهو ثلاثمائة درهم، فيبقى سبعمائة درهم غير ثلث شيء، وهو مثلا وصية العبد، وهي شيء، ‹وذلك شيئان›، فنصف ذلك ثلاثمائة وخمسون / غير سدس شيء، تعدل شيئًا. فاجبر ط - ٩٩
5 ذلك بسدس شيء، فيكون ثلاثمائة وخمسين تعدل شيئًا وسدس شيء، فيكون الشيء ستة أسباع الثلاثمائة والخمسين، وهو ثلاثمائة درهم، وذلك الوصية.

فتجمع تركة العبد وما استهلك المولى، وهو ألفان وثلاثمائة وخمسون درهمًا، فتعزل من ذلك الدين مائتي درهم، ثم تعزل السعاية،
10 وهي قيمة الرقبة غير الوصية مائتا درهم، فيبقى ألف وتسعمائة درهم وخمسون درهمًا، للأم من / ذلك الثلث ستمائة وخمسون درهمًا، فألقه ح - ٥٥ - و وألق الدين، وهو مائتا درهم من تركة العبد الموجودة وهي ألف وسبعمائة وخمسون درهمًا، فيبقى تسعمائة درهم، يقضي منها دين المولى ثلاثمائة، فيبقى ستمائة درهم، وذلك مثلا الوصية.

15 مسألة: فإن أعتق عبداً له في مرضه قيمته ثلاثمائة درهم، ثم مات العبد وترك بنتًا وترك ثلاثمائة درهم، ثم ماتت البنت وتركت زوجًا وتركت ثلاثمائة درهم، ثم مات السيد، فقياسه: أن تجعل تركة العبد ثلاثمائة درهم، وتجعل السعاية ثلاثمائة غير شيء، فيبقى شيء، للبنت نصفه وللسيد نصفه، فتضيف حصة البنت، وهي نصف شيء، إلى تركتها،
20 وهي ثلاثمائة، فيكون ثلاثمائة درهم ونصف شيء، للزوج من ذلك

1 الموجودة: ناقصة [ح] / وهي: وهو [ح] – 2 من ذلك: ناقصة [ح] / دين المولى: عن المولى دينه [ح] كتب ناسخ [ا] فوقها «عن المولى دينه» من نسخة أخرى / وهو: ناقصة [ح] – 3 وهي: وهو [ح] – 4 فنصف: ونصف [ح] / شيء: ناقصة [ا] – 6 الشيء ... والخمسين: ستة اتساعه يعدل شيئا [ح] – 8 فتجمع: فجميع [ح] – 9 درهمًا: ناقصة [ح] / مائتي: مايتا [ح] – 10 تسعمائة: ستماية [ح] – 11 ستمائة: ستمايه درهم [ا، ط] / درهمًا: ناقصة [ح] – 12 الموجودة: ناقصة [ح] / وهي: وهو [ح] – 13 درهمًا: درهما والف درهم [ح] / تسعمائة: سبعماية [ح] / المولى: السيد [ح] – 14 ثلاثمائة: ثلاثماية درهم [ح] / فيبقى: ويبقى [ا، ط] – 15 مسألة: ناقصة [ا، ط] – 16 ترك: ناقصة [ح] / البنت: الابنه [ح] – 18 للبنت: للابنه من ذلك [ح] – 19 فتضيف: ثم نصف [ح] / وهي: وهو [ح] – 20 وهي: وهو [ح] / فيكون: درهم فيكون [ح] / درهم: ناقصة [ط] / شيء: ناقصة [ح].

النصف، ويرجع إلى السيد النصف، وهو مائة وخمسون درهمًا وربع
شيء، فصار جميع ما في يد السيد أربعمائة وخمسين غير ربع شيء،
فذلك مثلا الوصية. فنصف ذلك مثل الوصية، وهو مائتان وخمسة
وعشرون درهمًا غير ثمن شيء، يعدل شيئًا. فاجبر ذلك بثمن شيء
5 وزده على الشيء، فيكون مائتين وخمسة وعشرين درهمًا تعدل شيئًا
وثمن شيء. فقابل بذلك / فالشيء الواحد يعدل ثمانية أتساع مائتين ح - ٥٥ - ظ
وخمسة وعشرين، وذلك مائتا درهم.

مسألة: فإن أعتق عبداً له في مرضه قيمته ثلاثمائة درهم، فمات
العبد وترك خمسمائة درهم / وترك بنتًا، وأوصى بثلث ماله، ثم ماتت ا - ٣١ - و
10 البنت وتركت أمها وأوصت بثلث مالها وتركت ثلاثمائة درهم، فقياسه:
أن ترفع من تركة العبد السعاية، وهي ثلاثمائة درهم غير شيء، فيبقى
مائتا درهم وشيء، وقد أوصى بثلث ماله، وهو ستة وستون درهمًا /
وثلثان وثلث شيء، ويرجع إلى السيد بميراثه ستة وستون درهمًا وثلثان ط - ١٠٠
وثلث شيء، ولابنته مثل ذلك تضمه إلى ما تركت، وهو ثلاثمائة درهم،
15 فيكون ثلاثمائة وستة وستين درهمًا وثلثي درهم وثلث شيء، وقد أوصت
بثلث مالها، وهو مائة درهم واثنان وعشرون درهمًا وتسعا درهم وتسع
شيء، فيبقى مائتان وأربعة وأربعون وأربعة أتساع درهم وتسعا شيء،
للأم من ذلك الثلث واحد وثمانون درهمًا وأربعة أتساع وثلث تسع
درهم وثلثا تسع شيء، ورجع ما بقي إلى السيد، وهو مائة واثنان وستون
20 درهمًا وثمانية أتساع وثلثا تسع درهم وتسع شيء وثلث / تسع شيء، ح - ٥٦ - و

1 النصف (الأولى): نصفه [ح] / درهمًا: ناقصة [ا، ط] - 2 وخمسون: وخمسين [ح] - 3 فذلك: وذلك [ح] - 6 بذلك: ذلك [ح] / يعدل: ناقصة [ا، ط] - 8 مسألة: ناقصة [ا، ط] / فمات: ناقصة [ح] - 9 العبد وترك: وترك العبد [ح] - 10 أمها: اما [ح] - 14 تضمه: فضمه [ح] - 15 ثلاثمائة: ثلاثماية درهم [ح] / وستين: وستون [ط] / وقد أوصت: فاوصت [ح] - 16 تسع: تسعي [ح] - 17 فيبقى: ويبقى [ا، ط] / وأربعون: واربعون درهما [ح] / أتساع: اسباع [ا] - 18 أتساع: اتساع درهم [ح] - 20 وثمانية أتساع: ناقصة [ط] / شيء (الأولى): ناقصة [ح].

ميراثًا له لأنه عصبه، مضافًا إلى السعاية وهي ثلاثمائة غير شيء وميراثه
من العبد، وهو ست وستون درهمًا وثلثان وثلث شيء. فحصل في أيدي
ورثة السيد خمسمائة وتسعة وعشرون درهماً وسبعة عشر جزءاً من
سبعة وعشرين جزءاً من درهم غير أربعة أتساع شيء وثلثا تسع شيء،
5 وذلك مثلا الوصية، التي هي شيء، فنصف ذلك مائتان وأربعة وستون
درهمًا واثنان وعشرون جزءاً من سبعة وعشرين جزءاً من درهم غير
سبعة أجزاء من سبعة وعشرين من شيء. فتجبر ذلك بالسبعة الأجزاء،
وتزيد عليها الشيء، فيكون ذلك مائتين وأربعة وستين درهمًا واثنين
وعشرين جزءاً من سبعة وعشرين جزءاً من درهم تعدل شيئًا وسبعة
10 أجزاء من سبعة وعشرين جزءاً من شيء. فقابل به وتحطه إلى شيء
واحد، وذلك أن تنقص منه سبعة أجزاء من أربعة وثلاثين / جزءاً منه، ح-٥٦-ظ
فيكون الشيء الواحد يعدل مائتي وعشرة دراهم وخمسة أجزاء من سبعة
عشر جزءاً من درهم، وهو الوصية.

مسألة: فإن أعتق عبداً له في مرضه قيمته مائة درهم، ووهب لرجل
15 جارية قيمتها خمسمائة درهم وعقرها مائة درهم فوطئها الموهوب له.
فقول أبي حنيفة إن العتق أولى فيبدأ به.
وقياسه: أن تجعل قيمة الجارية خمسمائة درهم في قوله، وقيمة العبد
مائة درهم، وتجعل وصية صاحب الجارية شيئًا آخر. فقد / أمضى عتق ا-٢١-ظ
العبد وقيمته مائة درهم. وأوصى للموهوب له بشيء، ورد العقر مائة
20 درهم غير خمس شيء؛ فصار في أيدي الورثة ستمائة درهم غير شيء

1 عصبه: حصته [ط] – 1-2 مضافًا ... شيء: ناقصة [ا، ط] – 2 شيء: جزء [ح] – 2-3 أيدي ورثة: يد [ح] – 3 تسعة: سبعة [ح] – 4 ثلثا: ثلث [ا، ط] – 6 جزءاً من درهم: ناقصة [ح] – 7 عشرين: عشرين جزا [ح] / شيء: شيء مثل الوصية [ح] / فتجبر: كتب ناسخ [ا] «فاجبر» ثم كتب فوقها «فتجبر» من نسخة أخرى – 8 وتزيد عليها: وتزيدها على [ح] – 10 جزءاً: ناقصة [ح] / به: بذلك [ح] – 11 وذلك: وذلك حاشيه اذا اردت ان تحطه الى شى فاضرب ٢٦٤ في المخرج وهو ٢٧ وزد عليه الكسور وهو ٢٢ فيكون ذلك ٧١٥٠ واقسم على ٣٤ فيخرج لك ١٢٠١ وعشرة اجزا من اربعة وثلاثين وذلك هو الشى الواحد وذلك لما كان المخرج مساويا للمال استغنيت عن ضرب ما خرج لك [ح] / منه (الثانية): منها [ح] – 12 مائتي: مايتين [ح] مائتي درهم [ا، ط] – 13 وهو: وهي [ح] – 14 مسألة: ناقصة [ا، ط] – 16 أولى: يعني أولى من الهبة – 17 في قوله: ناقصة [ح] – 18 مائة درهم: شيا [ح] – 19 للموهوب له: لها ذا [ح] كتب ناسخ [ا] فوقها «لصاحب الجارية» من نسخة أخرى.

وخمس شيء، وهو / مثلا المائة الدرهم والشيء، فنصف ذلك مثل وصيتهما وهو ثلاثمائة غير ثلاثة أخماس شيء. فاجبر الثلاثمائة بثلاثة أخماس شيء، وزد مثلها على الشيء، فيكون ذلك ثلاثمائة درهم تعدل شيئًا وثلاثة أخماس شيء ومائة درهم. فاطرح من الثلاثمائة مائة بمائة، فيبقى مائتا درهم تعدل شيئًا وثلاثة أخماس شيء، فقابل بذلك فتجد الشيء من ذلك خمسة أثمانه، فتأخذ خمسة أثمان مائتين، وهو مائة وخمسة وعشرون، وهو الشيء، وذلك وصية الذي أوصى / له بالجارية.

ط - ١٠١

5

ح - ٥٧ - ر

مسألة: فإن أعتق عبداً له قيمته مائة درهم، ووهب لرجل جارية قيمتها خمسمائة درهم وعقرها مائة درهم، فوطئها الموهوب له، وأوصى الواهب لرجل بثلث ماله، فقياسه: في قول أبي حنيفة إنه لا يضرب صاحب الجارية بأكثر من الثلث، فيكون الثلث بينهما نصفين.

10

وقياسه: أن تجعل قيمة الجارية خمسمائة درهم، والوصية من ذلك شيء، فصار في أيدي الورثة من ذلك خمسمائة درهم غير شيء واحد، والعقر مائة غير خمس شيء، فصار في أيديهم ستمائة غير شيء وخمس شيء. وأوصى لرجل بثلث ماله، وهو مثل وصية صاحب الجارية، وهو شيء، فيبقى في أيدي الورثة ستمائة غير شيئين وخمس شيء، وذلك مثلا وصاياهم جميعًا، قيمة العبد والشيئين الموصى بهما، فنصف ذلك يعدل وصاياهم، وهو ثلاثمائة غير شيء وعشر شيء. فاجبر ذلك بشيء وعشر شيء، فيكون ثلاثمائة تعدل ثلاثة أشياء وعشر شيء ومائة درهم. فاطرح مائة بمائة، فتبقى مائتان تعدل ثلاثة أشياء وعشر شيء.

15

20

1 الدرهم: درهم [ح] - 2 وصيتهما: وصيتها [ح] - 3 ذلك: ناقصة [ح] / درهم: ناقصة [ح] - 5 فتجد: فخذ [ح] - 6 وهو: وذلك [ح] - 8 مسألة: ناقصة [ا، ط] / عبداً له قيمته: جارية قيمتها [ح] كتب ناسخ [ا] فوقها «جارية قيمتها» من نسخة أخرى - 9 الموهوب له: ناقصة [ح] - 10 الواهب: ناقصة [ح] - 11 فيكون الثلث: ناقصة [ح] / نصفين: بنصفين [ح] - 12 وقياسه: فقياسه [ح] / والوصية: الوصية [ا] - 13 شيء (الأولى): ناقصة [ح] / واحد: ناقصة [ح] - 14 والعقر: والمعقر [ا] - 15 وأوصى: فأوصى [ح] - 17 العبد: الجارية [ح] كتب ناسخ [ا] فوقها «الجارية» من نسخة أخرى - 18 وصاياهم: الوصايا [ح] / هو: كتب ناسخ [ا] فوقها «هي» من نسخة أخرى - 19 عشر: أثبتها في الهامش مع «صح» [ح] / فيكون: يكون ذلك [ح].

فقابل به، فالشيء من ذلك عشرة أجزاء من واحد وثلاثين جزءاً من ‹مائتي› درهم، فالوصية من المائتين على قدر ذلك، وهو أربعة / وستون ح - ٥٧ - ظ درهماً وستة عشر جزءاً من واحد وثلاثين جزءاً من الدرهم.

مسألة: فإن أعتق جارية قيمتها مائة درهم، ووهب لرجل جارية قيمتها خمسمائة درهم، فوطئها الموهوب له، وعقرها مائة درهم، وأوصى 5 الواهب لرجل بربع ماله، فقول أبي حنيفة إن صاحب الجارية لا يضرب بأكثر من الثلث / وصاحب الربع يضرب بالربع. ا - ٣٢ - و

وقياسه: أن قيمة الجارية خمسمائة درهم، والوصية من ذلك / شيء، ط - ١٠٢ فيبقى خمسمائة درهم غير شيء. وأخذوا العقر مائة درهم غير خمس شيء، فصار في أيدي الورثة ستمائة درهم غير شيء وخمس شيء. ثم 10 تعزل وصية صاحب الربع ثلاثة أرباع / شيء، لأن الثلث إذا كان شيئاً ح - ٥٨ - و فالربع ثلاثة أرباعه، فيبقى ستمائة درهم غير شيء وثمانية وثلاثين جزءاً من أربعين جزءاً من شيء، وذلك مثلا الوصية. فنصف ذلك يعدل وصاياهم، وهي ثلاثمائة درهم غير تسعة وثلاثين جزءاً من أربعين جزءاً من شيء، فاجبر ذلك بهذه الأجزاء، فتكون ثلاثمائة درهم تعدل مائة 15 درهم وشيئين وتسعة وعشرين جزءاً من أربعين جزءاً من شيء. فاطرح مائة بمائة، فتبقى مائتا درهم تعدل شيئين وتسعة وعشرين جزءاً من أربعين جزءاً من شيء. فقابل به، فيكون الشيء يعدل ثلاثة وسبعين درهماً وثلاثة وأربعين جزءاً من مائة وتسعة أجزاء من درهم.

1 به: بذلك [ح] / واحد: احد [ح] - 2-1 من درهم: منها [ح] - 2 ذلك: ذلك حاشية وهو الشيء (... مطموسة) [ح] / وهو أربعة: ناقصة [ح] - 3 درهماً: ناقصة [ح] / الدرهم: درهم وذلك وصية الذي اوصى له بالجارية قيمة الجارية الموهوبة خمس ماية وعقرها ماية وقيمة الجارية المعتقة ماية خرج من ذلك في العقر اثنا عشر وثمانية وعشرون جزا من واحد وثلاثين جزا صار جميع ذلك ستماية وسبعة وثمانين وثلاثة اجزا من واحد وثلاثين جزا للموصى لهما بالجارية وبالثلث بينهما بالسوية ماية وتسعة وعشرون وجزا من واحد وثلاثين جزا ومن المعتقة ماية صار ذلك مايتين وتسعة وعشرين وثلث وذلك ثلث المال رجع [ح] - 4 مسألة: ناقصة [ا، ط] / فإن: فان قال [ح] - 5 الموهوب له: ناقصة [ح] - 6 الواهب: ناقصة [ح] - 8 وقياسه: قياسه [ح] / والوصية: الوصية [ح] - 9 وأخذوا: ثم خذ [ح] - 12 أرباعه: ارباع [ح] / وثلاثين: وثلاثون [ح] - 14 وهي: وهو [ح] - 15 بهذه: هذه [ح] / درهم: ناقصة [ح] - 16 وشيئين: وتعدل شيئين [ح] - 18 من شيء: ناقصة [ح] - 18-19 ثلاثة وسبعين ... درهم: يوجد العبارة التالية بدلاً عنها: «وتسعين درهما (فراغ) واربعين جزا من (فراغ) وتسعة اجزا» [ح].

باب العقر في الدور

رجل وهب لرجل جارية في مرض موته، ولا مال له غيرها، ثم مات،
وقيمتها ثلاثمائة درهم، وعقرها مائة درهم، فوطئها الرجل الموهوب له.
فقياسه: أن تجعل الوصية للموهوب له الجارية شيئاً، وانتقصه من الهبة
5 ⟨فيبقى⟩ ثلاثمائة غير شيء. ويرجع إلى ورثة الواهب ثلث الانتقاص
للعقر، لأن العقر ثلث القيمة، وذلك مائة درهم غير ثلث شيء، فصار في
أيدي ورثة الواهب أربعمائة غير شيء وثلث شيء. وذلك مثلا الوصية،
التي هي شيء، وذلك / شيئان. فاجبر الأربعمائة بشيء وثلث شيء، ح - ٥٨ - ظ
وزده على الشيئين، فيكون أربعمائة تعدل ثلاثة أشياء وثلث شيء،
10 فالشيء من ذلك ثلاثة أعشاره، وهو مائة وعشرون درهماً، وهي الوصية.

مسألة: فإن قال وهبها في مرضه وقيمتها ثلاثمائة وعقرها مائة،
فوطئها الواهب ثم مات، فقياسه: أن تجعل الوصية شيئًا والمنتقص
ثلاثمائة غير شيء، فوطئها الواهب فلزمه العقر، وهو ثلث الوصية، لأن
العقر ثلث القيمة، وهو ثلث شيء، فصار في أيدي ورثة الواهب ثلاثمائة
15 غير شيء وثلث شيء، وهو مثلا الوصية، التي هي شيء، وهو شيئان. /
فاجبر ذلك بشيء وثلث شيء وزده على الشيئين، فيكون ثلاثمائة / ط - ١٠٢ - و
تعدل ثلاثة أشياء وثلث شيء، فالشيء من ذلك ثلاثة أعشاره، وهو ا - ٢٢ - ظ
تسعون درهماً، وذلك الوصية.

1 العقر في الدور: من الدور في العقر [ح] – 2 مرض موته: مرضه [ح] – 3 الرجل: ناقصة [ح] – 4 للموهوب: للموهوبه [ح] / وانتقصه: وتنقص [ح] كتب ناسخ [ا] «ينتقص» ثم كتب فوقها «وانتقص» من نسخة أخرى – 5 ويرجع: فيرجع [ح] – 6 لأن: لان ثلث [ح] / درهم: ودرهم [ح] – 7 ورثة: وارث [ح] – 8 شيء (الأولى): الشي [ح] / شيء: ناقصة [ح] – 9 ثلاثة: ناقصة [ا] – 10 فالشيء: الشيء [ح] / من: ناقصة [ا] / وهي: وهو [ح] – 11 مسألة: ناقصة [ا، ط] / فإن: وان [ح] / ثلاثمائة: ثلاثمائة درهم [ح] / مائة: مائة درهم [ح] – 13 فوطئها: فلما وطيها [ح] / فلزمه: لزمه [ح] / وهو: وذلك [ا، ط] ثم كتب فوقها «وهو» من نسخة أخرى – 15 شيء (الثالثة): الشي [ح] كتب ناسخ [ا] فوقها «الشي» من نسخة أخرى – 16 شيء: ناقصة [ح] – 18 تسعون: سبعون [ح] / درهماً: ناقصة [ح].

فإن كانت المسألة على حالها، ووطئها الواهب والموهوب له، فقياسه: أن تجعل الوصية شيئًا والمنتقص ثلاثمائة غير شيء، ويلزم الواهب للموهوب له العقر بالوطء ثلث شيء، ويلزم الموهوب له ثلث الانتقاص، وهو مائة غير ثلث شيء، فصار في أيدي ورثة الواهب / أربعمائة غير (ح-٥٩-و)
5 شيء وثلثي شيء، وذلك مثلا الوصية. فاجبر الأربعمائة بشيء وثلثي شيء وزدها على الشيئين، فيكون أربعمائة تعدل ثلاثة أشياء وثلثي شيء، فالشيء من ذلك ثلاثة أجزاء من أحد عشر جزءاً من أربعمائة، وهو مائة وتسعة دراهم وجزء من أحد عشر جزءاً من درهم، وذلك الوصية، والانتقاص مائة وتسعون ‹درهم› وعشرة أجزاء من أحد عشر جزءاً من
10 درهم.

وفي قول أبي حنيفة يجعل الشيء وصية، وما صار إليه بالعقر أيضًا وصية.

فإن كانت المسألة على حالها، فوطئها الواهب وأوصى بثلث ماله، فإن قول أبي حنيفة الثلث بينهما نصفان.

15 وقياسه: أن تجعل الوصية للموهوب له الجارية شيئًا، فيبقى ثلاثمائة غير شيء. ثم زد العقر، وهو ثلث شيء، فيبقى معه ثلاثمائة غير شيء وثلث شيء، فوصيته في قول أبي حنيفة شيء وثلث شيء، وفي قول لآخر شيء. ثم تعطي الموصى له بالثلث مثل وصية الأول، وهو شيء وثلث شيء. فيبقى في يده ثلاثمائة غير شيئين وثلثي شيء تعدل مثلي الوصيتين
20 وهما شيئان وثلثا شيء، فنصف ذلك يعدل الوصيتين، وهو مائة وخمسون غير شيء وثلث شيء. فاجبر ذلك بشيء وثلث شيء وزده على الوصيتين، فصار مائة وخمسين تعدل أربعة أشياء، فالشيء من ذلك ربعه، وهو سبعة وثلاثون ونصف.

---

1 فقياسه: كتب ناسخ [ا] فوقها «فقياس ذلك» من نسخة أخرى – 3-4 ويلزم ... شيء: مكررة [ح] – 4 وهو: فهي [ح] – 5 ثلثي (الأولى والثانية): ثلث [ح] – 6 ثلثي: ثلث [ح] – 7 مائة: مائة درهم [ح] – 8 دراهم: دراهم [ح] / جزءاً: ناقصة [ا، ط] / درهم: الدرهم [ح] – 9-10 من أحد ... درهم: ناقصة [ح] – 13 على حالها: كتب ناسخ [ا] فوقها «بحالها» من نسخة أخرى – 15 للموهوب: للموهوبة [ح] – 16 زد: رد [ا، ط] / العقر وهو: ناقصة [ح] – 17 قول (الثانية): القول [ح] / لآخر: الاخر [ا، ح، ط]، وربما المقصود هنا هو أبو يوسف تلميذ أبي حنيفة – 20 شيء: شيء فاجبر ذلك بشيئين وثلثي شيء وزد ذلك على خمسة اشياء وثلث شي فيكون ثلاثماية تعدل ثمانية اشيا الشي من ذلك [ح-٥٩-ظ] ثمنه وهو سبعة وعشرين ونصف وان شيئت [ح] / فنصف: فان نصف [ح] – 21 وثلث (الأولى): والا ثلث [ح].

مسألة: فإن قال وطئها الموهوب له ووطئها الواهب وأوصى بثلث ماله،
فإن القياس في قول أبي حنيفة: أن تجعل الوصية شيئًا، فيبقى ثلاثمائة
غير شيء واحد، العقر مائة غير ثلث شيء، فصار في يده أربعمائة درهم
غير شيء وثلث شيء ورد / العقر ثلث شيء. وأعطى الموصى له بالثلث ط - ١٠٤
5 مثل وصية الأول شيئًا وثلث شيء، فيبقى أربعمائة درهم غير ثلاثة أشياء
تعدل مثلي الوصية، وذلك شيئان / وثلثي شيء. فاجبر ذلك بثلاثة ١ - ٢٢ - و
أشياء، فيكون أربعمائة تعدل ثمانية أشياء وثلث شيء، فقابل بذلك،
فيكون الشيء الواحد يعدل ثمانية وأربعين درهمًا.

مسألة: فإن قال رجلٌ وهب لرجل جارية في مرض موته قيمتها
10 ثلاثمائة درهم وعقرها مائة درهم، فوطئها الموهوب له، ثم وهبها الموهوب
له للواهب في مرضه أيضًا / فوطئها الواهب. كم حاز منها ؟ وكم انتقص؟ ح - ٦٠ - و
قياسه: أن تجعل قيمتها ثلاثمائة درهم، والوصية من ذلك شيء، فيبقى
في أيدي ورثة الواهب ثلاثمائة غير شيء، وصار في يد الموهوب له شيء،
فأعطي الموهوب له الواهب بعض الشيء، وبقي في يده شيء غير بعض
15 شيء، ورد إليه مائة غير ثلث شيء، وأخذ العقر ثلث شيء غير ثلث
بعض شيء، فصار في يده شيء وثلثا شيء غير مائة درهم وغير بعض
شيء وغير ثلث بعض شيء، وذلك مثلا بعض الشيء، فنصفه مثل بعض
الشيء، وهو خمسة أسداس شيء غير خمسين درهمًا وغير ثلثي بعض

1 مسألة: ناقصة [ا، ط] – 3 واحد: واجبر [ح] / مائة: بماية [ح] – 4 ورد: وزد [ح] – 5 درهم: ناقصة [ح] / ثلاثة: ثلث [ح] / أشياء: شي [ح] – 6 ثلثي: ثلثا [ح] / فاجبر: واجبر [ح] – 7 ثمانية: خمسة [ح] / ثلث: ثلثي [ح] / بذلك: به [ح] – 8 ثمانية وأربعين درهمًا: نجد العبارة التالية بدلاً عنها «سبعين درهما وعشرة اجزاء من سبعة عشر جزا من درهم» [ح] – 9 مسألة: ناقصة [ا، ط] / مرض موته: مرضه [ا، ح] ثم كتب فوقها «مرض موته» من نسخة أخرى – 10 درهم: ناقصة [ح] / الموهوب (الثانية): الموهوبة [ح] – 12 تجعل: ناقصة [ح] / درهم: ناقصة [ح] / والوصية: فالوصية [ح] / من ذلك: منها [ح] – 14 فأعطي: فاعط [ح] / الواهب: للواهب [ح] – 15 إليه: العقر [ح] / شيء: ناقصة [ح] / وأخذ: فاحد [ح] – 16 وغير: غير [ط] – 17 شيء (الثانية): كتب ناسخ [ا] فوقها «الشي» من نسخة أخرى / مثل: مثل ثلثي العقر [ح] – 18 ثلثي: ثلث [ا].

شيء. فاجبر ذلك بثلثي بعض الشيء وبخمسين درهمًا، فيكون خمسة
أسداس شيء تعدل بعض شيء وثلثي بعض شيء وخمسين درهمًا،
فاردد ذلك إلى بعض شيء لتعرفه، وهو أن تأخذ ثلاثة أخماسه، فيكون
بعض الشيء وثلاثين درهمًا يعدل نصف شيء، فيكون نصف شيء غير
5 ثلاثين يعدل بعض الشيء، الذي هو وصية الموهوب له للواهب. فاعرف
ذلك.

ثم ارجع إلى ما بقي في يد الواهب، وهو ثلاثمائة غير شيء. وصار
إليه بعض الشيء، وهو نصف الشيء إلا ثلاثين درهمًا، فيبقى / في يده ح - ٦٠ - ظ
مائتان وسبعون غير نصف شيء، وأخذ العقر، وهو مائة درهم غير ثلث
10 شيء، ورد العقر وهو ثلث ما بقي من الشيء بعد رفع بعض الشيء، وهو
سدس شيء وعشرة دراهم، فحصل في يده ثلاثمائة وستون غير شيء،
وذلك مثلا الشيء والعقر الذي ردّ، فنصف ذلك مائة وثمانون غير نصف
شيء، وهو مثل الشيء / والعقر. فاجبر ذلك بنصف شيء، وزده على ط - ١٠٥
الشيء والعقر، فيكون مائة وثمانين درهمًا تعدل شيئًا ونصف شيء،
15 والعقر الذي رد، وهو سدس شيء وعشرة دراهم، تسقط عشرة بعشرة،
فيبقى مائة وسبعون درهمًا تعدل شيئًا وثلثي شيء، فاردده إلى شيء
واحد لتعرف الشيء، وهو أن تأخذ ثلاثة أخماسه، فيكون مائة واثنين
تعدل / الشيء الذي هو وصية الواهب للموهوب له. ا - ٢٢ - ظ

وأما وصية الموهوب له للواهب فهي نصف ذلك غير ثلاثين درهمًا، وهو
20 واحد وعشرون درهمًا، واللهّ أعلم.

1 شيء: الشي وغير بعض شي وهو خمسة اسداس شي [ح] كتب ناسخ [ا] فوقها «الشي» من نسخة أخرى / ذلك: ذلك ببعض شي [ح] / بثلثي: وثلثي [ح] / الشيء: شيء [ح] / درهمًا: ناقصة [ح] – 3 شيء: الشي [ح] / تأخذ: تاخذ منه [ح] – 4 ثلاثين: ثلاثون [ح] / فيكون: فيكون بعض الشي [ح] – 5 ثلاثين: الثلثين [ح] / يعدل: وهو [ح] كتب ناسخ [ا] «يعدل» ثم كتب فوقها «هو» من نسخة أخرى – 7 ما بقي في يد الواهب وهو: الواهب وفي يده [ح] / وصار: فصار [ح] – 8 الشيء (الثانية): شي [ح] / الا: غير [ح] كتب ناسخ [ا] فوقها «غير» من نسخة أخرى / ثلاثين: أثبتها في الهامش مع «صح» [ح] / فيبقى: فبقي [ا] فيبقى فيه [ح] – 10 ورد: وزد [ح] / بعض الشيء: بعضه [ح] كتب ناسخ [ا] فوقها «بعضه» من نسخة أخرى – 11 وعشرة: غير عشرة [ح] – 12 الذي ردّ: والذي زدت [ح] – 14 ثمانين: ثمانون [ح] – 15 رد: زدت [ح] / تسقط: فاسقط [ح] – 16 فيبقى: فصار [ح] / سبعون: سبعين [ح] – 16-17 إلى شيء واحد: ناقصة [ا، ط] – 18 انظر التعليق رقم [٥] – 19 فهي: فهو [ا، ح] – 20 واحد: احد [ا، ط] / درهمًا: ناقصة [ا، ط] / والله أعلم: ناقصة [ح].

باب السلم في المرض

إذا أسلم رجلٌ في مرضه ثلاثين درهمًا في كرّ من طعام تساوي عشرة دراهم، ثم مات في مرضه، فإنه ترد الكر، وترد على ورثة الميت عشرة دراهم.

5 قياسه: أن ترد الكر وقيمته عشرة دراهم، فيكون / قد حاباه ح-٦١-و بعشرين درهمًا، فالوصية من المحاباة شيء، ويصير في أيدي الورثة عشرين غير شيء؛ والكر، وكل ذلك ثلاثون درهمًا غير شيء يعدل شيئين، وهو مثلا الوصية. فاجبر الثلاثين بالشيء وزده على الشيئين، فتصير الثلاثون تعدل ثلاثة أشياء، الشيء من ذلك ثلثه، وهو عشرة

10 دراهم، وهو ما حاز من المحاباة.

مسألة: فإن أسلم إلى رجل عشرين درهمًا، وهو مريض، في كر يساوي خمسين درهمًا، ثم أقاله في مرضه، ثم مات، فإنه يرد أربعة أتساع الكر وأحد عشر درهمًا وتسع درهم.

وقياسه: أنك قد علمت أن قيمة الكر مثل المال الذي أسلم إليه مرتين

15 ونصفًا، فهو لا يرد من رأس المال شيئًا إلا رد من الكر مثليه ومثل نصفه. فتجعل الذي يرد من الكر بالشيء شيئين ونصفًا، فزده على ما بقي من العشرين، وهو عشرون غير شيء، فيصير في أيدي ورثة الميت عشرون درهمًا وشيء ونصف شيء، فمثل نصفها هي الوصية، وهو عشرة دراهم

2 رجل: الرجل [ح] - 5 قيمته: قيمة [ح] / فيكون: ويكون [ح] كتب ناسخ [ا] فوقها «ويكون» من نسخة أخرى - 7 عشرين: عشرون [ا، ح] / والكر: ناقصة [ح] كتب ناسخ [ا] «وكر» ثم كتب فوقها «والكر» من نسخة أخرى/ وكل: في كل [ا، ط] - 8 شيئين: ستين [ا، ط] - 9 فتصير الثلاثون: فيكون ثلاثين [ح] - 10 وهو: فهو [ح] / حاز: جاز [ط] - 11 مسألة: ناقصة [ا، ط] / رجل: الرجل [ح] - 12 ثم مات: ناقصة [ح] - 13 وأحد: وهو احد [ح] - 14 مثل: مثلي [ح] - 15 مثليه: مثله [ح] - 16 بالشيء: وبالشى [ح] / شيئين: فشيئين [ا] شيان [ح] / فزده على: ويرد [ح] - 17 غير شيء: الا شي [ح] - 18 شيء (الثانية): ناقصة [ح] / هي: وهو [ح].

وثلاثة أرباع شيء وذلك يعدل ثلث المال، وهو ستة عشر درهمًا وثلثا
درهم، فألق عشرة بعشرة، فتبقى ستة دراهم وثلثان تعدل ثلاثة أرباع
شيء. فكمل الشيء وهو أن تزيد عليه ثلثه وزد على الستة / والثلثين ح - ٦١ - ظ
ثلثها، وهو درهمان وتسعا درهم، فيكون ثمانية دراهم وثمانية / أتساع ط - ١٠٦
5 درهم تعدل شيئًا. فانظر كم الثمانية الدراهم والثمانية الأتساع من رأس
المال، وهو عشرون درهمًا، فتجد ذلك أربعة أتساعها، فرد من الكر أربعة
أتساعه، وترد خمسة أتساع العشرين، فتكون قيمة أربعة أتساع الكر
اثنين وعشرين درهمًا وتسعي درهم وخمسةُ أتساع العشرين أحد عشر
درهمًا وتسع درهم، فيصير في أيدي الورثة ثلاثة وثلاثون درهمًا وثلث
10 درهم، وهو ثلثا الخمسين / الدرهم. والله أعلم.

1 يعدل: ناقصة [ا، ط] - 3 فكمل الشيء: كتب من النسخة الأخرى «فكمل الشيء بثلثه وزده على الستة» [ا] / وهو أن تزيد عليه: ناقصة [ح] / ثلثه: بثلثه [ح] / الثلثين: الثلاثين مثل [ح] - 4 دراهم: ناقصة [ح] - 5 درهم: ناقصة [ح] / الدراهم: ناقصة [ح] - 7 قيمة: قيمته [ح] - 9 درهم: ناقصة [ح] / الورثة: ورثة الميت [ح] / وثلاثون: وثلاثين [ح] - 10 درهم: ناقصة [ح] / الخمسين: خمس [ح] / الدرهم: درهم [ح] / والله أعلم: ناقصة [ح]؛ نجد بعدها «تم الكتاب بحمد الله ومنه وتوفيقه وتسديده، فرغ من نساخته في يوم الأحد تاسع عشر من المحرم أحد شهور سنة ٧٤٢ هجرية على صاحبها وآله أفضل الصلوة والسلم، وصلى الله على سيدنا محمد وآله وسلم» [ا] «تمت بحمد الله وعونه وحسن توفيقه يوم الأحد المبارك الرابع والعشرين من محرم سنة ١١٨١ من الهجرة على صاحبها أفضل الصلاة وأتم التسليم وعلى آله وصحبه» [ح].

شروح وتعليقات موجزة

نقدّم في هذا الفصل شروحاً لبعض مقاطع النص، بلغة عصرنا، من شـــأنها أن تُساعد على فهمه. تتناول هذه الشروح أغلب صفحات النصّ. نُشير بحرف "ص" إلى الصفحة وبحرف "س" إلى السطر. فعندما نكتب (على سبيل المثـــال) ص. ٢٢٥، س ٣-١١، نعني أنّ الشرح يتناول المقطع الواقع بين السطرين ٣ و ١١ مـــن الـــصفحة ٢٢٥.

<المفرَدات>

١) ص. ١٦٧، س. ١٨-١٩:

"أموال تعدل جذوراً، وأموالٌ تعدل عدداً، وجذورٌ تعدل عدداً": يقصد الخوارزمي المعادلات الثلاث التالية (من اليسار إلى اليمين):

$$ax^2 = bx \ , \ ax^2 = c \ , \ bx = c$$

٢) ص. ١٦٧، س. ٢٠- ص. ١٧٤، س. ٤:

يُعطي الخوارزمي ثلاثة أمثلة على المعادلة من النوع الأوّل: $ax^2 = bx$ ويحلّها كما يلي:

المثل الأوّل:

$$x^2 = 5x \Rightarrow x = 5 \Rightarrow x^2 = 25$$

المثل الثاني:

$$\frac{1}{3}x^2 = 4x \Rightarrow x^2 = 12x \Rightarrow x = 12 \Rightarrow x^2 = 144$$

المثل الثالث:

$$5x^2 = 10x \Rightarrow x^2 = 2x \Rightarrow x = 2 \Rightarrow x^2 = 4$$

ويُشير إلى الشكل العام:

$$ax^2 = bx \Rightarrow x^2 = \frac{b}{a}x \Rightarrow x = \frac{b}{a} \Rightarrow x^2 = \left(\frac{b}{a}\right)^2$$ ،

ملاحظة: الأعداد كما المجهول هي موجبة حصراً. حلّ المعادلات يجب أن يكون محصوراً في المجموعة $Q^+ - \{0\}$، أي أنّ الصِفر لا يُعتبر حلاً لأيّة معادلة.

٣) ص. ١٦٨، س. ٥-١١:

يُعطي الخوارزمي ثلاثة أمثلة على المعادلة من النوع الثاني: $ax^2 = c$ ويحلّها

كما يلي:

المثل الأوّل:

$$x^2=9 \Rightarrow x=3$$

المثل الثاني:

$$5x^2=80 \Rightarrow x^2=16 \Rightarrow x=4$$

المثل الثالث:

$$\frac{1}{2}x^2=18 \Rightarrow x^2=36 \Rightarrow x=6$$

ويُشير إلى الشكل العام:

$$ax^2=c \Rightarrow x^2=\frac{c}{a} \Rightarrow x=\sqrt{\frac{c}{a}}$$

٤) ص. ١٦٨، س. ١٢-١٦:

يُعطي الخوارزمي ثلاثة أمثلة على المعادلة من النوع الثالث: $bx=c$ ويحلّها كما يلي:

المثل الأوّل:

$$x=3 \Rightarrow x^2=9$$

المثل الثاني:

$$4x=20 \Rightarrow x=5 \Rightarrow x^2=25$$

المثل الثالث:

$$\frac{1}{2}x=10 \Rightarrow x=20 \Rightarrow x^2=400$$

<المقترنات>

٥) ص. ١٦٩، س. ٣-٤:

"أموال وجذور تعدل عدداً، وأموالٌ وعدد تعدل جذوراً، وجذورٌ وعدد تعدل

أموالاً": يقصد الخوارزمي المعادلات الثلاث التالية (من اليسار إلى اليمين):

$$ax^2 + bx = c \,,\ ax^2 + c = bx \,,\ bx + c = ax^2$$

٦) ص. ١٦٩، س. ٨:

"فبابه أن تُنصّف الأجذار": المقصود أن نُنصّف عدد الأجذار، أي مُعامِل الجذر x، أي أن نأخذ $\frac{b}{2}$.

٧) ص. ١٦٩، س. ٥-١١:

يُعطي الخوارزمي مثلاً على النوع الأوّل من المعادلات $ax^2 + bx = c$ هو المعادلة:

$$x^2 + 10x = 39$$

ويحلّها كما يلي: إذا اعتبرنا أنّ

$$\left(x + \frac{b}{2}\right)^2 = x^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 + bx$$

حيث $\frac{b}{2} = 5$، يكون لدينا:

$$(x+5)^2 = x^2 + 25 + 10x = 39 + 25 = 64$$

ومنها $x + 5 = 8$ فيكون $x = 3$ و $x^2 = 9$.

لا يأخذ الخوارزمي بالاعتبار سوى الجذر الموجِب للمعادلة.

٨) ص. ١٦٩، س. ١٢- ص. ١٧٠، س. ٦:

يُشير الخوارزمي إلى ضرورة ردّ المعادلة من النوع الأوّل $ax^2 + bx = c$ إلى:

$$x^2 + \frac{b}{a}x = \frac{c}{a}$$

ويُعطي مثلاً هو المعادلة من ذلك النوع حيث $a = 2$، $b = 10$، $c = 48$، ويقوم بما يلي:

$$2x^2 + 10x = 48 \Rightarrow x^2 + 5x = 24$$

فيكون

$$\left(x+\frac{5}{2}\right)^2=x^2+5x+\frac{25}{4}=24+\frac{25}{4}=\frac{121}{4}$$

ويكون بالتالي $x+\frac{5}{2}=\frac{11}{2}$ ومنها $x=3$ و $x^2=9$

٩) ص. ١٧٠، س. ٧ – ص. ١٧١، س. ٢:

يُعطي الخوارزمي مثلاً آخر عن المعادلة من النوع الأوّل $ax^2+bx=c$ هــو المعادلة:

$$\frac{1}{2}x^2+5x=28$$

وطريقته في حلّها هي التالية

$$\frac{1}{2}x^2+5x=28 \Leftrightarrow x^2+10x=56$$

$$\Leftrightarrow (x+5)^2=x^2+10x+25=56+25=81$$

$$\Rightarrow x+5=9 \Rightarrow x=4 \Rightarrow x^2=16 \Rightarrow \frac{1}{2}x^2=8$$

ويُنهي الفقرة بالإشارة إلى الطريقة العامّة للحلّ:

$$ax^2+bx=c \Leftrightarrow x^2+\frac{b}{a}x=\frac{c}{a}$$

ولدينا

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}=\frac{c}{a}+\frac{b^2}{4a^2}=\frac{4ac+b^2}{4a^2}$$

فيكون

$$x=\sqrt{b^2+4ac}-b$$

حيث $c>0$، $b>0$، $a>0$؛ ولا يأخذ الخوارزمي بالاعتبار سوى الجذر الموجِب للمعادلة.

١٠) ص. ١٧١، س. ٣ – ص. ١٧٢، س. ٦:

يأخذ الخوارزمي المعادلة من النوع الثاني $ax^2+c=bx$، ويأخذ المَثَل:

$$x^2+21=10x$$

ويقوم بما يكافئ ما يلي: لدينا

$$(x-5)^2=x^2-10x+25=x^2-x^2-21+25=4$$

ومنها $x-5=2$، وبالتالي $x=7$.

ولدينا أيضاً

$$(5-x)^2=25-10x+x^2=25-x^2-21+x^2=4$$

ومنها $5-x=2$ وبالتالي $x=3$.

الجذران في هذا المثل موجبان ويقوم الخوارزمي بحساب الاثنين؛ بعد ذلك يناقش الحالة العامّة من هذه المعادلة:

$$\left(x-\frac{b}{2}\right)^2=\left(\frac{b}{2}\right)^2-c$$

إذا كان $\left(\frac{b}{2}\right)^2>c$، يكون للمعادلة جذران موجبان: $x=\frac{b}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2-c}$؛

إذا كان $\left(\frac{b}{2}\right)^2=c$، يكون للمعادلة جذرٌ واحِد: $x=\frac{b}{2}$؛

إذا كان $\left(\frac{b}{2}\right)^2<c$، تكون المسألة مستحيلة.

١١) ص. ١٧٢، س. ٧– ١٢:

يُعطي الخوارزمي مثلاً على المعادلة من النوع الثالث $bx+c=ax^2$، هو التالي:

$$3x+4=x^2$$

ويقوم بما يكافئ ما يلي: لدينا

$$3x+4=x^2 \Leftrightarrow 4=x^2-3x$$

ولدينا

$$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=x^2-3x+\left(\frac{3}{2}\right)^2=3x+4-3x+\left(\frac{3}{2}\right)^2=4+\frac{9}{4}=\frac{25}{4}$$

فيكون $x-\frac{3}{2}=\frac{5}{2}$ ومنها $x=4$.

١٢) ص. ١٧٤، س. ٣- ٧:

البناء الهندسي الذي يقيمه الخوارزمي يُبرِز التكافؤ:

$$x^2+bx=c \Leftrightarrow \left(x+\frac{b}{2}\right)^2=\left(\frac{b}{2}\right)^2+c.$$

ومن جهة أخرى يلجأ الخوارزمي إلى التطابق:

$$\left(\frac{a}{4}\right)^2\times 4=\left(\frac{a}{2}\right)^2،$$

وذلك لِيُبرهِن التقابل بين الطريقة الهندسيّة والطريقة الحسابيّة ("خوارزميّة الحلّ").

١٣) ص. ١٧٤، س. ١١:

يقصد الخوارزمي بعبارة "خمسة أذرع وهو نصف العشرة الأجذار" أنّ الخمسة هي نصف "عدد الجذور" أي مُعامِل المجهول x : $5=\frac{b}{2}=\frac{10}{2}$.

١٤) ص. ١٧٥، س. ١:

بخصوص عبارة "خمسة وهي نصف العشرة الأجذار"، أنظر الملحوظة السابقة.

١٥) ص. ١٧٥، س. ٩:

يستخدم الخوارزمي هنا أيضاً التكافؤ السابق

$$x^2 + bx = c \Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + c$$

١٦) ص. ١٧٦، س. ١٣- ص. ١٧٧، س. ٨:

أنظر الملحوظة الإضافيّة [١] (في الفصل اللاحق من هذا الكتاب، ذي العنوان "ملحوظات إضافيّة").

١٧) ص. ١٧٨، س. ٣:

"الذي هو ثلاثة أجذار" (المقصود: الذي هو ثلاثة).

١٨) ص. ١٧٨، س. ٤:

"ثمّ جعلنا منه": (أي من النصف الذي حَصَل).

١٩) ص. ١٧٩، س. ٥:

المعادلة $x^2 = bx + c$ لها دائماً جذرٌ موجِب واحد فقط. البناء الهندسي الذي يقيمه الخوارزمي يُبرِز التكافؤ التالي:

$$. x^2 = bx + c \Leftrightarrow \left(x - \frac{b}{2}\right)^2 = c + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

"باب الضرب"

٢٠) ص. ١٨٠، س. ٥ - ١٨٣، س. ١٦ :

الهدف من هذا الفصل وما يليه من فصول هو دراسة عمليّات علم الحساب

الابتدائيّة على التعابير الجبريّة، ذات الحدّين: $(ax \pm b)(cx \pm d)$، وثلاثيّة الحدود؛ وهو بعد أن يُعطي القاعدة العامّة على ثنائيّات الحدود، يُقدِّم الأمثلة التالية (من اليسار إلى اليمين):

$$(10a+b)(10c+d);\ (10+1)\ (10+2);\ (10-1)(10-1)$$

$$(10+2)(10\text{-}1);\ (10\text{-}x)\times 10;\ (10+x)\times 10;\ (10+x)(10+x)$$

$$(10-x)(10-x);\ (1-\frac{1}{6})(1-\frac{1}{6});\ (10+x)(10-x);\ (10-x)x$$

$$(10+x)(x-10);\ (10+\frac{1}{2}x)(\frac{1}{2}-5x);\ (10+x)(x-10)$$

"باب الجمع والنقصان"

٢١) ص. ١٨٤، س. ٢- ص. ١٨٥، س. ١٤:

يُعطي الخوارزمي في هذا الفصل أمثلة على جمع وطرح التعابير المؤلّفة من حدود مُنطَقة أو غير مُنطَقة (إقرأ من اليسار إلى اليمين):

$$\left(\sqrt{200}-10\right)+\left(20-\sqrt{200}\right);\left(20-\sqrt{200}\right)-\left(\sqrt{200}-10\right);$$

$$(100+x^2-20x)+(50+10x-2x^2);(100+x^2-20x)-(50+10x-2x^2);$$

$$nx=n\sqrt{x^2}=\sqrt{n^2x^2};\ 2\sqrt{a}=\sqrt{2\times 2\times a}=\sqrt{2^2\times a};$$

$$3\sqrt{a}=\sqrt{3\times 3\times a}=\sqrt{3^2\times a};\ n\sqrt{a}=\sqrt{n^2a};$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{a}=\sqrt{\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times a}=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 a};\ \frac{p}{q}\sqrt{a}=\sqrt{\left(\frac{p}{q}\right)^2 a};$$

$$2\sqrt{9}=\sqrt{4\times 9}=\sqrt{36}=6;$$

$$3\sqrt{9}=\sqrt{9\times 9}=\sqrt{81}=9\ ;\ \frac{1}{2}\sqrt{9}=\sqrt{\frac{1}{4}\times 9}=\sqrt{2+\frac{1}{4}}=1+\frac{1}{2}$$

"القَسْم" <والضرب للجذور>

٢٢) ص. ١٨٦، س. ٢- ١٤:

يُعطي الخوارزمي أمثلة على قسمة التعابير المؤلّفة من حدود مُنطَقة وغير مُنطَقة (اقرأ من اليسار إلى اليمين):

$$\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}}=\sqrt{\frac{9}{4}}=\sqrt{2+\frac{1}{4}}=1+\frac{1}{2}\ ;\ \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}=\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}$$

$$\frac{2\sqrt{9}}{\sqrt{4}}=\frac{\sqrt{4\times9}}{\sqrt{4}}=\sqrt{\frac{4\times9}{4}}=\sqrt{9}\quad;\quad\frac{2\sqrt{9}}{\sqrt{a}}=\frac{\sqrt{4\times9}}{\sqrt{a}}=\sqrt{\frac{4\times9}{a}}\quad;$$

ويُشير الخوارزمي إلى تعميم هذه القواعِد:

$$\frac{n\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\frac{\sqrt{n^2a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{n^2a}{b}}\quad;\quad\frac{\frac{p}{q}\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\frac{\sqrt{\left(\frac{p}{q}\right)^2\times a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{\left(\frac{p}{q}\right)^2\times a}{b}}\ .$$

٢٣) ص. ١٨٦، س. ١٥- ص. ١٨٧، س. ١٠:

أمثلة على قِسمة التعابير المؤلّفة من حدود مُنطَقة وغير مُنطَقة:

$$\sqrt{9}\times\sqrt{4}=\sqrt{9\times4}=\sqrt{36}=6\ ;\ \sqrt{5}\times\sqrt{10}=\sqrt{5\times10}=\sqrt{50}\ ;$$

$$\sqrt{\frac{1}{3}}\times\sqrt{\frac{1}{2}}=\sqrt{\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}}=\sqrt{\frac{1}{6}}\ ;\ 2\sqrt{9}\times3\sqrt{4}=\sqrt{4\times9}\times\sqrt{4\times9}=\sqrt{(36)^2}\ ;$$

ويُشير الخوارزمي إلى تعميم هذه القواعِد:

$$.\,n\sqrt{a}\times p\sqrt{b}=\sqrt{n^2a}\times\sqrt{p^2b}=\sqrt{n^2\times a\times p^2\times b}$$

٢٤) ص. ١٨٧، س. ١١- ص. ١٨٩، س. ٦:

١) البرهان الهندسي للمساواة:

$$\left(\sqrt{200}-10\right)+\left(20-\sqrt{200}\right)=10$$

$$(BA-AC)+(DB-BE)=EG+ED=DG$$

٢) البرهان الهندسي للمساواة:

$$\left(20-\sqrt{200}\right)-\left(\sqrt{200}-10\right)=30-2\sqrt{200}$$

$$ED-CB=ED-EH=HD=DG-(GB+BE+EH)$$
$$=DG-(AC+BC+BE)=(DB+BG)-(AC+BC+BE)$$

فيكون

$$DH=30-\left(\sqrt{200}+\sqrt{200}\right)=30-2\sqrt{200}.$$

٢٥) ص. ١٨٩، س. ٨– ص. ١٩٠، س. ٥:

$$\left(100+x^2-20x\right)+\left(50+10x-2x^2\right)=150-10x-x^2$$

نُضيفُ $50+10x$ إلى $\left(100+x^2-20x\right)$، فنحصل على $150+x^2-10x$.

ولكن $100+x^2-2x^2=100-x^2$؛ فالبتعويض نحصل على $150-x^2-10x$.

"باب المسائل الست"

٢٦) ص. ١٩١، س. ٢–٥:

في هذا الفصل، يُعطي الخوارزمي ستّة أمثلة تعود، بعد إجراء تحويلات، إلى المعادلات الست. أربعة من هذه الأمثلة تتناول تقسيم العدد 10، إلى قسمَين x وy:

$$0<y<10,\quad 0<x<10,\quad y=10-x\,؛$$

تجدُر الملاحظة بأنّ البراهين التي يُقدّمها هي جبريّة صِرفة.

٢٧) ص. ١٩١، س. ٧ – ١٩٢، س. ٥: <المسألة> "الأولى من الست":

يتناول الخوارزمي هنا المعادلة من النوع $ax^2=bx$؛ يُعطي المثل الذي يتحوّل إلى المعادلة التالية

$$x^2=4x\,(10-x)$$

التي يحلّها كما يلي (من اليسار إلى اليمين):

$$x^2 = 4x\,(10-x) \Rightarrow x^2 = 8x$$

ومنها: $x = 8$ و $10-x = 2$.

٢٨) ص. ١٩٢، س. ٦ – ١٩٣، س. ٤: "المسألة الثانية":

يتناول الخوارزمي هنا المعادلة من النوع $ax^2 = c$.

أ) يُعطي المثل الذي يتحوّل إلى المعادلة التالية: $\left(2+\frac{7}{9}\right)x^2 = 10^2$ التي يحلّها كما يلي:

$$10^2 = \frac{25}{9}x^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{9}{25}\times 100$$

ومنها: $x = 6$ و $10-x = 4$.

ب) ويُعطي المثل الذي يتحوّل إلى المعادلة التالية: $\left(6+\frac{1}{4}\right)(10-x)^2 = 10^2$، التي يحلّها كما يلي:

$$10^2 = \frac{25}{4}(10-x)^2 \Leftrightarrow 16 = (10-x)^2$$

ومنها: $10-x = 4$ و $x = 6$.

٢٩) ص. ١٩٣، س. ٦–١٦: "المسألة الثالثة":

يتناول الخوارزمي هنا المعادلة من النوع $bx = c$؛ ويُعطي المثل الذي يتحوّل إلى المعادلة التالية

$$\frac{10-x}{x} = 4$$

ومنها: $x = 2$ و $10-x = 8$.

٣٠) ص. ١٩٤، س. ٢-١٥: "المسألة الرابعة":

يتناول الخوارزمي هنا المعادلة من النوع $ax^2+bx=c$؛ يُعطي المثل الذي يتحوّل إلى المعادلة التالية

$$\left(\frac{1}{3}x+1\right)\left(\frac{1}{4}x+1\right)=20$$

التي يحلّها كما يلي (من اليسار إلى اليمين):

$$\left(\frac{1}{3}x+1\right)\left(\frac{1}{4}x+1\right)=20 \Leftrightarrow x^2+7x=228$$

$$\Leftrightarrow\left(x+\frac{7}{2}\right)^2=\left(\frac{7}{2}\right)^2+228=\left(15+\frac{1}{2}\right)^2$$

ومنها: $x+\frac{7}{2}=15+\frac{1}{2}$ و $x=12$.

٣١) ص. ١٩٥، س. ٢ - ص. ١٩٦، س. ٤: "المسألة الخامسة":

يتناول الخوارزمي هنا المعادلة من النوع $ax^2+c=bx$؛ يُعطي المثل الذي يتحوّل إلى المعادلة التالية

$$x^2+(10-x)^2=58$$

التي يحلّها كما يلي (من اليسار إلى اليمين):

$$x^2+(10-x)^2=58 \Leftrightarrow x^2+21=10x \Leftrightarrow\left(x-\frac{10}{2}\right)^2=\left(\frac{10}{2}\right)^2-21=4$$

ومنها يحصل على الجذرَين الموجبَين: $x=5-2$ و $x=5+2$.

ملاحظة: العددان المطلوبان x وy في هذا المثل هما حلاً نظام المعادلات التناظري التالي

$$\begin{cases} x+y=10 \\ x^2+y^2=58 \end{cases}$$

أو التالي

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ xy = 21 \end{cases}.$$

٣٢) ص. ١٩٦، س. ٥ – ص. ١٩٧، س. ٥: "المسألة السادسة":

يتناول الخوارزمي هنا المعادلة من النوع $ax^2 = bx + c$؛ يُعطي المثل الذي يتحوّل إلى المعادلة التالية

$$\frac{1}{3}x \times \frac{1}{4}x = x + 24$$

التي يحلّها كما يلي (من اليسار إلى اليمين):

$$\frac{1}{3}x \times \frac{1}{4}x = x + 24 \Leftrightarrow \frac{1}{12}x^2 = x + 24 \Leftrightarrow x^2 = 12x + 288$$

$$\Leftrightarrow (x - 6)^2 = 36 + 228 = 324$$

ومنها يحصل على: $x - 6 = 18$ و $x = 24$.

"باب المسائل المُختلفة"

يُعالج الخوارزمي في هذا الفصل مسائل متفرّقة عن طريق إعادة كلّ منها إلى معادلة من المعادلات الست القانونيّة. المسائل الست الأولى والمسألتين الحادية عشرة والثانية عشرة تعالج أيضاً قِسمة العدد 10 إلى قسمين x و $10-x$، بحيث يُحقّق x معادلة من الدرجة الثانية. في هذه المسائل نفترِض إذن $x < 10$.

٣٣) ص. ١٩٧، س. ٧ – ص. ١٩٨، س. ٣:

المسألة <١>: $x(10-x) = 21$؛ هذه المعادلة مكافئة للمعادلة $10x = 21 + x^2$، التي حلّها الخوارزمي في الفصل السابق.

٣٤) ص. ١٩٨، س. ٤-١١:

المسألة <٢>: إذا فرضنا أنّ $x > 10 - x$، يكون $x < 5$. المعادلة هي التالية:

$$(10-x)^2 - x^2 = 40$$

يُعطي الخوارزمي الحلّ بما يكافئ ما يلي (من اليسار إلى اليمين):

$$(10-x)^2 - x^2 = 40 \Leftrightarrow 100 - 20x = 40 \Leftrightarrow x = 3$$

٣٥) ص. ١٩٨، س. ١٢- ص. ١٩٩، س. ١٤:

المسألة <٣>: إذا فرضنا أنّ $x > 10 - x$، يكون $x < 5$. المعادلة هي التالية:

$$x^2 + (10-x)^2 + \left[(10-x) - x\right] = 54$$

يُعطي الخوارزمي الحلّ بما يكافئ ما يلي (من اليسار إلى اليمين):

$$2x^2 + 100 - 20x + 10 - 2x = 54 \Leftrightarrow x^2 + 55 = 27 + 11x$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 28 = 11x \Leftrightarrow \left(x - \frac{11}{2}\right)^2 = \left(\frac{11}{2}\right)^2 - 28 = \frac{9}{4}$$

$$\Leftrightarrow x - \frac{11}{2} = \pm\frac{3}{2}$$

فيكون $x = 7$ أو $x = 4$. يُعطي الخوارزمي الجذر $x = 4$ ($x < 5$).

٣٦) ص. ٢٠٠، س. ١- ص. ٢٠١، س. ٦:

المسألة <٤>: تتحوّل المسألة إلى النظام التالي:

$$x + y = 10, \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2 + \frac{1}{6}$$

فيكون

$$x^2+y^2=\left(2+\frac{1}{6}\right)xy \Leftrightarrow x^2+(10-x)^2=\frac{13}{6}x(10-x)$$

$$\Leftrightarrow 100+2x^2+\frac{13}{6}x^2=\frac{65}{3}x+20x \quad \Leftrightarrow 100+\left(4+\frac{1}{6}\right)x^2=\frac{125}{3}x$$

ونضرب بـ $\frac{6}{25}$ فنحصل على

$$24+x^2=10x \quad \Leftrightarrow (x-5)^2=25-24=1$$

فيكون $x=4$. يفترض الخوارزمي إذن أنّ x هو القِسم الأصغر من الـ 10.

وأخيراً، يُعطي الخوارزمي القاعدة:

$$.\frac{a}{b}\times\frac{b}{a}=1$$

٣٧) ص. ٢٠١، س. ٧- ص. ٢٠٢، س. ٩:

المسألة <٥>: تتحوّل المسألة إلى المعادلة:

$$\frac{5x}{2(10-x)}+5x=50$$

حيث $x<10$. لدينا

$$\frac{5x}{2(10-x)}+5x=50 \Leftrightarrow \frac{5}{2}x=(10-x)(50-5x) \Leftrightarrow \frac{1}{2}x=100+x^2-20x$$

$$\Leftrightarrow \left(20+\frac{1}{2}\right)x=100+x^2 \Leftrightarrow \left(x-\frac{41}{4}\right)^2=\left(\frac{41}{4}\right)^2-100=\frac{81}{16}$$

ومنها $\frac{9}{4}=\frac{41}{4}-x$، فيكون $x=8$.

الجذر الآخر هو $x=\frac{25}{2}$. لم يحسب الخوارزمي سوى الجذر الأوّل $x<10$.

٣٨) ص. ٢٠٢، س. ١٠-١٩:

المسألة <٦>: تتحوّل المسألة إلى المعادلة: $(10-x)^2 = 81x$. يلاحظ الخوارزمي أنّ:

$$(10-x)^2 = 81x \Leftrightarrow x^2 + 100 = 101x$$

لهذه المعادلة جذران 1 و 100. لم يحسب الخوارزمي سوى الجذر الأوّل $x < 10$.

٣٩) ص. ٢٠٣، س. ١-١٨:

المسألة <٧>: تتحوّل المسألة، كما وضعها الخوارزمي أساساً، إلى معادلة من عدّة مجاهيل، حيث أنّ لدينا قسمين من الأقفِزة (المكاييل) n و $(10-n)$ يقابلهما سِعرين مختلفين للمكيال الواحد x و y فيمكن كتابتها على الشكل التالي:

$$nx + (10-n)y = |10-2n| + |x-y|$$

ثمّ يحدّد الخوارزمي n ، $n=4$ ويفترض أنّ $y = \frac{x}{p}$ ، حيث p عدد صحيح أيّاً كان فتكون المعادلة:

$$4x + 6\frac{x}{p} = (6-4) + \left(x - \frac{x}{p}\right)$$

ويأخذ الخوارزمي $p=2$، فيحصل على المعادلة:

$$4x + 3x = 2 + \frac{x}{2}$$

فيكون $\left(6+\frac{1}{2}\right)x = 2$ ويكون $x = \frac{4}{13}$.

ومن ثمّ يقوم الخوارزمي بالتحقّق من الحلّ:

$$4\times\frac{4}{13} + 6\times\frac{2}{13} = 2 + \frac{2}{13}.$$

نُذَكِّر بأنّ هذه المسألة غير موجودة في أيّ من المخطوطات [ب] أو [ع] أو[ل]. ويبدو أنّ صِحّة نسبتها إلى كتاب الخوارزمي غير مؤكّدة.

٤٠) ص. ٢٠٤، س. ١–٨:

المسألة <٨>: تتحوّل المسألة إلى نظام من معادلتين: $\frac{x}{y}=\frac{1}{2}$ ، $y-x=2$. يضع الخوارزمي $y=x+2$ ، ويحصل على المعادلة: $\frac{1}{2}=\frac{x}{x+2}$ ، التي تعطي $x=\frac{1}{2}(x+2)$ ، فيكون $x=2$ و $y=4$. (أنظر أيضاً المسألة <٢٧>).

٤١) ص. ٢٠٤، س. ٩–١٣:

المسألة <٩>: تتحوّل المسألة إلى المعادلة $10x=(10-x)^2$ ، حيث $x<10$ ، أي إلى المعادلة:

$$30x=x^2+100$$

يبدأ الخوارزمي الحساب ويتّكل على القارئ لإكماله. هذا الحساب يؤدّي إلى جذرين موجبين غير مُنطَقَين: $x=15\pm5\sqrt{5}$ ، واحد منهما فقط: $x=15-5\sqrt{5}$ يُحقّق الشرط: $x<10$. لذا فإنّ للمسألة حلّ وحيد هو هذا الجذر.

٤٢) ص. ٢٠٥، س. ١– ١٥:

المسألة <١٠>: تتحوّل المسألة إلى المعادلة $\frac{x(10-x)}{10-2x}=5+\frac{1}{4}$ التي يُعالجها الخوارزمي مُتّبعاً الطريق التالي (من اليسار إلى اليمين):

$$\frac{x(10-x)}{10-2x}=5+\frac{1}{4} \Leftrightarrow 10x-x^2=\left(5+\frac{1}{4}\right)(10-2x)$$

$$\Leftrightarrow \left(20+\frac{1}{2}\right)x=x^2+52+\frac{1}{2}$$

هنا أيضاً يترك الخوارزمي للقارئ إكمال الحساب. المعادلة مكافئة لـِ:

$2x^2+105=41x$ التي تعطي جذراً مقبولاً (أصغر من 10) هو $x=3$ وجذراً غير مقبول (أكبر من 10) هو $x=\frac{35}{2}$.

٤٣) ص. ٢٠٦، س. ١-٩:

المسألة <١١>: المعادلة هي التالية: $\frac{2}{3}\times\frac{x^2}{5}=\frac{x}{7}$، وحلّها الخوارزمي كما يلي:

$$\frac{2}{3}\times\frac{x^2}{5}=\frac{x}{7} \Leftrightarrow x^2=\frac{15}{14}x$$

فيكون $x=1+\frac{1}{14}$.

بعد ذلك يتحقّق الخوارزمي من الحساب فيحسب:

$$x^2=\left(1+\frac{1}{14}\right)^2=1+\frac{29}{196}$$

فيكون :

$$\frac{2}{3}\times\frac{x^2}{5}=\frac{30}{196} \quad \text{و} \quad \frac{x}{7}=\frac{15}{14\times7}=\frac{15}{98}=\frac{30}{196}.$$

٤٤) ص. ٢٠٦، س. ١٠ – ص. ٢١٧، س. ٢:

المسألة <١٢>: المعادلة هي التالية: $\frac{3}{4}\times\frac{x^2}{5}=\frac{4}{5}x$، وحلُّها هو التالي:

$$\frac{3}{4}\times\frac{x^2}{5}=\frac{4}{5}x \Leftrightarrow \frac{3}{4}\times x^2=4x \Leftrightarrow x=\frac{16}{3}.$$

يقوم الخوارزمي بما يلي (من اليسار إلى اليمين):

$$\frac{3}{20}+\frac{1}{4}\times\frac{3}{20}=\frac{3}{20}\times\frac{5}{4}=\frac{15}{4}\times\frac{1}{20}=\left(3+\frac{3}{4}\right)\times\frac{1}{20}$$

يعود حساب الخوارزمي في الواقع إلى ضرب طَرَفي المعادلة بـــ $\frac{5}{4}$، محوّلاً إيّاهـــا إلى التالية: $\frac{15}{80}x^2=x$، فيحصل على: $x=\frac{80}{15}=5+\frac{1}{3}$، ومنها: $x^2=28+\frac{4}{9}$.

٤٥) ص. ٢٠٧، س. ٣- ٤:

المسألة <١٣>: المعادلة هي التالية: $4x^2 = 20$ ويحلّها الخوارزمي كما يلي:

$$4x^2 = 20 \Leftrightarrow x^2 = 5 \Leftrightarrow x = \sqrt{5}$$

(نُذَكِّر بأنّ الخوارزمي لا يعترِف بالجذر السالِب).

٤٦) ص. ٢٠٧، س. ٥- ٦:

المسألة <١٤>: المعادلة هي التالية: $\frac{1}{3}x^2 = 10$ ويحلّها الخوارزمي كما يلي:

$$\frac{1}{3}x^2 = 10 \Leftrightarrow x^2 = 30 \Leftrightarrow x = \sqrt{30}$$

٤٧) ص. ٢٠٧، س. ٧- ١٠:

المسألة <١٥>: المعادلة هي التالية: $4x^2 = \frac{1}{3}x$ ويحلّها الخوارزمي كما يلي:

$$4x^2 = \frac{1}{3}x \Leftrightarrow 12x^2 = x \Leftrightarrow x = \frac{1}{12}$$

٤٨) ص. ٢٠٧، س. ١١- ١٤:

المسألة <١٦>: المعادلة هي التالية: $x^2 \times x = 3x^2$ ويحلّها الخوارزمي كما يلي:

$$x \times \frac{1}{3}x^2 = x^2 \Rightarrow \frac{1}{3}x = 1 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow x^2 = 9$$

يُدخِل الخوارزمي هنا الكعب والمعادلة التكعيبيّة وهما مفهومان لم يسبق له أن حدّدهما.

٤٩) ص. ٢٠٧، س. ١٥- ص. ٢٠٨، س. ٤:

المسألة <١٧>: المعادلة هي التالية: $3x \times 4x = x^2 + 44$ ويحلّها الخوارزمي كما يلي:

$$3x \times 4x = x^2 + 44 \Leftrightarrow 11x^2 = 44 \Leftrightarrow x^2 = 4$$

٥٠) ص. ٢٠٨، س. ٥-١٠:

المسألة <١٨>: المعادلة هي التالية: $4x \times 5x = 2x^2 + 36$ ويحلّها الخوارزمي كما يلي:

$$4x \times 5x = 2x^2 + 36 \Leftrightarrow 18x^2 = 36 \Leftrightarrow x^2 = 2$$

٥١) ص. ٢٠٨، س. ١١-١٧:

المسألة <١٩>: المعادلة هي التالية: $x \times 4x = 3x^2 + 50$ ويحلّها الخوارزمي كما يلي:

$$x \times 4x = 3x^2 + 50 \Leftrightarrow x^2 = 50$$

٥٢) ص. ٢٠٩، س. ١-٦:

المسألة <٢٠>: المعادلة هي التالية: $x^2 + 20 = 12x$ ويحلّها الخوارزمي كما يلي:

$$x^2 + 20 = 12x \Leftrightarrow (x-6)^2 = 36 - 20 \Leftrightarrow (6 - x) = 4 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow x^2 = 4$$

ولا يُعطي الخوارزمي الجذر الآخر $x = 10$.

٥٣) ص. ٢٠٩، س. ٧ - ص. ٢١٠، س. ٣:

المسألة <٢١>: المعادلة هي التالية: $\left[x - \left(\frac{1}{3}x + 3\right)\right]^2 = x$ ويحلّها الخوارزمي كما يلي:

$$\left[x - \left(\frac{1}{3}x + 3\right)\right]^2 = x \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}x - 3\right)^2 = x \Leftrightarrow \frac{4}{9}x^2 + 9 = 5x \Leftrightarrow x^2 + \frac{81}{4} = \frac{45}{4}x$$

ويترك الخوارزمي للقارئ إكمال حساب الجذور، الذي يُعطي: $x = \frac{45 \pm 27}{8}$، أي: $x = 9$ أو $x = \frac{9}{4}$.

٥٤) ص. ٢٠٩، س. ١٥-١٦:

راجع الملحوظة الإضافيّة [٣] (في الفصل اللاحِق).

٥٥) ص. ٢١٠، س. ٤-٦:

المسألة <٢٢>: المعادلة هي التالية: $\frac{1}{3}x \times \frac{1}{4}x = x$ ويحلّها الخوارزمي كما يلي:

$$\frac{1}{3}x \times \frac{1}{4}x = x \Leftrightarrow \frac{1}{12}x^2 = x \Leftrightarrow x^2 = 12x \Rightarrow x = 12 = \sqrt{144}$$

٥٦) ص. ٢١٠، س. ٧- ص. ٢١١، س. ٤:

المسألة <٢٣>: المعادلة هي التالية: $\left(\frac{x}{3}+1\right)\left(\frac{x}{4}+2\right) = x + 13$ ويحلّها الخوارزمي كما يلي:

$$\left(\frac{x}{3}+1\right)\left(\frac{x}{4}+2\right) = x + 13 \Leftrightarrow \frac{x^2}{12} + \frac{11}{12x} + 2 = x + 13$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{12} = 11 + \frac{x}{12} \Leftrightarrow x^2 = x + 132$$

ويترك الخوارزمي للقارئ إكمال حساب الجذور، الذي يُعطي جذرين بإشارتين مختلفتين: $x = 12$، $x = -11$.

٥٧) ص. ٢١١، س. ٥-١١:

المسألة <٢٤>: المعادلة هي التالية: $\frac{\frac{3}{2}}{x+1} = 2x$ ويحلّها الخوارزمي كما يلي:

$$\frac{\frac{3}{2}}{x+1} = 2x \Leftrightarrow 2x + 2x^2 = \frac{3}{2} \Leftrightarrow x + x^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

ولا يُعطي الخوارزمي الجذر الآخر السالب $x = -\frac{3}{2}$.

٥٨) ص. ٢١١، س. ١٢– ص. ٢١٣، س. ١٣:

المسألة <٢٥>: المعادلة هي التالية: $\left(\frac{5}{12}x-4\right)^2=x+12$ ويحلّها الخوارزمي كما يلي:

$$\left(\frac{5}{12}x-4\right)^2=x+12 \Leftrightarrow \frac{25}{144}x^2-\frac{40}{12}x+16=x+12$$

$$\Leftrightarrow \frac{25}{144}x^2+4=\left(4+\frac{1}{3}\right)x \Leftrightarrow x^2+23+\frac{1}{25}=\left(24+\frac{24}{25}\right)x$$

(وهي معادلة من الصِنف الخامس)

$$\Leftrightarrow \left(x-\left(12+\frac{12}{25}\right)\right)^2=\left(12+\frac{12}{25}\right)^2-\left(23+\frac{1}{25}\right)=132+\frac{444}{625}$$

وهي معادلة ذات جذرَين $x=24$ و $x=\frac{24}{25}$.

يحسب الخوارزمي الجذر $x=24$، وبعد ذلك يتحقّق من كونه جذراً للمعادلة. أنظر أيضاً المسألة <٢٩>.

٥٩) ص. ٢١٢، س. ١–٣:

راجع الملحوظة الإضافيّة [٤].

٦٠) ص. ٢١٣، س. ١٤–١٨:

المسألة <٢٦>: المعادلة هي التالية: $x\times\frac{2}{3}x=5$ أي $x^2=\frac{15}{2}$.

٦١) ص. ٢١٤، س. ١–٦:

المسألة <٢٧>: المعادلة هي التالية: $\frac{x}{x+2}=\frac{1}{2}$ أي $\frac{1}{2}x+1=x$، فيكون $x=2$.

٦٢) ص. ٢١٤، س. ٧- ص. ٢١٥، س. ٣:

المسألة <٢٨>: إذا فرضنا x عدد الرجال، تكون المعادلة هي التالية:

$\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}=\frac{1}{6}$. ويحلّها الخوارزمي كما يلي

$$\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}=\frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{1}{x(x+1)}=\frac{1}{6} \Leftrightarrow x^2+x=6$$

$$\Leftrightarrow \left(x+\frac{1}{2}\right)^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2+6=\frac{25}{4},$$

ويحصل على $x=2$. (راجع المسألة <٨>).

٦٣) ص. ٢١٤، س. ١٠-١١:

"النقصان الذي بينهم": "النقصان الذي بين حِصَصِهم".

٦٤- ص. ٢١٤، س. ١٣:

"السدس الذي بينهم": "السدس الذي بين حِصَصِهم".

٦٥) ص. ٢١٥، س. ١:

"فيكون ربعاً" لأنّ عدد الجذور (أي مُعامِل x) هو واحد ونصفه $\frac{1}{2}$.

٦٦) ص. ٢١٥، س. ٤-٩:

المسألة <٢٩>: يُعالِج الخوارزمي المسألة ٢٦ عينها، وهو هنا يعمد إلى حساب أكثر صراحة:

$$x\times\frac{2}{3}x=5 \Leftrightarrow x^2=\frac{15}{2}$$

ويبدأ بالتعبير عن $\frac{2}{3}x$ كجذر لـ: $\frac{4}{9}x^2=\frac{4}{9}\times\frac{15}{2}=\frac{30}{9}$، فيكون

$$\left(x\times\frac{2}{3}x\right)^2=\frac{15}{2}\times\frac{30}{9}=25$$

ومنها

$$x\times\frac{2}{3}x=5.$$

٦٧) ص. ٢١٥، س. ١٠-١٢:

المسألة <٣٠>: يضع الخوارزمي المعادلة ويحلّها كالتالي:

$$x^2 \times 3x = 5x^2 \Leftrightarrow x^2 \times x = \frac{5}{3}x^2$$

ويحصل على: $x^2 = 2 + \frac{7}{9}$ فيكون $x = \frac{5}{3}$.

هذه هي المرّة الثانية التي نصادف فيها، في كتاب الخوارزمي، معادلة تكعيبيّة. ولكنّ الخوارزمي يتحاشى بشكل لافت ذكر "الكعب" الذي لم يُحـــدِّده، ويعطـــي القيمتين $x = \frac{5}{3}$ و $x^2 = 2 + \frac{7}{9}$ مباشرة.

٦٨) ص. ٢١٥، س. ١٣- ص. ٢١٦، س. ٢:

المسألة <٣١>: يضع الخوارزمي المعادلة ويحلّها كالتالي:

$$\frac{2}{3}x^2 \times 3x = x^2 \Leftrightarrow 2x^2 \times x = x^2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{4}$$

هذه هي المرّة الثالثة التي نصادف فيها معادلة تكعيبيّة. (راجع الملاحظة في نهاية المسألة السابقة).

٦٩) ص. ٢١٦، س. ٣-٧:

المسألة <٣٢>: يضع الخوارزمي المعادلة ويحلّها كالتالي:

$$\frac{x^2 - 4x}{3} = 4x \Leftrightarrow x^2 - 4x = 12x \Leftrightarrow x^2 = 16x \Leftrightarrow x = 16 \Rightarrow x^2 = 256$$

٧٠) ص. ٢١٦، س. ٨-١٤:

المسألة <٣٣>: تعود هذه المـــسألة إلى المعادلـــة: $\sqrt{x^2 - x} + x = 2$، فيكـــون $x^2 > x$ و $2 > x$. يضع الخوارزمي المعادلة ويحلّهـــا كالتـــالي (مـــن اليـــسار إلى اليمين):

$$\sqrt{x^2 - x} + x = 2 \Leftrightarrow x^2 - x = x^2 + 4 - 4x \Leftrightarrow 3x = 4 \Leftrightarrow x = \frac{4}{3} \Rightarrow x^2 = \frac{16}{9}$$

٧١) ص. ٢١٦، س. ١٥-١٨:

المسألة <٣٤>: يضع الخوارزمي المعادلة ويحلّها كالتالي:

$$\left(x^2-3x\right)^2=x^2 \Rightarrow x^2-3x=x \;\Rightarrow\; x=4 \Rightarrow x^2=16$$

نلاحظ أنّ المعادلة هنا رباعيّة (أي "تربيعيّة مضاعفة") ولكنّ الخوارزمي يتحاشى التوسّع لأنّه لم يُحدِّد مال المال (أو مربّع المربّع)، ويحلّ فقط معادلة الدرجة الثانية الناتجة من المعادلة الرباعيّة.

"باب المعاملات"

٧٢) ص. ٢١٧، س. ١- ١٣:

يُعالج الخوارزمي في هذا الفصل مسائل يُدخِل فيها التناسب $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$، حيث: a هو (العدد) المسَعَّر، وb هو السعر، وc هو المُثمَّن وd هو الثَمَن. يبدأ بإعطاء القاعدة التالية:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \;\Leftrightarrow\; a\cdot d=b\cdot c$$

والقاعدة التي تنتج منها والتي تحسب أيّاً من الكمّيات الأربع المذكورة (إذا كانت مجهولة) بالنسبة إلى الثلاث الأخرى:

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Leftrightarrow a.d=b.c \Leftrightarrow a=\frac{b.c}{d} \Leftrightarrow b=\frac{a.d}{c} \Leftrightarrow c=\frac{a.d}{b} \Leftrightarrow d=\frac{b.c}{a}$$

٧٣) ص. ٢١٨، س. ١- ٨:

تعود المسألة إلى المعادلة: $\frac{x}{4}=\frac{10}{6}$، ومنها: $x=6+\frac{2}{3}$.

٧٤) ص. ٢١٨، س. ٩- ١٦:

تعود المسألة إلى المعادلة: $\frac{4}{x}=\frac{10}{8}$، ومنها: $x=3+\frac{1}{5}$.

٧٥) ص. ٢١٩، س. ٢- ٤:

الملاحظة التي يعطيها الخوارزمي هنا تُعطي الحلّ بغنى عن الطريقة التي يُتبعها بها.

٧٦) ص. ٢١٩، س. ٦-٩:

تعود المسألة إلى المعادلة: $\frac{6}{x}=\frac{30}{10}$، ومنها: $x = 2$.

"باب المساحة"

٧٧) ص. ٢٢٠، س. ١-٧:

المقصود بالـ"سطح متساوي الأضلاع والزوايا"، الشكل المربّع.

٧٨) ص. ٢٢٠، س. ١-١١:

يبدأ الخوارزمي هذا الفصل بإدخال مفهوم وِحدة المساحة ("الواحِد"): إذا كان ضلع المربّع ذراعاً واحداً فإنّ مساحته تكون واحداً ("السطح كلّه واحِد")، وسيُعتَبر وِحدة مساحة. فإذا كان ضلع المربّع 2 تكون مساحته أربعة أضعاف وِحدة المساحة؛ وإذا كان الضلع $\frac{1}{2}$، تكون المساحة $\frac{1}{4}$؛ وقِس على ذلك بالنسبة إلى الأضلاع التي يُعبَّر عنها بعددٍ صحيح أو بكَسر.

٧٩) ص. ٢٢٠، س. ١٢-١٨:

يُعطي الخوارزمي مساحة المستطيل (ضرب الطول في العرض) والمثلّث (ضرب العمود في نصف القاعدة التي يقع عليها) ومساحة المُعيَّن (ضرب أحد القطرين في نصف الآخر).

٨٠) ص. ٢٢١، س. ١-٧:

يُعطي الخوارزمي الطول (المحيط) p للدائرة ذات القطر d: في صِيَغ ثلاث:

$$p = d\times\left(3+\frac{1}{7}\right) = \sqrt{10d^2} = d\sqrt{10} = d\times\frac{62832}{20000} = (d\times 3{,}1416)$$

٨١) ص. ٢٢١، س. ٨-١١:

يُعطي الخوارزمي صيغة المساحة s للدائرة ذات القطر d:

$$s = \frac{1}{2}d\times\frac{1}{2}p$$

وهو يستنتج ذلك من مساحة المُضلّع المنتظِم ذي المحيط p ومن العامِد $\frac{d}{2}$ (العامد هو طول العمود المُسقط من مركز الدائرة المحيطة بالمضلّع إلى أحد الأضلع، وهو نصف قطر الدائرة المحاطة بالمضلّع). فإذا استبدلنا المحيط p بـ $d\left(3+\frac{1}{7}\right)$، نحصل على:

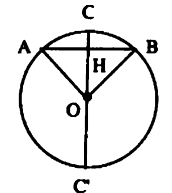
$$s = \frac{d^2}{4}\left(3+\frac{1}{7}\right) = d^2\left(1-\frac{1}{4}+\frac{1}{28}\right) = d^2\left(1-\frac{3}{14}\right) = d^2\left(1-\frac{1}{7}-\frac{1}{14}\right).$$

٨٢) ص. ٢٢١، س. ١٢- ص. ٢٢٢، س. ٣:

<u>القطعة من الدائرة</u>: كلّ قوس $\widehat{AB}$ من الدائرة تُحدّد قطعتين منها، سهمُ إحداها CH وسهمُ الأخرى C'H، بحيث يكون 'CC القطر العمود على الوترAB. يُعطي الخوارزمي الصيغة التالية: التي تحدّد العلاقة بين الوتر والسهم والقطر:

$$\frac{AH^2}{CH}+CH = 2R \qquad (١)$$

حيث R يُشير إلى شعاع الدائرة. ففي المثلّث CAC'، يكون $AH^2 = CH.C'H$، ومنها $\frac{AH^2}{CH}+CH = HC'+CH = CC' = 2R$.



ومن الصيغة (١) يستنتج قطر الدائرة من الوتر والسهم.

٨٣) ص. ٢٢٢، س. ٤-١٠:

مساحة القطعة من الدائرة: يمكن للقطعة من الدائرة أن تكون أكبر من نصف الدائرة أو أصغر منه أو مساوية له. في حالة كونها أصغر من نصف الدائرة، تكون مساحتها: مساحة القطاع OACB – مساحة المثلث OAB. فإذا فرضنا أنّ قيمة الزاوية $\widehat{AOB}$ بالراديان (*radians*) تساوي 2α، فمساحة القطعة ACB تساوي:

$$seg.(ACB) = R.\alpha R - OH.AH = \left[\alpha R^2 - R^2 \sin\alpha.\cos\alpha\right]$$

٨٤) ص. ٢٢٢، س. ١١:

"مجسّم مربّع": يُضمِر الخوارزمي أنّ الزوايا كلّها قائمة أي أن المقصود منشور قائم بقاعدة مستطيلة.

٨٥- ص. ٢٢٢، س. ١١-١٣:

"... عمقه على الاستواء والموازاة": المقصود منشور قائم أو أسطوانة قائمة. يقصد الخوارزمي أنّ ارتفاع المجسّم خطّ موازٍ للحروف. حجم ذلك المنشور هو ضرب أبعاده الثلاثة: الطول والعرض وارتفاع.

وعندما تكون القاعدة كثيرة الأضلاع أو دائرة (أي عندما يكون المنشور قائماً) يكون الحجم مساوياً لضرب مساحة القاعدة في الارتفاع.

٨٦) ص. ٢٢٢، س. ١٥-١٦:

حجم الهرم الذي قاعدته مثلّث أو مربّع أو دائرة (المخروط) يساوي ثلث ضرب مساحة القاعدة في الارتفاع.

٨٧) ص. ٢٢٢، س. ١٧-ص. ٢٢٣، س. ١٨:

يعطي الخوارزمي هنا النصّ البياني العام لمبرهنة فيثاغوراس. ولكنّه يقيم

البرهان في حالة مثلّث قائم الزاوية متساوي الساقَين.

٨٨) ص. ٢٢٣، س. ٢:

"ثمّ نُخرِجه إلى ز": بموازاة ا ب.

٨٩) ص. ٢٢٣، س. ٣:

"ونُخرِجه إلى ح": بموازاة ا جـ.

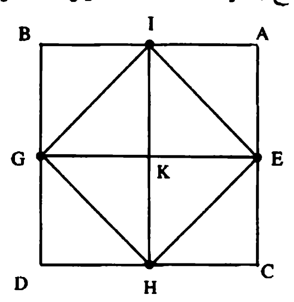
٩٠) ص. ٢٢٣، س. ١-١٧:

البرهان هو التالي: نأخذ المربّع ABDC والنقط E، I، G، H، منتصف CA، AB، BD، DC، على التوالي. الخطّان $EG \perp IH$ يقسمان المربّع إلى أربعة مربّعات متساوية، كلّ منها بدوره مقسوم إلى مثلّثين قائمي الزاوية متساويي الساقين مساحته s تساوي $\frac{1}{8}$ مساحة (ABDC). ويكون لدينا:

$$4s = (EIGH) \text{ مساحة } = EI^2 \quad \text{و} \quad AI^2 = AE^2 = 2s$$

ومنها $EI^2 = AI^2 + AE^2$.

هذا البرهان لا يصحّ إلاّ في المثلّثات قائمة الزاوية متساوية الساقَين.



"مسائل المساحات"

٩١) ص. ٢٢٦، س. ٤:

لا يُعطي الخوارزمي تعبير مساحة متوازي الأضلاع. ولكنّ الشكل

الهندسي المُرفَق بقسمه إلى مثلّثين ومستطيل بحيث يُصبح حساب المساحة بديهيّاً.

٩٢) ص. ٢٢٦، س. ٥-٦:

يُذكِّر الخوارزمي بأنّ مساحة أي رباعيّ أضلاع يمكن حسابها من خلال تقسيمه إلى مثلّثين عن طريق وصل أحد قطريه.

٩٣) ص. ٢٢٧، س. ١٠:

ليكن ABC مثلّثاً أضلاعه a و b و c، بحيث يكون $a > b > c$؛ لدينا:

$\widehat{A}$ قائمة $\Leftrightarrow b^2 + c^2 = a^2$،

$\widehat{A}$ حادّة $\Leftrightarrow b^2 + c^2 > a^2$،

$\widehat{A}$ منفرجة $\Leftrightarrow b^2 + c^2 < a^2$.

مساحة المثلّث قائم الزاوية هي: $s = \frac{1}{2}b \, . \, c = \frac{1}{2}a.h$، حيث h هو الارتفاع على الوتر.

مساحة المثلّث "حاد الزاوية" هي: $s = \frac{1}{2}b \, . \, h$، حيث b هو الضلع المعتبَر قاعدة و h هو الارتفاع عليها.

إذا كان المثلّث متساوي الساقين أو متساوي الأضلاع، فإنّ مسقط الارتفاع (أو "مسقط حَجَرِه" بحسب تعبير الخوارزمي) يكون منتصف القاعدة.

حالة المثلّث المتساوي الأضلاع ذي الضلع 10. يُحسَب الارتفاع h: $h^2 = 10^2 - 5^2 = 75$، فتكون مساحته: $s = \frac{1}{2}b \, . \, h = 5\sqrt{75} = 25\sqrt{3}$.

<u>ملاحظة</u>: يحسب الخوارزمي s^2: $s^2 = 25 \times 75 = 1875$، فتكون $s = \sqrt{1875}$.

٩٤) ص. ٢٢٩، س. ٦:

يستخدم الخوارزمي هنا كلمة "شيء" بمعناها الجبري: "مجهول"، أو قطعة مجهولة من مستقيم.

٩٥) ص. ٢٢٩، س. ١٨:

لتعبير "مسقط الحجر" معنيان: إمّا نقطة السقوط، وأمّا إحدى القطعتين اللتين تفصل بينهما هذه النقطة.

٩٦) ص. ٢٣٠، س. ١:

كلمة "عمود" تتضمّن هي أيضاً فكرة الخط المستقيم (الشاقول).

٩٧) ص. ٢٣٠، س. ٦:

في مثلّث "حاد" الزوايا أيّاً كان: على سبيل المثال $a=15$ و $b=14$ و $c=13$ ؛ نريد أن نحسب العمود BH على الضلع b.

نجعل $h=BH$ و $x=AH$ ، فيكون لدينا

$$h^2+x^2=169 \text{ و } h^2+(14-x)^2=225 ،$$

فيكون

$$169-x^2=225-(14-x)^2 ،$$

ومنها

$$169=29+28x \text{ و } x=5 \text{ ، و } h=12 .$$

فيكون لدينا $s=7\times12=84$.

٩٧) ص. ٢٣١، س. ٣:

في مثلّث منفرج الزاوية أيّاً كان: الارتفاع المنطلق من رأس الزاوية المنفرجة يقع على نقطة من الضلع المواجه، وهو الضلع الأكبر. ومسقط حجر كلٍّ من الارتفاعين الآخرين يوجد على امتداد القاعدة الموافقة.

مثال على ذلك، إذا كـــان: $a=9$ و $b=6$ و $c=5$؛ يجـــري حـــساب العمود h على القاعدة a كما في المَثَل السابق.

٩٨) ص. ٢٣١، س. ١٤:

مساحة الـــدائرة: إذا كـــان القطـــر ٧ أذرع، والمحـــيط ٢٢ ذراعـــاً، فـــإنّ المساحة تكون

$$s=\frac{7}{2}\times\frac{22}{2}=38,5$$

أو أيضاً

$$s=d^2\left(1-\frac{1}{7}-\frac{1}{14}\right)=49\left(1-\frac{3}{14}\right)=49-\frac{21}{2}=38,5 .$$

٩٩) ص. ٢٣٢، س. ١-٢:

المقصود بالـــ "مخروط": الهـــرم، وبـــــ"رأس" الهـــرم: القاعـــدة الـــصغرى للهرم مقطوع الرأس.

١٠٠) ص. ٢٣٢، س. ١٥:

حجم الهرم مقطوع الرأس، الذي نعـــرف قاعدتيـــه المـــربّعتين وأضـــلاعهما على التوالي 4 و 2، ونعرف ارتفاعه، 10، هو التالي (نشير إليه بحرف V):

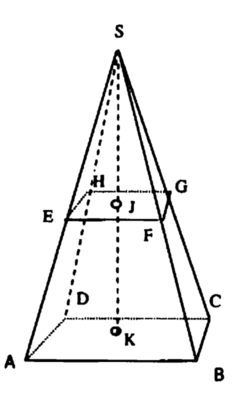
V = حجم$(S,ABCD)$ - حجم $(S,EFGH)$.

لدينا

$$\frac{SJ}{SK}=\frac{EF}{AB}=\frac{1}{2} ،$$

لكنّ $JK=10$، فيكون $SK=20$ و $SJ=10$، ويكون

$$V=\frac{1}{3}\cdot4\times4\times20-\frac{1}{3}2\times2\times10=106+\frac{2}{3}-\left(13+\frac{1}{3}\right)=93+\frac{1}{3} .$$



ملاحظة: في حالة مخروط قاعدته دائريّة، يذكّر الخوارزمي فقط بحساب مساحة دائرة القاعدة.

١٠١) ص. ٢٣٢، س. ١٨:

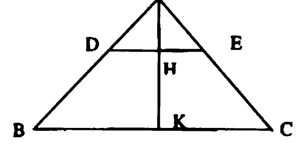
"تكسيره" يعني مساحته، أي مساحة القاعدة الدائريّة.

١٠٢) ص. ٢٣٤، س. ٢:

الطريقة هي التالية: المثلّث المُعطى متساوي الساقين، فيكون حساب الارتفاع فوريّاً، $h=8$ وتكون مساحة المثلّث $s=48$. ليكن x ضلع المربّع الذي نبحث عنه؛ فتكون مساحته x^2؛ مساحة المثلّث الأساسي هي مجموع مساحات المربّع والمثلّثات الثلاثة

$$48 = x^2 + \frac{x}{2}(12-x) + \frac{x}{2}(8-x) = 10x$$ ؛

من هنا $x = 4{,}8$.



لنذكر أنّ الخوارزمي يعمل بطريقة تجزئة الشكل. وكان بإمكانه الحصول على

النتيجة مباشرةً لو أنّه عمل بواسطة التشابه؛ فلدينا $\frac{DE}{BC}=\frac{AH}{AK}$، لذا يكون

$$\frac{8-x}{8}=\frac{x}{12} \Leftrightarrow 20x=96$$

فيكون $x=4,8$.

"كتاب الوصايا"

"باب من ذلك في العَين والدين"

١٠٣) ص. ٢٣٥، س. ٥:

"الذي يُستَخرَج" هو الحصّة من الميراث العائدة للابن المديون.

١٠٤) ص. ٢٣٥، س. ٥-١٢:

الفرق بين المبلغ المتوجّب على الابن وحصّته من الميراث (وهي $10-x$) سيحتفظ به الابن كهبة من الوالد.

تشكّل الحصّة الموصى بها ثلث الميراث، كذلك تكون حصّة كلٍّ من الابنين ثلث الميراث. لحساب الحصص، تُضاف حصّة الابن المديون إلى المبلغ؛ والدَّين المتوجّب عليه يُحسم فيما بعد من حصّته.

لتكن x حصّة كلٍّ واحد منهم، يصبح المبلغ $x+10$؛ فيكون لدينا $x=\frac{10+x}{3}$، ومن هنا يكون $x=5$.

ينال الغريب 5 دراهم، وكذلك أحد الابنَين، والابن المديون لا يحصل على شيء، فيصبح دَينه $10-5=5$.

<u>ملاحظة</u>: إحدى الحصص هي بالضرورة أقل من ١٠؛ فلو أخذنا بالاعتبار الدَّين، يكون أقصى ما سيُقسّم هو ٢٠. ويمكن كتابة الحساب الذي أجراه الخوارزمي على الشكل التالي:

$$3+\frac{1}{3}+\frac{x}{3}=x \Leftrightarrow \frac{2x}{3}=3+\frac{1}{3}.$$

ولكي يجد x، لا يضرب بـ $\frac{3}{2}$، بل يزيد إلى كلِّ طرفٍ من طرَفَي

المعادلة نصفه فيحصل على:

$$x = \frac{2x}{3} + \frac{x}{3} = 3 + \frac{3}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 5 \; .$$

١٠٥) ص. ٢٣٦، س. ١١:

الحصّة x العائدة إلى الابن المديون تُضاف إلى المبلغ، الذي يصبح $10+x$. والحصّة الموصى بها هي إذاً $1+\frac{10+x}{5}$ ويبقى

$$\frac{4}{5}(10+x)-1 = 7+\frac{4}{5}x \;، \qquad (*)$$

فيكون

$$2x = 7+\frac{4}{5}x \;، \qquad (١)$$

وبالتالي $6x = 35$ و $x = 5+\frac{5}{6}$، وهذه حصّة الابن (غير المديون). الحصّة الموصى بها تكون إذاً $4+\frac{1}{6}$. والابن المديون لا يحصل على شيء، ويُصبح دَينه $10-\left(5+\frac{5}{6}\right) = 4+\frac{1}{6}$ درهماً.

<u>ملاحظة</u>: يستنتج الخوارزمي من (١): $x = 3+\frac{1}{2}+\frac{2}{5}x$، ومنها $\frac{3}{5}x = 3+\frac{1}{2}$. وبدل أن يضرب بـ $\frac{5}{3}$، يزيد إلى كلٍّ طرفٍ من طرَفَي المعادلة ثُلثَيه، فيحصل على $x = 3+2+\frac{1}{2}+\frac{1}{3} = 5+\frac{5}{6}$.

١٠٦) ص. ٢٣٧، س. ٤-٥:

يجب إضافة $\frac{4}{11}$ من $\left(\frac{11}{15}\right)x$ وليس $\frac{4}{11}$ من x (أي $\frac{4}{11}\left(\frac{11}{15}\right)x$) وليس $\frac{4}{11}x$.

١٠٧) ص. ٢٣٧، س. ٧:

لتكن x حصّة كلٍّ من الأبناء. بما أنّ الوصايا هي $1-\frac{10+x}{5}$، يبقى $9+\frac{4x}{5}=1+\frac{4(10+x)}{5}$، للتقسيم بين الأبناء الثلاثة؛ فيكون $x=\frac{1}{3}\left(9+\frac{4}{5}\right)x=3+\frac{x}{5}+\frac{x}{15}$ ويكون $3=\frac{11}{15}x$. وبدل أن يضرب الخوارزمي بـ $\frac{15}{11}$، فإنّه يزيد إلى كلّ طرفٍ من طرَفَي المعادلة الـ $\frac{4}{11}$ منه، فيحصل على $x=4+\frac{1}{11}$.

١٠٨) ص. ٢٣٧، س. ٨:

في الفصول اللاحقة، لا يعطي الخوارزمي قيمة عدديّة للمبلغ المتروك كميراث. إذا أشرنا بـ C إلى هذا المبلغ وبـ x إلى مبلغ الوصيّة، أو إلى حصّة من حصص الميراث، فستعود المسألة إلى معادلة متجانسة من الصنف (١) $aC=bx$، حيث a و b عددين صحيحين معلومَين. نستطيع إذاً التعبير عن الوصايا والحصص، إمّا بواسطة كسور من C، إمّا بأن نجعل $\begin{cases}C=bt,\\x=at\end{cases}$ والتعبير عن الوصايا والحصص تبعاً للمُعامِل t نفسه. وكانت هذه بشكلٍ عام طريقة الخوارزمي الذي يختار t بحيث تكون النتائج المطلوبة أعداداً صحيحة (أي أضعافاً صحيحة من t).

١٠٩- ص. ٢٣٧، س. ١١:

"فريضتهم": المقصود ما يعود إليهم وفقاً للشريعة الإسلاميّة في الميراث: الـ $\frac{1}{4}$ للمرأة، الـ $\frac{1}{6}$ للأم، $\frac{1}{2}$ الباقي للأخ، $\frac{1}{4}$ الباقي لكلّ أخت.

١١٠- ص. ٢٣٧، س. ١٦:

أنظر الملحوظة الإضافيّة [٦] (الفصل اللاحق).

١١١) ص. ٢٣٨، س. ١١:

الوصـــيّة هنـــا هـــي $\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{7}\right)C$، أي $\frac{15}{56}C$. البـــاقي، أي $\frac{41}{56}C$، للقسمة: $\frac{1}{4}$ الباقي للزوج، $\frac{3}{20}$ منه لكلّ ابنة و $\frac{6}{20}$ للابـــن، أي علـــى التـــوالي: $\frac{5}{20}$، $\frac{3}{20}$، $\frac{3}{20}$، $\frac{3}{20}$، $\frac{6}{20}$ مـــن $\frac{41}{56}C$. فالـــــ $\frac{41}{56}C$ توافـــق إذاً ٢٠ سهماً. فإذا مثّلنا كلّ سهم بـِ x، يكون لدينا:

$$20x=\frac{41}{56}C \quad (١).$$

يزيـــد الخـــوارزمي إلى الطـــرفين الــــ $\frac{15}{41}$ منـــه، فيكـــون $C=20x+\frac{15}{41}\times 20x=\frac{1120}{41}x$ ويكـــون $x=\frac{41}{1120}C$. يـــضع الخـــوارزمي $x=41t$ فيحصل على $C=1120t$ وحصّة الموصـــى لـــه $300t$ ويبقـــى $820t$ للقسمة بين الورثة.

١١٢) ص. ٢٣٩، س. ٣:

نصادِف هنا الحالة التي لا يقبل الورثة كلُّهـــم بوصـــايا المتـــوفّى. في هـــذه المسألة، تبلغ الوصايا الــــ $\frac{2}{5}+\frac{1}{4}=\frac{13}{20}$ من الميراث. يوافـــق الابـــن علـــى إعطـــاء الـــ $\frac{13}{20}$ من حصّته؛ وتعطي الأم نصف حصّتها ويعطي الـــزوج ثلـــث حـــصّته.

حصص الميراث هي $\frac{1}{4}$ للزوج، $\frac{1}{6}$ للأم و $\frac{7}{12}$ للابـــن. إذا قُـــسِّم المبلـــغ إلى ١٢ سهماً، يأخذ منها الزوج ٣، فيعطي واحداً ويحـــتفظ بـــاثنين؛ وتأخـــذ منـــها الأم ٢، فتعطي واحداً وتحتفظ بالآخر؛ ويأخـــذ منـــها الابـــن ٧، فيعطـــي الــــ $\frac{13}{20}$ منها.

لنفتـــرض أنّ المبلـــغ هـــو $C=12\times 20t=240t$. يأخـــذ الـــزوج $60t$،

يعطي منها $20t$ للوصيّتين؛ تأخذ الأم $40t$، تعطي منها $20t$ للوصيّتين؛ ويأخذ الابن $140t$، ويعطي منها $91t$ للوصايا. فيكون مجموع الوصيّتين $131t$؛ وحصص الموصى لهما تكون توالياً $\frac{8}{13}\times 131t$ و $\frac{5}{13}\times 131t$. لكي يتمّ التعبير عن هاتين الوصيّتين بعددين صحيحَين، يجب أخذ $t=13$ (أو مضاعفاً لـ 13)؛ عند أخذ $t=13$، يكون $C=3120$.

١١٣) ص. ٢٤٠، س. ١٣:

الوصيّة هي نفسها؛ يوافق الابن على الـ $\frac{2}{5}$ للموصى له الأوّل، ولكنّه لا يوافق على شيء للآخر؛ توافق الأم على الربع للثاني، لكنّها لا توافق على شيء للأوّل، ويوافق الزوج على الثلث للاثنين؛ فتكون وصيّة قيمتها ثلث المال المتروك مفروضة على الثلاثة.

إذا كان المبلغ C، فإنّ $\frac{1}{3}C$ يُقتطع إلزاميّاً للوصيّتين ويقسّم بحسب إشارة الوصيّة، أي بنسبة 8 إلى 13 و5 إلى 13؛ فتكون الوصيّتان $\frac{8}{39}C$ و $\frac{5}{39}C$. وهذا ما يوافق إرادة الأب. لكنّ الأم كانت تريد إعطاء ربع ميراثها للموصى له الثاني، فيتوجّب عليها إعطاء $\frac{1}{4}-\frac{5}{39}=\frac{19}{156}$ من حصّتها. فبما أنّ إرث الأم 156 (سهماً)، والموصى له استوفى 20 (سهماً) فعليها أن تعطيه 19 ليبلغ الربع الذي هو 39. أراد الابن إعطاء $\frac{2}{5}$ من حصّته للموصى له الأوّل، فعليه أن يدفع له $\frac{2}{5}-\frac{8}{39}=\frac{38}{195}$ من حصّته. وبما أنّ ميراث الابن 195، وسبق للموصى له الأوّل أن حصّل 40، فإنّ الابن يدفع له ٣٨ ليصل إلى الـ $\frac{2}{5}$ من حصّته، أي 78 (سهماً).

١١٤) ص. ٢٤٠، س. ١٦:

"لكلّ واحد بقدر حصّته": يُقسّم الثلث إلى قسمين بالنسبة التي توافق الوصيّة.

١١٥) ص. ٢٤٠، س. ١٦-١٧:

"صاحب الربع من خاصّة حصّتها" هو الموصى له الثاني.

١١٦) ص. ٢٤١، س. ٦:

"الذي له": أي الذي للموصى له بالخُمْسَيْن.

١١٧) ص. ٢٤١، س. ٩:

ملاحظة: قُسّم ثلثا المبلغ بين الورثة. وكانت الحصص تواليًا على الشكل التالي:

$\frac{2}{3}C\times\frac{1}{4}=\frac{1}{6}C$، للزوج؛

$\frac{2}{3}C\times\frac{1}{6}=\frac{1}{9}C$، للأم؛

$\frac{2}{3}C\times\frac{7}{12}=\frac{7}{18}C$، للابن؛

$\frac{8}{39}C$، للموصى له الأوّل؛

$\frac{5}{39}C$، للموصى له الثاني.

دفعت الأم أيضاً للموصى له الثاني $\frac{19}{156}\times\frac{1}{9}C$؛ ودفع الابن أيضاً للموصى له الأوّل $\frac{19}{195}\times\frac{7}{9}C=\frac{38}{195}\times\frac{7}{18}C$.

ولكي تتمثّل كلّ الحصص بأعداد صحيحة، يجب التعبير عن C بواسطة مضاعف لـ 9×156 ولـ 9×195؛ يجب إذاً جعل $C=5\times2^2\times3^3\times13=7020$، أو بشكلٍ عام $C=7020t$. يحصل الزوج

على $1170t$، تحصل الأم على $780t$، يحصل الابن على $2730t$ ويحصل الموصى لهما: أوّلاً على $1440t$ و $900t$. تعطي الأم فيما بعد $95t$ للموصى له الثاني ويعطي الابن $532t$ للموصى له الأوّل. إذا أخذنا $t = 31$، نجد $C = 217620$، وهو الرقم الذي وجده الخوارزمي.

"في وجه آخر من الوصايا"

١١٨) ص. ٢٤٢، س. ٧:

الـ ٣٥ هو العدد الإجمالي للأسهم في الميراث.

١١٩) ص. ٢٤٢، س. ٩:

عدد الحصص هو هنا ٣٢، ثُمنُها للزوجة، أي ٤ حصص، والباقي للأبناء الأربعة، أي ٧ لكلٍّ منهم.

إذا أشرنا إلى المبلغ بـ C وإلى السهم الشرعيّ بـ x، تكون الوصيّة $7x - 4x = 3x$. لدينا إذاً $C = 35x$ أو $x = \frac{C}{35}$. فتكون الحصص إذاً $\frac{3C}{35} = 3x$ للموصى له، $\frac{4C}{35} = 4x$ للزوجة و $\frac{C}{5} = 7x$ لكلّ ابن.

١٢٠) ص. ٢٤٢، س. ١٥:

عدد الأسهم لابنين وبنت، هو ٥. لو كان هناك ابن ثالث، لكان عدد الحصص ٧، منها ٢ لكلّ ابن.

إذا كان المبلغ (التَرِكة، الميراث) C والوصيّة x، يكون $\frac{2}{7}(C - x) = x$؛ فيكون $\frac{2}{7}C = \frac{9}{7}x$ ويكون $x = \frac{2}{9}C$. يبقى $\frac{7}{9}C$ لتُقَسَّم بين الابنين والبنت. كلُّ ابن ينال $\frac{2}{5} \times \frac{7}{9}C = \frac{14}{45}C$ والبنت تنال $\frac{1}{5} \times \frac{7}{9}C = \frac{7}{45}C$.

إذا فَرَضنا $C = 45t$، ينال الموصى له $10t$، وينـــال كـــلُّ ابـــن $14t$ وتنـــال البنت $7t$.

١٢١) ص. ٢٤٣، س. ٧:

إذا كان الورثة الأم وثلاثة أبناء وبنــت، فــإنّ حــصص المــيراث هــي $\frac{1}{6}$ للأم، $\frac{5}{42}$ للبنت و $\frac{10}{42}$ لكلّ ابن. إذا كان هناك بنــت أخــرى، فــإنّ حــصص الميراث هي $\frac{1}{6}$ للأم، $\frac{5}{48}$ لكلّ بنت و $\frac{10}{48}$ لكلّ ابن.

لتكن x الوصيّة؛ لدينا

$$(C-x)\left(\frac{10}{42}-\frac{5}{48}\right)=x \quad \text{أي} \quad x=\frac{45}{336}(C-x)\text{،}$$

فيكون $381x = 45C$ و $x = \frac{45C}{381}$؛ ويكون أيضاً $C - x = \frac{336}{381}C$.

حصّة الأم $\frac{56}{381}C = \frac{1}{6}(C-x)$؛ وحصّة البنت $\frac{40}{381}C = \frac{5}{42}(C-x)$؛ وحصّة كلّ ابن $\frac{80}{381}C = \frac{10}{42}(C-x)$.

١٢٢) ص. ٢٤٤، س. ٨:

إذا كان هناك ثلاثة أبناء، فإنّ عدد الأســهم يكــون ٣؛ وإذا كــان هنــاك ثلاثة أبناء وبنت، فإنّ عدد الأسهم يكون ٧. لــتكن x حــصّة الابــن في الحالــة الأولى، فتكون حصّة البنت في الحالة الثانية $\frac{3}{7}x$ وتكون الوصيّة

$$\frac{4}{7}x+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}C-\frac{4}{7}x\right)=\frac{C}{9}+\frac{8}{21}x\text{؛}$$

من هنا تأتي المعادلة

$$C-\left(\frac{C}{9}+\frac{8}{21}x\right)=3x\text{،}$$

ومنها

$$C=\frac{213}{56}x=3x+\frac{45}{56}x \text{ و } \frac{8}{9}C=3x+\frac{8}{21}x \quad (١)$$

إذا أخذنا $C=213t$، يكون $x=56t$، ويكون الجزء $\frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}C-\frac{4}{7}x\right)$ من الوصيّة مساوياً لِـ $13t$، وتكون الوصيّة إذاً $45t$؛ يبقى $168t$ للأبناء الثلاثة. وتبعاً لِـ C يكن تكون حصّة كلّ ابن $\frac{56}{213}C$ وكامِل الوصيّة يكون $\frac{45}{213}C$.

ملاحظة: يزيد الخوارزمي إلى كلّ طرفٍ من طرَفَي المعادلة (١) ثُمنَه.

١٢٣) ص. ٢٤٤، س. ٩:

في المسائل الثلاث اللاحقة، تموت امرأةٌ، تاركةً زوجها، وأمّها وابنتين. يشير النص إلى أنّ الميراث يُقسَم إلى ١٣ سهماً. يُعطي النصّ البيانيّ الأوّل سهمين للأم، لكنّه لا يحدّد الحصص الأخرى. هذه الحصص أعطِيَت في المسألة الثانية كما يلي: ٣ أسهم للزوج و٤ لكلّ من البنتين.

"وفي وجه آخر من الوصايا"

١٢٤) ص. ٢٤٥، س. ٢:

ليكن C المبلغ وليكن x السهم. تكون الوصيّتان $2x$ و $\frac{1}{9}C$. لدينا إذاً $\frac{8}{9}C-2x=13x$؛ ومنها نحصل على المعادلة

$$\frac{8}{9}C=15x \quad (١)$$

يزيد الخوارزمي إلى كلّ طرفٍ من طرَفَي المعادلة (١) ثُمنَه، فيحصل على

$$C=15x+x+\frac{7}{8}x=\frac{135}{8}x.$$

الوصيّة الأولى هي $\frac{1}{9}C=\frac{15}{8}x$؛ والوصيّة الأخرى هي

$2x=2\times\frac{8}{135}C$؛ وهي كذلك حصّة الأم. لم يجرِ حساب حصص الأب والبنتين. وللحصول على نتائج يُعبَّر عنها بأعدادٍ صحيحة، نجعل $C=135t$، فيكون $x=8t$؛ الوصيّة الأولى تكون $16t$، مثل حصّة الأم، والوصيّة الثانية تكون $15t$.

۱۲٥) ص. ۲٤٥، س. ۱٤:

الورثة هم أنفسهم كما في الحالة السابقة فيكون عدد الأسهم إذاً ۱۳، يعود ۳ منها إلى الزوج. ليكن x السهم، فتكون الوصيّة $3x+\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{10}\right)C$؛ من هنا تأتي المعادلة

$C=13x+3x+\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{10}\right)C$، أي $\frac{31C}{40}=16x$.

يزيد الخوارزمي إلى كلّ طرفٍ من طرَفَي المعادلة $\frac{9}{31}$ منه، فيحصل على $C=\frac{640}{31}x$. إذا جعلنا $C=640t$، يكون لدينا $x=31t$ و $3x=93t$. ولدينا $\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{10}\right)C=\frac{9}{40}C=144t$. يبقى $640t-(144+93)t=403t$ للتقسيم: $93t$ للزوج، و $62t$ للأم و $124t$ لكلّ بنت.

۱۲٦) ص. ۲٤٦، س. ۱۰:

ليكن x السهم؛ الوصيّة هذه المرّة هي $(C-3x)\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{10}\right)-3x$.

ومعادلة المسألة هي إذاً $C-3x+\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{10}\right)(C-3x)=13x$، من هنا $C+\frac{19}{90}C-\frac{19}{90}\times3x=16x$، من هنا $\frac{109}{90}C=16x+\frac{19}{30}x$.

يطرح الخوارزمي من كلّ طرفٍ من طرَفَي المعادلة $\frac{19}{109}$ منه، فيكون

$x = \frac{1497}{109}x = C = 13x + \frac{80}{109}x$. إذا جعلنا $x = 109t$ ، يكون $C = 1497t$

وتكون حصّة الزوج هي $327t$.

١٢٧) ص. ٢٤٦، س. ٢٠:

ترك رجلٌ زوجته وأختيه. حصص الميراث تتساوى؛ لنجعل كلٌ واحدةٍ منها x. لتكن y الوصية؛ لدينا $y = x - \frac{1}{8}(C - y)$ ، فيكون

$$x = y + \frac{1}{8}(C - y) = \frac{1}{8}C + \frac{7}{8}y .$$

لكنّ $C = 3x + y$ ، فيكون $C = \frac{3}{8}C + 3y + \frac{5}{8}y$ ، ومنها $\frac{5}{8}C = 3y + \frac{5}{8}y$ و $C = \frac{29}{5}y$. إذا جعلنا $C = 29t$ ، يكون $y = 5t$ و $x = 8t$. يعتبر الخوارزمي هنا y وسيطاً، والمسألة محدّدة.

١٢٨) ص. ٢٤٧، س. ١٨:

نأخذ بالاعتبار هنا أربعة ورثة، أربعة أبناء، حصصهم متساوية. لتكن x إحدى هذه الحصص. الوصيّة الأولى هي x، والوصيّة الثانية

$$\frac{1}{4}\left(\frac{1}{3}C - x\right) = \frac{1}{12}C - \frac{1}{4}x ؛$$

يبقى إذاً من الثلث الأوّل:

$$\frac{1}{3}C - x\left(\frac{1}{12}C - \frac{1}{4}x\right) = \frac{1}{4}C - \frac{3}{4}x .$$

ومعادلة المسألة هي:

$$\frac{2}{3}C + \frac{1}{4}C - \frac{3}{4}x = 4x ،$$

ومنها:

$$\frac{11}{12}C = 4x + \frac{3}{4}x \text{ و } C = \frac{57}{11}x .$$

يزيد الخوارزمي إلى كلّ طرفٍ من طرَفَي المعادلة $\frac{1}{11}$ منه. وإذا جعلنا $C=57t$، يكون $x=11t$. نتحقّق من أنّ: $\frac{1}{3}C=19t$ و $\frac{1}{3}C-x=8t$.
الوصيّة الأولى تكون $11t$، والوصيّة الثانية $2t$؛ يبقى $44t$ لحصص الميراث الأربع، أي $11t$ لكلّ حصّة.

١٢٩) ص. ٢٤٨، س. ١٤:

لتكن x حصّة الابن من الميراث؛ الوصيّة هي $x-\frac{1}{5}\left(\frac{1}{3}C-x\right)$.
يبقى من الثلث:

$$\frac{1}{3}C-x+\frac{1}{5}\left(\frac{1}{3}C-x\right)=\frac{2}{5}C-\frac{6}{5}x،$$

فتكون المعادلة $\frac{2}{3}C+\frac{2}{5}C-\frac{6}{5}x=4x$، ويكون

$$(١)\quad \frac{16}{15}C=\frac{26}{5}x \quad و \quad C=\frac{39}{8}x.$$

للحصول على C انطلاقاً من (١)، يطرح الخوارزمي من كلّ طرفٍ من طرَفَي المعادلة $\frac{1}{16}$ منه. إذا جعلنا $C=39t$، يكون $x=8t$ وتكون الوصيّة $7t$.

١٣٠) ص. ٢٤٩، س. ١٧:

ليكن C المبلغ وx حصّة الميراث للابنة. الوصيّة الأولى هي x؛ والوصيّة الثانية هي $\left(\frac{2}{7}C-x\right)\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\right)=\frac{11}{30}\left(\frac{2}{7}C-x\right)$. حصّة كلّ ابن هي $2x$؛ ومعادلة المسألة تكون

$$\frac{5}{7}C+\left(\frac{2}{7}C-x\right)-\frac{11}{30}\left(\frac{2}{7}C-x\right)=7x،$$

ومنها

$$\frac{5}{7}C+\left(\frac{2}{7}C-x\right)\times\frac{19}{30}=7x \quad \text{و} \quad \frac{5}{7}C+\frac{19}{7\times15}C=7x+\frac{19}{30}x\text{،}$$

فيكون

$$(١) \quad \frac{94}{105}C=\frac{229}{30}x \quad \text{و} \quad C=\frac{7\times229}{2\times94}x=\frac{1603}{188}x\text{.}$$

ملاحظة: انطلاقاً من (١)، يزيد الخوارزمي إلى كلِّ طرفٍ من طرَفَي المعادلة $\frac{11}{94}$ منه، فيحصل على

$$\frac{94}{105}C\left(1+\frac{11}{94}\right)=\frac{229}{30}x\left(1+\frac{11}{94}\right)\text{،}$$

فيكون $C=\frac{1603}{188}x$.

فإذا جعلنا $C=1603t$ و $x=188t$، تكون حصّة الابنة من الميراث $188t$، وحصّة الابن $376t$، والوصيّة الأولى تكون $188t$، والوصيّة الثانية تكون $99t$.

١٣١) ص. ٢٥٠، س. ١٥:

لتكن x حصّة البنت من الميراث. الوصيّتان هما $x+\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)\left(\frac{2}{5}C-x\right)=\frac{9}{50}C+\frac{11}{20}x$، فتكون المعادلة

$$C-\frac{9}{50}C-\frac{11}{20}x=7x\text{،}$$

ومنها

$$(١) \quad \frac{41}{50}C=7x+\frac{11}{20}x\text{،}$$

فيكون

$$\frac{41}{50}C=\frac{151}{20}x \quad \text{و} \quad C=\frac{755}{82}x\text{.}$$

ونجعل $x = 82t$ ، فيكون $C = 755t$ ، ويكون

$$\frac{2}{5}C - x = 302t - 82t = 220t$$ ،

ويكون

$$\frac{2}{5}C - x - \frac{9}{20}\left(\frac{2}{5}C - x\right) = 220t - 99t = 121t$$ ؛

لكن $\frac{3}{5}C = 453t$، فتكـون حـصّة البنـت $574t = 7x$ و $x = 82t$ ؛ وتكـون حصّة الابن $164t$.

١٣٢) ص. ٢٥١، س. ١٤:

لتكن x حصّة البنت و $2x$ حصّة كلّ ابن؛ فتصبح الوصيّة

$$2x - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)\left(\frac{2}{5}C - 2x\right) = 2x - \frac{9}{50}C + \frac{9}{10}x$$ ؛

وتكون المعادلة

$$C + \frac{9}{50}C - 2x - \frac{9}{10}x = 7x$$ ،

ومنها $\frac{59}{50}C = \frac{99}{10}x$.

لإيجاد C، يطرح الخوارزمي من كلّ طرفٍ من طرَفَي المعادلة الـ $\frac{9}{59}$ منه، فيحصل على $C = \frac{495}{59}x$. إذا افترضنا $x = 59t$ ، يكون $C = 495t$ ، ويكون $\frac{2}{5}C = 198t$ ، و $\frac{2}{5}C - 2x = 80t$ ، و $\frac{9}{20}\left(\frac{2}{5}C - 2x\right) = 36t$ ، وتكون الوصيّة $118t - 36t = 82t$ ؛ فيبقى $495t - 82t = 413t$ لِـ $7x$ ؛ فتكون حصّة البنت $59t$ ، وحصّة الابن $118t$.

١٣٣) ص. ٢٥٢، س. ١١:

لتكن x حصّة كلّ بنت و $2x$ حصّة كـلّ ابـن . يبقـى مـن $\frac{1}{3}C$ بعـد

الوصيّة الأولى:

$$.\frac{1}{3}C-x+\frac{1}{5}\left(\frac{1}{3}C-x\right)=\frac{6}{15}C-\frac{6}{5}x=\frac{2}{5}C-\frac{6}{5}x$$

وبعد الوصيّة الثانية يبقى:

$$.\frac{2}{5}C-\frac{6}{5}-x+\frac{1}{3}\left(\frac{2}{5}C-\frac{6}{5}x-x\right)=\frac{18}{15}C-2x-\frac{14}{15}x$$

وبعد الوصيّة الثالثة يبقى:

$$،\frac{8}{15}C-\frac{1}{12}C-2x-\frac{14}{15}x=\frac{27}{60}C-2x-\frac{14}{15}x$$

ومن هنا تأتي المعادلة:

$$.C+\frac{7}{60}C=8x+\frac{14}{15}x$$

يطرح الخوارزمي من كلّ طرفٍ من طرَفَي المعادلة الـ $\frac{7}{67}$ منه، فيحصل على $C=8x$. وإذا جعلنا $x=201t=67\times 3t$، يكون $C=1608t$.

نلاحِظ أنّ الخوارزمي أخذ $x=201$ بدل 67، ليُعبِّر عن ثلث C بعددٍ صحيح من الأسهم.

١٣٤) ص. ٢٥٣، س. ١٢:

نجعل أيضاً x حصّة البنت من الميراث. يبقى من $\frac{1}{3}C$ بعد الوصيّة الأولى:

$$؛\frac{1}{3}C-x-\frac{1}{5}\left(\frac{1}{3}C-x\right)=\frac{4}{15}C-\frac{4}{5}x$$

ويبقى من $\frac{1}{4}C$ بعد الوصيّة الثانية:

$$.\frac{1}{4}C-x-\frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}C-x\right)=\frac{1}{6}C-\frac{2}{3}x$$

ولدينا $C-\frac{1}{3}C-\frac{1}{4}C=\frac{5}{12}C$، فتكون المعادلة:

$$\frac{5}{12}C+\frac{4}{15}C+\frac{1}{6}C-\frac{4}{5}x-\frac{2}{3}x=6x،$$

ومنها: $\frac{17}{20}C=7x+\frac{7}{15}x$.

نزيد إلى كلّ طرفٍ من طرَفَي المعادلة $\frac{3}{17}$ منه، فنحصل على $C=\frac{448}{51}x$. إذا كان $x=153t=51\times 3t$، يكون $C=1344t$.

الوصيّة الأولى هي:

$$.153t+\frac{1}{5}(448t-153t)=153t+59t$$

والوصيّة الثانية هي:

$$.153t+\frac{1}{3}(336t-153t)=153t+61t$$

نلاحظ أنّ خيار $x=153t$ أُخذ ليُعبّر عن ثلث C وعن رُبعِه بعددين صحيحين من الأسهم، وهما تواليًا $448t$ و $336t$.

١٣٥) ص. ٢٥٣، س. ١٥:

المقصود بـ "الوصيّتين الأوليتين" هو الوصيّة الأولى التي تضم جزئين.

١٣٦) ص. ٢٥٤، س. ١٢:

ليكن C المبلغ، و x حصّة كلٍّ من الأبناء الستّة من الميراث. الوصيّة الأولى هي $x+\frac{1}{5}\left(\frac{1}{4}C-x\right)=\frac{1}{20}C+\frac{4}{5}x$؛ والوصيّة الثانية $x-\frac{1}{4}\left(\frac{1}{3}C-\frac{1}{20}C-\frac{4}{5}x-x\right)$. يبقى من الثلث الأوّل للميراث:

$$\frac{1}{3}C-\frac{1}{20}C-\frac{4}{5}x-x+\frac{1}{4}\left(\frac{1}{3}C-\frac{1}{20}C-\frac{4}{5}x-x\right)،$$

أي:

$$\frac{5}{4}\left(\frac{1}{3}C-\frac{1}{20}C-\frac{9}{5}x\right)=\frac{17}{48}C-\frac{9}{4}x$$ ،

فتكون المعادلة $\frac{2}{3}C+\frac{17}{48}C-\frac{9}{4}x=6x$ ، أي:

$$C+\frac{1}{48}C=\frac{33}{4}x$$ ؛

ومنها

$$\frac{49}{12}C=33x \quad \text{و} \quad C=\frac{396}{49}x$$.

إذا كان $C=396t$ ، تكون $x=49t$. الوصيّة الأولى تكون $49t+10t$ ، والوصيّة الثانية تكون $49t-6t$.

ملاحظة: يدخل الخوارزمي $\frac{1}{3}C=80$ في جزء من العمليّات الحسابيّة، ثمّ يعود إلى استخدام C: $(\frac{1}{3}C=80 \Rightarrow \frac{1}{3}C-\frac{1}{20}C=68)$، فيكون:

$$\frac{5}{4}\left[\frac{1}{3}C-\frac{1}{20}C-\frac{9}{5}x\right]=85-\frac{9}{4}x \text{ ، و } \frac{2}{3}C=160$$ ؛

وتكون المعادلة

$$(160+85)-\frac{9}{4}x=6x$$.

بعد ذلك يستبدل الخوارزمي $160+85$ بـ $C+\frac{1}{48}C$ ويجد المعادلة الأوّليّة.

١٣٧) ص. ٢٥٥، س. ٩:

ليكن C المبلغ، و x حصّة كلّ من الأبناء الأربعة من الميراث. الوصيّة هي $x+\frac{1}{4}\left(\frac{1}{3}C-x\right)+d=\frac{1}{12}C+\frac{3}{4}x+d$ [*] ؛ يبقى من ثلث المبلغ

---

[*] الحرف d يشير هنا إلى الدرهم.

$\frac{1}{4}C-\frac{3}{4}x-d$. نضيف الثُلثين: $\frac{2}{3}C+\frac{1}{4}C-\frac{3}{4}x-d=4x$، فنحصل على معادلة المسألة

$$(١) \quad \frac{11}{12}C=4x+\frac{3}{4}x+d \text{، أي } 11C=57x+12d\text{،}$$

ومنها: $x=\frac{11C-12d}{57}$، مع الملاحظة بأنّ $11C>12d$.

<u>ملاحظة</u>: ليكون C عدداً صحيحاً، ينطلق الخوارزمي من (١) ويزيد إلى كلّ طرفٍ من طرَفَي المعادلة $\frac{1}{11}$ منه:

$$C=\frac{57}{11}x+\frac{12}{11}d=5x+\frac{2}{11}x+d+\frac{1}{11}d.$$

أذا أخذنا d كوسيط، ننطلق مجدّداً من (١) ونجعل $C=12d$ فنحصل على $10d=\frac{19}{4}x$، المكافئة لـ $x=2d+\frac{2}{19}d$. عندما يكون $d=1$، يكون $C=12$، ويكون $x=\frac{40}{19}=2+\frac{2}{19}$. فلكي يعود الخوارزمي إلى وسيط واحد، نراه يفرض شرطاً إضافيّاً.

١٣٨) ص. ٢٥٥، س. ١١:

"فإن أردت أن تُخرِج الدرهم صحيحاً، فلا تُكمِل مالك، ولكن إطرح من الأحد عشر واحداً بالدرهم": بهذه العبارة يريد الخوارزمي القول بأنّنا نُحوِّل المال إلى دراهم عن طريق فرض أنّه اثنا عشر درهماً.

١٣٩) ص. ٢٥٥، س. ١٧ – ص. ٢٥٧، س. ٤:

ليكن C المبلغ، و x حصّة كلٍّ من الأبناء الخمسة من الميراث. الوصيّة الأولى هي $x+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}C-x\right)+d$؛ يبقى من الثلث $\frac{2}{9}C-\frac{2}{3}x-d$. والوصيّة الثانية هي $\frac{1}{18}C-\frac{1}{6}x-\frac{1}{4}d+d$؛ يبقى من الثلث $\frac{1}{6}C-\frac{1}{2}x-d-\frac{3}{4}d$؛

فتكون المعادلة

$$\frac{5}{6}C-\frac{1}{2}x-\frac{7}{4}d=5x$$ ،

ومنها

$$\frac{5}{6}C=\left(5+\frac{1}{2}\right)x+\left(1+\frac{3}{4}\right)d$$.

يزيد الخوارزمي إلى كلّ طرفٍ من طرَفَي المعادلة خُمسَهُ؛ فيحصل على

$$C=\left(6+\frac{3}{5}\right)x+\left(2+\frac{1}{10}\right)d \qquad (1)$$.

إذا كان $x=10t$ ، $d=10t$ ، تكون $C=87t$. إذا أخذنا d كوحدة أو كوسيط، بجَعلِ $\frac{1}{3}C=\left(7+\frac{1}{2}\right)d$ ، نحصل على $\frac{2}{9}C=5d$ ، والباقي الأوّل يكون $4d-\frac{2}{3}x$. الوصيّة الثانية $\frac{1}{4}\left(4d-\frac{2}{3}x\right)+d=2d-\frac{1}{6}x$ ؛ يبقى من الثلث $2d-\frac{1}{2}x$. ولكن لدينا $\frac{2}{3}C=15d$ ، فتكون المعادلة $17d-\frac{1}{2}x=5x$ ويكون $17d=\frac{11}{2}x$ أي: $x=\frac{34}{11}d=3d+\frac{1}{11}d$.

ملاحظة: لا يشرح الخوارزمي خيار $\frac{1}{3}C=\left(7+\frac{1}{2}\right)d$. وربّما كان قصدُه أخذَ d كوسيط.

١٤٠) ص. ٢٥٨، س. ٧:

ليكن C المبلغ، و x حصّة كلّ من الأبناء الأربعة. الوصيّة الأولى هي $\frac{1}{4}\left(\frac{1}{3}C-x\right)+d-x$ ؛ الباقي الأوّل يكون $\frac{5}{12}C-\frac{5}{4}x-d$.

الوصيّة الثانية هي: $\frac{5}{36}C-\frac{5}{12}x+\frac{2}{3}d$ ؛ يبقى من الثلث: $\frac{5}{18}C-\frac{5}{6}x-\frac{5}{3}d$ ؛ فتكون معادلة المسألة:

$$\frac{17}{18}C-\frac{5}{6}x-\frac{5}{3}d=4x$$ ،

أي

$$.\frac{17}{18}C=\left(4+\frac{5}{6}\right)x+\frac{5}{3}d$$

يزيد الخوارزمي إلى كلّ طرفٍ من طرَفَي المعادلة $\frac{1}{17}$ منه، فيحصل على:

$$.C=\left(5+\frac{2}{17}\right)x+\left(1+\frac{13}{17}\right)d$$

إذا وضعنا $x=17t$ و $d=17t$، نحصل على $C=117t$.

نَذكر أنّ الخوارزمي اختار أن يتخلّص من مقام الكسر (أو مخرجه) فأخذ x و d مضاعفين لـــ 17 (بالمضاعفة نفسها).

"باب التكمِلة"

١٤١) ص. ٢٦٠، س. ٩:

أي مجموع الوصيّتين الأولى والثانية.

١٤٢) ص. ٢٦٠، س. ١٠:

أنظر الملحوظة الإضافيّة [٧] (الفصل اللاحق).

١٤٣) ص. ٢٦١، س. ٦:

في هذه المسألة، لدينا ١٣ سهماً: سهمٌ لكلٍّ من البنات الثماني، وسهم للأم وثلاثة للزوج. ليكن C المبلغ، وليكن x السهم؛ الوصيّة الأولى هي $\frac{1}{5}C-x$؛ الوصيّة الثانية $\frac{1}{4}C-2x$. فيكون الباقي $\frac{11}{20}C+3x$ ومعادلة المسألة تُكتَب على الشكل التالي:

$$\frac{11}{20}C+3x=13x\text{؛}$$

فيكون $\frac{11}{20}C=10x$ و $C=\frac{200}{11}x=18x+\frac{2}{11}x$.

إذا جعلنا $x = 11t$ ، نحصل على $C = 200t$ وتكون الوصيّتان توالياً $29t$ و $28t$.

١٤٤) ص. ٢٦١، س. ١٧:

ليكن C المبلغ، وليكن x السهم. الوصيّة الأولى هي $\frac{1}{3}C - 3x$، والثانية هي $\frac{1}{4}C - 2x$، والثالثة $\frac{1}{5}C - x$. ومجموع الوصايا يكون $\frac{47}{60}C - 6x$. تُكتَب معادلة المسألة على الشكل

$$\frac{13}{60}C + 6x = 13x \qquad (١)$$ ،

أي

$$\frac{13}{60}C = 7x$$ ؛

ونستنتج منها: $C = \frac{420}{13}x = 32x + \frac{4}{13}x$. وإذا جعلنا $x = 13t$ ، يكون لدينا $C = 420t$.

نذكر أنّ الخوارزمي، في هذه المسألة، ضَرَب طرَفَي المعادلة (١) بـ $\frac{60}{13}$.

١٤٥) ص. ٢٦٢، س. ٧:

ليكن C المبلغ، و x السهم؛ لدينا ١٣ سهماً (كما رأينا). الوصيّة الأولى هي $\frac{1}{4}C - 2x$، والثانية هي $\frac{1}{5}\left(\frac{3}{4}C + 2x\right) - x = \frac{3}{20}C - \frac{3}{5}x$. معادلة المسألة تُكتَب $\frac{3}{5}C + 2x + \frac{3}{5}x = 13x$، أي $3C = 52x$ فيكون $C = \frac{52}{3}x$. إذا كان $x = 3$ ، يكون $C = 52$ ؛ وإذا كان $x = 3t$ ، يكون $C = 52t$. فتكون الوصيّة الأولى $7t$ والثانية $6t$.

١٤٦) ص. ٢٦٢، س. ١٦:

ليكن C المبلغ، و x السهم؛ لدينا أيضاً ١٣ سهماً. الوصيّة الأولى هي $\frac{1}{5}C-2x$، والثانية هي $\frac{1}{6}\left[C-\left(\frac{1}{5}C-2x\right)\right]$ والمجموع يكون $\frac{1}{6}C+\frac{5}{6}\left(\frac{1}{5}C-2x\right)=\frac{1}{3}C-\frac{5}{3}x$؛ يبقى إذاً $\frac{2}{3}C+\frac{5}{3}x$. فتُكتَب معادلة المسألة $\frac{2}{3}C+\frac{5}{3}x=13x$، ومنها $C=17x$. إذا جعلنا $x=t$، يكون $C=17t$؛ الوصيّة الولى هي $\frac{7}{5}t$ والثانية $\frac{13}{5}t$. يأخذ الخوارزمي $t=5$، فيحصل على $x=5$ و $C=85$؛ فتكون الوصيّة الأولى 7 والثانية 13؛ يبقى 65 للورثة (الأسهم الثلاثة عشر).

١٤٧) ص. ٢٦٣، س. ٤:

ليكن C المبلغ، و x السهم؛ لدينا (كما رأينا) ١٣ سهماً. الوصيّة هي:

$$\frac{1}{3}C-2x-\left[\frac{1}{4}\left(\frac{2}{3}C+2x\right)-x\right]=\frac{1}{6}C-x-\frac{1}{2}x.$$

معادلة المسألة تُكتَب على الشكل التالي:

$$\frac{5}{6}C+x+\frac{1}{2}x=13x،$$

ومنها $\frac{5}{6}C=11x+\frac{1}{2}x$؛ فيكون $C=\frac{69}{5}x$. إذا كان $x=5t$، يكون $C=69t$ وتكون الوصيّة $4t$.

١٤٨) ص. ٢٦٣، س. ١٦:

الورثة هم ابن وخمس بنات؛ فيكون عدد الأسهم ٧. ليكن C المبلغ، وليكن x السهم؛ الوصيّة هي:

$$\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\right)C-2x-\frac{1}{4}\left[\frac{1}{3}C-\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\right)C+2x\right]=\frac{3}{8}C-\frac{5}{2}x؛$$

تُكتَب معادلة المسألة: $\frac{5}{8}C=7x-\frac{5}{2}x$، فيكون $C=\frac{36}{5}x$.

إذا كان $x=5t$، يكون $C=36t$ وتكون الوصيّة t. نذكر أنّ الخوارزمي يكتب $\frac{4}{120}=\left(\frac{1}{5}\times\frac{1}{6}\right)$ ويحتفظ بالمقام (المَخرج) 120 في جزءٍ من عمليّاته الحسابيّة.

١٤٩) ص. ٢٦٤، س. ١٤:

المقصود بـِ "سِهام الفريضة" المبلغ بأكمله (بالأسهم).

١٥٠) ص. ٢٦٤، س. ١٧:

الورثة هم الأم، الزوجة وأربع أخوات. فيكون لدينا، بحسب الشريعة، ١٣ سهماً. يوضح النص أنّ الزوجة وإحدى الأخوات أخذتا منها ٥، دون تحديد الحصص الخاصّة بكلٍّ منهما. الوصيّة هي

$$\frac{1}{2}C-5x-\frac{2}{7}\left[\frac{1}{3}C-\left(\frac{1}{2}C-5x\right)\right]=\frac{1}{2}C-5x-\frac{2}{7}\left(5x-\frac{1}{6}C\right)=\frac{23}{42}C-5x-\frac{10}{7}x\ .$$

معادلة المسألة هي

$$\frac{19}{42}C+5x+\frac{10}{7}x=13x\ ،$$

ومنها: $\frac{19}{42}C=6x+\frac{4}{7}x$. فيكون

$$(١)\quad \frac{19}{42}C=\frac{46}{7}x \quad \text{أي} \quad C=\frac{276}{19}x\ .$$

إذا كان $x=19t$، يكون $C=276t$. يختار الخوارزمي هنا $t=7$ ويجعل $x=133$، فيكون $C=1932$. تكون الوصيّة إذن: $301-98=203$. ومن الجائز أنّ الخوارزمي قد اختار $t=7$ لكي يكون كلٌّ من الحدّين $5x$ و $\frac{1}{6}C$، في حساب الوصيّة، قابلاً للقسمة على 7. لنلاحظ أنّ باعتبار $t=1$، يكون $x=19$ و $C=276$؛ وهذان العددان لا ينقسمان على 7، إنّما الفرق بينهما $5x-\frac{1}{6}C=49$، وهو عدد ينقسم على 7؛ نجد عند ذلك للوصيّة: $43-14=29$.

نلاحظ أيضاً أنّ الخوارزمي أشار إلى أنّه في حساب العبارة $\left[\frac{1}{3}C-\frac{1}{2}C+5x\right]$ ظهر فرق "سالب"، $\frac{1}{3}C-\frac{1}{2}C=-\frac{1}{6}C$؛ فكتَب العبارة على الشكل: $5x-\frac{1}{6}C$.

"حساب الدور"

"باب منه في التزويج في المَرَض"

١٥١) ص. ٢٦٥، س. ٧:

مال الرجل هو ١٠٠ درهم، والمهر ١٠ دراهم. ليكن x المبلغ، المقدّر بالدراهم، الذي أوصت به الزوجة؛ يبقى للزوج $90-x$ وتملك الزوجة $x+10$. وبعد وفاة الزوج، يكون الميراث

$$90-\left(x-\frac{1}{3}.(10+x)\right)=(90-x)+\left(3+\frac{1}{3}+\frac{x}{3}\right)،$$

من هنا تأتي معادلة المسألة:

$$93+\frac{1}{3}-\frac{2}{3}x=2x،$$

فيكون

$$x=\frac{280}{8}=35.$$

١٥٢) ص. ٢٦٦، س. ٨:

معطيات هذه المسألة هي معطيات المسألة السابقة نفسها، لكن الزوجة هذه المرّة، كانت استدانت مبلغاً يساوي مهرها. وتُصبِح معادلة المسألة، بديهيّاً:

$$90-x+\frac{x}{3}=2x،$$

ومنها

$$x=33+\frac{3}{4}.$$

نُذَكِّر أنّ على الزوج، عند وفاة زوجته، أن يسدّد دينها وكذلك وصيّتها؛ كما أنّه يرِث نصف مال زوجته.

١٥٣) ص. ٢٦٦، س. ٢٠:

نفترِض كما في السابق، أنّ الوصيّة هي x، يبقى للزوج $90-x$ وللزوجة $10+x$، حيث نصف ما بقي لها يعود بالميراث إلى زوجها، أي $5+\frac{x}{2}$. سبق للزوج أن قدّم وصيّة تساوي الوصيّة الأولى. بمجموع الوصيّتين، أي $2x$، يجب أن يكون ثلث مال الزوج، فما يبقى للورثة يساوي $4x$؛ من هنا تكون المعادلة

$$(90-x)+\left(5+\frac{x}{2}\right)-x=4x،$$

فيكون $11x=190$ و $x=17+\frac{3}{11}$.

١٥٤) ص. ٢٦٧، س. ١٤:

اقتُطِع من مال الزوج الذي هو ١٢٠ درهماً، المهرُ البالغ ١٠ دراهم، والوصيّة x التي هي ثلث مال الزوجة. يبقى إذاً $110-x$. مال الزوجة هو $x+10+10$. ثلث مالها وصيّة؛ ثلثٌ آخر يعود لورثتها والثلث الأخير لورثة زوجها. لكن هذا الأخير عمل وصيّة أخرى هي، كما في المسالة السابقة، مساوية لوصيّة زوجته؛ بمجموع الوصيّتين يكون $2x$. فتُكتَب معادلة المسألة:

$$110-x+\frac{1}{3}(20+x)-x=4x،$$

ومنها $\frac{2}{3}x+5x=116+\frac{2}{3}$، فيكون $x=20+\frac{10}{17}$.

"باب العتق في المَرَض"

١٥٥) ص. ٢٦٨، س. ١-٢:

"وما بقي من بعد ذلك": المقصود ما بقي من مال العبد المتوفّى.

١٥٦) ص. ٢٦٨، س. ٣:

المقصود هنا اتفاقٌ عرفيٌّ بين العبد المُعتَق والسيّد. وهذا العُرف يعطي، في حال وفاة السيّد قبل العبد، حقّاً لابن السيّد.

١٥٧) ص. ٢٦٨، س. ٣:

"وليس للابنة شيء": أنظر الملحوظة الإضافيّة [٨] (الفصل اللاحِق).

١٥٨) ص. ٢٦٨، س. ٩-١٠:

أنظر الملحوظة الإضافيّة [٩] (الفصل اللاحِق).

١٥٩) ص. ٢٦٨، س. ١٣:

"وصيّة العبد": مبلغٌ يقبل السيّد أن يحسمه من الفدية.

١٦٠) ص. ٢٦٨، س. ١٧:

"وذلك شيئان": أنظر الملحوظة الإضافيّة [١٠] (الفصل اللاحِق).

١٦١) ص. ٢٦٨، س. ٢٠:

"مائة وثمانون": أنظر الملحوظة الإضافيّة [١١] (الفصل اللاحِق).

١٦٢) ص. ٢٦٩، س. ١٦:

"وذلك ما كان للعبد": (ما كان له من الوصيّة). أنظر الملحوظة الإضافيّة [١٢] (الفصل اللاحِق).

١٦٣) ص. ٢٧٠، س. ٥:

أنظر الملحوظة الإضافيّة [١٣] (الفصل اللاحِق).

١٦٤) ص. ٢٧١، س. ٣:

أنظر الملحوظة الإضافيّة [١٤] (الفصل اللاحِق).

١٦٥) ص. ٢٧١، س. ١٥:

ثمن العبدين هو نفسه: ٣٠٠ درهم؛ الوصيّتان متساويتان، كلّ منهما x. يموت العبد الأوّل ويترك مبلغ ٥٠٠ درهم. كِلفة إعتاقه $500-(300-x)=200+x$، نصفٌ لابنته ونصفٌ للسيّد. فتكون معادلة المسألة

$$(300-x)+(300-x)+100+\frac{x}{2}=4x\text{،}$$

ويكون $x=\frac{1400}{11}=127+\frac{3}{11}$.

١٦٦) ص. ٢٧٢، س. ١٣:

للسيّد عبدٌ ثمنه ٣٠٠ درهم؛ تلقّى السيّد سُلفة تبلغ ٢٠٠ درهم لعتقه. الوصيّة هي x؛ يبقى أن يفي ليُعتَق $(300-x)-200=100-x$. يبلغ مال العبد عند وفاته $300-(100-x)$، إذ إنّه ترك إضافة إلى ذلك ٣٠٠ درهم. وهذا المبلغ يقسّم مناصفةً

بين ابنته والسيّد. فتكون معادلة المسألة $2x = \frac{x}{2} + 100 + x - 100$، ويكون $x = 80$.

يكون بَدَل العتق إذاً ٢٢٠ درهماً.

يتحقّق الخوارزمي فيما بعد من الحساب: ميراث العبد يبلغ نظريّاً ماله (300) + السُلفة المدفوعة للسيّد (200) − بَدَل العتق ($300 + 200 - 220 = 280$)، نصف هذا المبلغ مقتطَع للابنة (140)؛ يبقى إذاً 160، ضِعفا الوصيّة.

١٦٧) ص. ٢٧٢، س. ١٧:

لحساب مقدار تَرِكة حصص الميراث، نضيف المبلغ المقدَّم سَلَفاً للسيّد إلى المال الحقيقي للعبد.

١٦٨) ص. ٢٧٣، س. ٢:

المقصود هنا المال الحقيقي.

١٦٩) ص. ٢٧٣، س. ١٢:

ثمن العبد ٣٠٠ درهم. وهذا الأخير يملك ١٠٠٠ درهم؛ وكان سلّف السيّد ٥٠٠ درهم، فيكون ماله إذاً ١٥٠٠ درهم. نحسم الوصيّة x من بَدَل العتق؛ يبقى $300 - x$. فتَرِكتُه إذاً $1200 + x$، منها $600 + \frac{x}{2}$ لابنته؛ يبقى (من الألف التي تركها العبد) مبلغ $400 - \frac{x}{2}$ العائد للسيّد. من هذا المبلغ ندفع دَينه، ٢٠٠ درهم. يعود الباقي للورثة؛ أي $200 - \frac{x}{2}$؛ فتكون معادلة المسألة $2x = 200 - \frac{x}{2}$ ويكون $x = 80$. ويتحقّق الخوارزمي، بعد ذلك، من الحساب.

١٧٠) ص. ٢٧٤، س. ١٤:

ثمن العبد ٥٠٠ درهم. وهذا الأخير ترك قبل وفاته، ١٧٥٠ درهماً وديناً يبلغ ٢٠٠ درهم. وكان قد سلّف سيّده ٦٠٠ درهم. بَدَل العتق يساوي $500-x$. فتكون التَرِكة

$$1750-200+600-(500-x)=1650+x$$ ،

للتقسيم بين أمّه وسيّده بنسبة $\frac{1}{3}$ للأم و $\frac{2}{3}$ للسيّد. يعود للأم $550+\frac{x}{3}$، ويبقى $700-\frac{x}{3}$. فتكون معادلة المسألة $2x=700-\frac{x}{3}$ ويكون $x=300$.

ويتحقّق الخوارزمي بعد ذلك من الحساب.

١٧١- ص. ٢٧٥، س. ٧:

يُقتَطع بَدَل العتق من مال العبد؛ يبقى إذاً $x=(x-300)-300$.

فيكون $\frac{x}{2}$ لابنته و $\frac{x}{2}$ للسيّد. تموت البنت، ومالُها هو $\frac{x}{2}+300$، ونِصفُه $\frac{x}{4}+150$، يعود لزوجها والنصف الآخر للسيّد. فيكون مال السيّد:

$$300-x+\frac{x}{2}+150+\frac{x}{4}=450-\frac{x}{4}$$ ؛

فتكون معادلة المسألة $2x=450-\frac{x}{4}$ ويكون $x=200$.

١٧٢) ص. ٢٧٦، س. ١٣:

أنظر الملحوظة الإضافيّة [١٥] (الفصل اللاحِق).

١٧٣) ص. ٢٧٦، س. ١٤:

"وهب" تعني إذاً، في هذه المسألة وفي المسائل اللاحقة، تخلّى عن العبد (أو الجارية) إلى آخر مُقابِل مبلغٍ أقلّ من ثمنه (أو ثمنها)؛ فيقلُّ المهرُ (أو العقر) عند ذلك بالنسبة نفسها.

١٧٤) ص. ٢٧٧، س. ٧:

أنظر الملحوظة الإضافيّة [١٦] (الفصل اللاحِق).

١٧٥) ص. ٢٧٧، س. ١١:

"بينهما": أي بين الموصى لهما الاثنين.

١٧٦) ص. ٢٧٨، س. ٣:

كما في المسألة السابقة، خُمس العبد هو وصيّة. الوصيّتان الأُخريان متساويتان. مجموع الوصايا يكون إذاً $x + x + 100$. تُكتَب معادلة المسألة إذاً:

$$(500-x)+\left(100-\frac{x}{5}\right)-x=2(100+2x)$$

فيكون

$$.\ x=\frac{2000}{31}=64+\frac{16}{31}$$

١٧٧) ص. ٢٧٨، س. ١٩:

لتكن x الوصيّة من قيمة الجارية؛ فالوصيّة الثانية تكون $\frac{3}{4}x$. معادلة المسألة تُكتَب إذاً:

$$،(500-x)+\left(100-\frac{x}{5}\right)-\frac{3}{4}x=2\left(100+x+\frac{3}{4}x\right)$$

أي

$$،300-\frac{39}{40}x=100+\frac{7}{4}x$$

فيكون

$$.\ x=73+\frac{43}{109}$$

"باب العقر في الدور"

١٧٨) ص. ٢٧٩، س. ٤:

المقصود بلكلمة "هبة"، ثمن العبد (راجع التعليق السابق، ١٧٣ من هذا الفصل).

١٧٩) ص. ٢٧٩، س. ٥:

"الانتقاص للعقر": ما يبقى بعد الطرح.

١٨٠) ص. ٢٧٩، س. ١٠:

لتكن x الوصيّة من ثمن امرأةٍ جارية، ثمنها ٣٠٠ درهم ومهرها (عقرها) ١٠٠ درهم. يعود للورثة $300-x+100-\frac{x}{3}$، وهذا يوافق ضعف الوصيّة. معادلة المسألة تُكتَب إذاً: $400-\frac{4}{3}x=2x$، فيكون $x=120$.

وبحسب الشريعة، $\frac{x}{3}$ هو المهر لأنّ الموهوب له ساكَنَ الجارية.

١٨١) ص. ٢٧٩، س. ١٨:

كما في المسألة السابقة، يدفع الموهوب له $300-x$ للجارية؛ لكنّ الواهب، وبما أنّه ساكنها، عليه أن يدفع ثلث الوصيّة كَمَهر. لتكن x الوصيّة؛ معادلة المسألة تُكتَب: $300-x-\frac{x}{3}=2x$، فيكون $x=90$.

١٨٢) ص. ٢٨٠، س. ٣:

المقصود بـ "الانتقاص" هو الفرق.

١٨٣) ص. ٢٨٠، س. ١١:

"إليه": المقصود إلى الموصى له، كما تؤكّد المسألة اللاحقة؛ فالوصيّة بأكملها تكون إذاً شيئاً مع ثلث الشيء.

١٨٣) ص. ٢٨٠، س. ١١-١٢:

أنظر الملحوظة الإضافيّة [١٧] (الفصل اللاحِق).

١٨٤) ص. ٢٨٠، س. ١٤:

"بينهما": أي بين الذي يستلم العبد والموصى له.

١٨٥) ص. ٢٨٠، س. ١٧:

"لآخر": من السياق، يبدو أنّ المقصود هو رأي أبي يوسف، تلميذ أبي حنيفة.

١٨٦) ص. ٢٨٠، س. ١٣-٢٣:

أنظر الملحوظة الإضافيّة [١٨] (الفصل اللاحِق).

١٨٧) ص. ٢٨١، س. ١-٨:

يتوجّب على الموهوب له أن يُعيد $\left(100-\frac{x}{3}\right)+(x-300)$. لكنّ الواهب ساكن الجارية؛ فعليه أن يسدّد $\frac{x}{3}$. فالوصيّة تكون إذاً $x+\frac{x}{3}$. يبقى للورثة:

$$\left(400-x-\frac{x}{3}\right)-\frac{x}{3}-\left(x+\frac{x}{3}\right)=400-3x.$$

معادلة المسألة تُكتَب: $400-3x=2\left(2x+\frac{2}{3}x\right)$، ويكون $x=48$.

١٨٨) ص. ٢٨٢، س. ١٠ و ١٢ و ١٥:

"ورَدُّ العقر": المقصود أنّه ردَّ جزءاً من المهر (أو العقر).

١٨٩) ص. ٢٨٢، س. ٢٠:

ليكن A الواهب و B الموهوب له. يوصي A لـ B بـ x على الـ ٣٠٠ درهم، ثمن الجارية. مهر هذه الأخيرة هو ١٠٠ درهم. فعلى B إذاً أن يعيد إلى ورثة A المبلغ $300-x$، وكذلك "جزءاً" من x؛ ليكن y هذا الجزء. يمتلك B إذاً $x-y$، لكنّ عليه أيضاً أن يسدّد $100-\frac{x}{3}$، ويقتطع من هذا المبلغ $\frac{1}{3}(x-y)$. لدينا إذاً معادلة أولى هي:

$$x-y-100+\frac{x}{3}+\frac{1}{3}(x-y)=2y؛$$

ومنها

$$y=\frac{x}{2}-30.$$

يعود إذاً لورثة A:

$$300-x+y+\left(100-\frac{x}{3}\right)-\frac{1}{3}(x-y)،$$

أي $360-x$. وهذا المبلغ يساوي

$$2\left[x+\frac{1}{3}(x-y)\right]=2\left(\frac{7}{6}x+10\right).$$

تُكتَب معادلة المسألة إذاً على الشكل:

$$180-\frac{x}{2}=\frac{7}{6}x+10 ،$$

فيكون

$$x=102 ، \quad و \quad y=21 .$$

"باب السلم في المَرَض"

١٩٠) ص. ٢٨٣، س. ٥:

"تُرد الكر وقيمته عشرة دراهم": المقصود هنا ردها إلى الورثة.

١٩١) ص. ٢٨٣، س. ١٠:

يسدِّد A المريض لـِ B ٣٠ درهماً من أجل كَيْلٍ من الغذاء يساوي ١٠ دراهم. يموت A. كَم على B أن يعيد إلى الورثة؟ أو، بشكلٍ آخر، كم كان على A أن يترك لـِ B؟

إذا أعطى B الكيْل، يبقى ٢٠ درهماً؛ إذا أرجعها للورثة، فله على هؤلاء وصيّة قيمتها x، بحيث يكون $10+20-x=2x$ فتكون $x=10$. في الحقيقة، يكون B قد أرجع $20-x=10$.

١٩٢) ص. ٢٨٤، س. ١٠:

يسدِّد A لـِ B ٢٠ درهماً من أجل كَيْلٍ من الغذاء يساوي ٥٠ درهماً. رجع عن قوله خلال مرضه ومات. على B أن يعيد إلى الورثة $\frac{4}{9}$ الكَيْل و $\frac{5}{9}$ من الـ ٢٠ وهي السُلفة المدفوعة، وهذا يجب أن يُشكّل ثُلثَي الـ ٥٠.

إذا جُعلت الوصيّة x على الـــ ٢٠ درهمــاً المُســلَّفة لـــ A، يجــب أن تُقتطع الكميّة $\left(2x+\frac{x}{2}\right)$ من المبلغ وأن تُسَدَّد للورثة. يعود للورثة:

$$20-x+\left(2x+\frac{x}{2}\right)=20+\frac{3x}{2}$$ ،

ونصف ذلك يساوي ثلث المبلغ:

$$10+\frac{3}{4}x=\frac{1}{3}\times 50 \quad \text{و} \quad x=8+\frac{8}{9}$$.

فيكون $\frac{4}{9}=\frac{x}{20}$، ويكون، بالتالي:

$$20-x=20\times\frac{5}{9}=11+\frac{1}{9} \quad \text{و} \quad 2x+\frac{x}{2}=50+\frac{4}{9}=22+\frac{2}{9}$$.

والكميّة المردودة للورثة هي $33+\frac{1}{3}$، وهي ثلثا الـــ ٥٠ درهماً. فيكون إذاً B قد دفع أكثر بكثير من السُلفة التي تلقّاها.

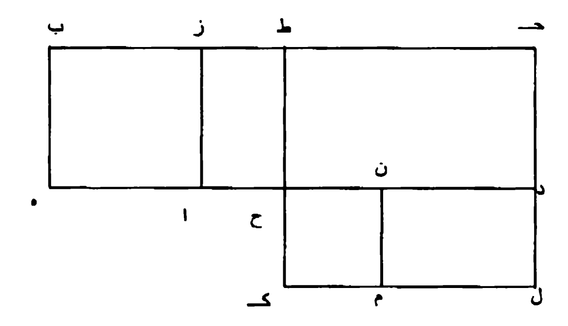
ملحوظات إضافيّة

[١: ص. ١٧٦، س. ١٣ - ص. ١٧٧، س. ٨].

النص يختلف في الترجمة اللاتينيّة عنه في المخطوطات العربيّة الأخرى. هـذه هـي ترجمة النص اللاتيني لجيرار دو كريمون حسب تحقيـق ب. هـوغز (B. Hughes)، ص. ٢٣٩، س. ٦٦-٨٠:

"ولنعمل بعد ذلك سطحاً مربعاً متساوي الأضلاع والزوايا على ح كـ، وليكن سطح م ح. وقد بينا من قبل أن ح ط مساوٍ لـ ه ب. ولكن ه ب مساوٍ لـ ا ه، فـ ح ط مساوٍ لـ ا ه. ولكن ط كـ كان مساويا لـ ح ه، فـ ح ا الباقي مساوٍ لـ ح كـ الباقي. ولكن ح كـ مساوٍ لـ م ن، فـ م ل مساوٍ لـ ح ا. وكان ط كـ مساوياً لـ كـ ل، و ح كـ مساوٍ لـ م كـ، فـ م ل الباقي مساوٍ لـ ح ط الباقي، فسطح ل ن مساوٍ لسطح ط ا. ولقد بينا من قبل أن سطح ل ط هو خمسة وعشرون، ولهذا فمن البين أن سطح جـ ح الذي زاد عليه سطح ل ن مساوٍ لسطح جـ ا، الذي هو واحد وعشرون.

فلما نقصنا من سطح ل ط سطح جـ ح وسطح ن ل، اللذين هما واحد وعشرون، بقي لنا سطح صغير، وهو سطح ن كـ، وهو فضل ما بين واحد وعشرين وخمسة وعشرين، وهو أربعة، وجذرها ح كـ، وهو مساوٍ لـ ح ا، وهو اثنان. ولكن ح ه هو نصف الأجذار، وهو خمسة. وقد نقصنا منه ح ا، وهو اثنان، فبقي ثلاثة وهو خط ا ه الذي هو جذر المال، والمال تسعة؛ وذلك ما أردنا أن نبين".



وفيما يلي النصّ اللاتيني

"Post hoc faciamus super *hk* superficiem quadratam equalium laterum et angulorum, que sit superficies *mh*. Et iam scivimus quod *ht* est equalis *eb*. Sed eb est equalis *ae*. Ergo *ht* est equalis *ae*. Sed *tk* iam fuit equalis *he*. Ergo *ha* reliqua est equalis relique *hk*. Sed *hk* est equalis *mn*. Ergo *mn* est equalis *ha*. Sed *tk* iam fuit equalis *kl*, et *hk* est equalis *mk*. Ergo *ml* reliqua est equalis *ht* relique. Ergo superficies *ln* est equalis superficiei *ta*. Iam autem novimus quod superficies *lt* est viginti quinque. Nobis itaque patet quod superficies *gh* addita sibi superficiei *ln* est equalis superficiei *ga* que est viginti unum. Postquam ergo minuerimus ex superficiei *lt* superficiem *gh* et superficiem *nl*, que sunt viginti unum, remanebit nobis superficies parva que est superficies *nk*. Et ipsa est superfluum quod est inter viginti unum et viginti quinque. Et ipsa est quattuor cuius radix est *hk*. Sed ipsa est equalis *ha* et illud est duo. Sed *he* est medietas radicum, que est quinque. Cum ergo minuerimus ex ea *ha* que est duo, remanebit tres qui est linea *ae* que est radix census. Et census est novem. Et illud est quod demonstrare voluimus".

[٢: ص. ١٩٦، س. ٧].

كتب ناسخ المخطوطة [ا] في الهامش من نسخة أخرى: "قياسه أن تعلم أنـك إذا ضربت ثلث شيء في ربع شيء صار نصف سدس مال يعدل". وهذه العبارة هي التي يبدأ بها كل من مخطوطتي [ب، ع]. وهي العبارة التي يبدأ بها أيضاً [ل]، يقول:

Cuius regula est quoniam tu nosti quod cum tu multiplicas tertiam rei in quartam rei, provenit medietas sextet census que est equalis ... (تحقيق هوغز، éd. Hughes, p. 249, 83-85).

وفي [ح] نجد: "قياسه: أنك إذا ضربت ثلث شيء في ربع شيء صار نصف سدس مـال يعدل ..." وهي نفس العبارة. ولكن ينقصها فقط "أن تعلم".

[٣: ص. ٢٠٩، س. ١٥-١٦].

فأكمِل مالَك، وهو أن تضرب الأربعة الأتساع في اثنين وربع، فيكون مالاً:

Cum ergo vis ut multiplices quattuor nonas donec reintegres censum tuum, multiplica igitur omne quattuor in duo et quartam, et multiplica novem in duo et quartam (تحقيق هوغز éd. Hughes, p. 254, 142-144).

وهو قريب من [ب، ع].

[٤: ص. ٢١٢، س. ١ – ٣].

نجد في المخطوطة [كـ] بدلاً من "فتكون الأجزاء الخمسة خمسة وعشرين جزءاً، وتضرب الاثني عشر في مثلها فتكون مائة وأربعة وأربعين. فذلك خمسة وعشرون من مائة وأربعة وأربعين من مال":

Erunt ergo quinque partes in se multiplicate, viginti quinque partes centessime quadragesime quarte census (تحقيق هوغز éd. Hughes, p. 259, 81-82).

[٥: ص. ٢٨٢، س. ٧ – ١٨].

يتبع الخوارزمي هنا كعادته مذهب أبي حنيفة. يقول الخزاعي: "وعلى مـذهب أبي يوسف وزفر يكون الشيء مائة وعشرين درهماً وذلك وصية الواهب للموهـوب لـه، ووصية الموهوب له للواهب نصف ذلك إلا ثلاثين درهماً وذلك ثلاثون درهمـاً، وعلـى مذهب محمد <الشيباني> الشيء مائة وستة وعشرون درهماً واثنا عشر جزءاً من ثلاثـة عشر من درهم، وذلك وصية الواهب للموهوب له، ووصية الموهوب له للواهب ثلث ما بقي بعد رفع العقر الذي لزمه" (٩٤-و).

[٦: ص. ٢٣٧، س. ١٦].

ليكن C المال. تبلغ قيمة الوصيّة $\frac{1}{9}C$، فيبقى $\frac{8}{9}C$ لتوزّع بين الوَرَثة. ومنها تأخذ الزوجة الـ $\frac{1}{4}$ والأم الـ $\frac{1}{6}$، فتأخذ الاثنتان الـ $\frac{5}{12}$؛ فيبقى الـ $\frac{7}{12}$ لتوزّع بين الأخ، الذي يجب أن يأخذ نصفها، أي $\frac{7}{24}$، والأختين، فتأخذ كلٌّ منهما الـ $\frac{7}{48}$. تُوافق الـ $\frac{8}{9}C$ إذاً ٤٨ حصّة، ومنها المعادلة $\frac{8}{9}C = 48x$، فيكون $C = 54x$ (بـدل أن يـضرب الخوارزمي كلّ طرفٍ بـ $\frac{9}{8}$ يضيف لكلّ طَرَفٍ ثمنَه). إذا اعتبرنا x وسـيطاً، تكـون الوصيّة $6x$، وتكون الحِصص على التوالي: $12x$ للزوجة، $8x$ للأم، $14x$ للأخ وَ $7x$ لكـلّ واحدةٍ من الأختين. إذا اعتبرنا C وسيطاً، تكون الوصيّة $\frac{C}{9}$، وتكون الحـصص علـى التوالي: $\frac{2}{9}C$، $\frac{4}{27}C$، $\frac{7}{27}C$ وَ $\frac{7}{54}C$.

[٧: ص. ٢٦٠، س. ١٠].

في هذه المسألة، يُقَسَّم الإرث بين ثلاثة أبناء، وابنتين وأربع وصايا.

أ) ليكن C المال، و x حصّـــة الابنة وَ$2x$ حصّة الابن. يأخذ الخوارزمي أوّلاً الدرهم d كوحدة أو كوسيط ويضع $C = 24d$. فتكون الوصِيّة الأولى $x + d$ والوصِـيّة الثانيــة $\frac{1}{5}(6d - x - d) + d = 2d - \frac{x}{5}$. ويكون الثلث $8d$؛ فيبقى إذاً من الثلــث $5d - \frac{4}{5}x$، والوصِيّة الثالثة هي $\frac{1}{4}\left(5d - \frac{4}{5}x\right) + d = \frac{9}{4}d - \frac{1}{5}x$. ويبقى إذاً من الثلث $\frac{11}{4}d - \frac{3}{5}x$.

وتكون الوصِيّة الرابعة $3d$، ولدينا

$$\left(\frac{11}{4}d - \frac{3}{5}x\right) - 3d = -\left(\frac{1}{4}d + \frac{3}{5}x\right)؛$$

والذي ينقص (أي $\left(\frac{11}{4}d - \frac{3}{5}x\right) = 3d - \left(\frac{1}{4}d + \frac{3}{5}x\right)$) سوف يؤخذ من الثلثين، أي على $16d$؛ عندئذٍ، تُكتَب المعادلة على النحو التالي

$$16d - \left(\frac{1}{4}d + \frac{3}{5}x\right) = 8x،$$

أي

$$15d + \frac{3}{4}d = 8x + \frac{3}{5}x،$$

فيكون

$$\frac{63}{4}d = \frac{43}{5}x \text{ وَ } x = \frac{315}{172}d = d + \frac{143}{172}d \text{، (حيث } d = \frac{1}{24}C).$$

ب) مع المعطيــات عينــها، تكــون الوصِـيّة الأولى $x + d$؛ والوصِـيّة الثانيــة $\frac{1}{5}\left(\frac{1}{4}C - x - d\right) + d$؛ ويكون المجموع $\frac{1}{20}C + \frac{4}{5}x + \frac{9}{5}d$. يبقى من الثلث:

$$\frac{1}{3}C - \frac{1}{20}C - \frac{4}{5}x - \frac{9}{5}d = \frac{17}{60}C - \frac{4}{5}x - \frac{9}{5}d.$$

بعد الوصِيّة الثالثة، يبقى من الثلث:

$$\frac{3}{4}\left(\frac{17}{60}C - \frac{4}{5}x - \frac{9}{5}d\right) - d = \frac{17}{80}C - \frac{3}{5}x - \frac{27}{20}d - d.$$

والوصيّة الرابعة هي $\frac{C}{8}$، فتكون معادلة المسألة:

$$\frac{2}{3}C - \frac{C}{8} + \frac{17}{80}C - \frac{3}{5}x - \frac{27}{20}d - d = 8x.$$

أي

$$\frac{181}{240}C = \frac{47}{20}d + \frac{43}{5}x \qquad (١)$$

ونستنتج منها $C = \frac{564}{181}d + \frac{2064}{181}x$. فإذا كان $x = 181t$ وَ $d = 181t$، يكون $C = 2628t$. وهكذا، إذا كان $t = 2$، يكون $x = 362$، $d = 362$ وَ $C = 5256$، وهي قيَمٌ أعطاها الخوارزمي. في هذه الحالة، يكون لدينا: الوصيّة الأولى $x + d = 724$؛ والوصيّة الثانية $\frac{1}{5}\left(\frac{1}{4}C - 724\right) + d = 480$. فيكون مجموع هاتين الوصيّتين 1204؛ الوصيّة الثالثة هي $\frac{1}{4}\left(\frac{1}{3}C - 1204\right) + d = 499$؛ والرابعة هي $\frac{1}{8}C = 657$؛ ومجموع الوصايا يكون 2360. نتحقّق من أنّ $C - S = 8x$؛ أي $8 \times 362 = 2896$.

ملاحظة: إذا اعتبرنا d وحدةً أو وسيطاً، تكون المعادلة (١) معادلة من الدرجة الأولى بمجهولين؛ أي أنّها غير محدّدة ويكون أحد المجهولين تابعاً للمجهول الآخر؛ على سبيل المثال

$$(٢) \quad C = \frac{2064x + 564d}{181} \quad \text{أو} \quad (٣) \quad x = \frac{181C - 564d}{2064}.$$

انطلاقاً من (٣)، إذا وضعنا $C = 24d$، نجد $x = \frac{315}{172}d$، وهي نتيجة أ). انطلاقاً من (٢)، يعطي الخوارزمي قيمة عدديّة لـِ x وَ لـِ d، ممّا يتيح حساب C والوصايا.

[٨: ص. ٢٦٨، س. ٣].

نقتطع من مال العبد، ثُلثَي ثَمَنه وما يجب أن يؤدّيه العبد الآخر لسيّده ليعتقه؛ ليكن s مجموع المبلغين وَ r الباقي. توجدُ حالتان:

الحالة الأولى: إذا مات العبد قبل السيّد، يعود للسيّد $\frac{r}{2}$ وعند وفاة هذا الأخير يجب أن نقسّم $s+\frac{r}{2}$ بين ابن السيّد وابنته: $\frac{2}{3}\left(s+\frac{r}{2}\right)$ للابن وَ $\frac{1}{3}\left(s+\frac{r}{2}\right)$ للابنة. فيبقى إذاً $\frac{r}{2}$ لابنة العبد.

الحالة الثانية: إذا مات العبد بعد السيّد، نقسّم s بين ابن السيّد وابنته: $\frac{2}{3}s$ للابن وَ $\frac{1}{3}s$ للابنة. يبقى أن نقسّم الباقي r بين ابنة العبد وابن السيّد، $\frac{r}{2}$ لكلٍّ منهما.

[٩: ص. ٢٦٨، س. ١٠].

إذا أعتق رجلٌ عبداً ثمنه p، دون أن يملك شيئاً آخر، فعلى العبد أن يسدّد $\frac{2}{3}p$.
إذا سبق للسيّد أن حصل على هذا المبلغ قبل وفاته، فعلى العبد حينئذٍ أن يدفع ثلث الباقي (أي $\frac{1}{9}p$) لورثته. إذا سبق للعبد أن دفع p، فلا يتوجّب عليه شيء.

[١٠: ص. ٢٦٨، س. ١٧].

في هذه المسألة وفي المسائل اللاحقة، يُفتَرَض أن تبلغ الوصِيّة (أو الوصايا) ثلث ما يملك السيّد؛ فيبلغ ما بقي للورثة ضعف ما بلغته الوصِيّة (او الوصايا).

[١١: ص. ٢٦٨، س. ٢٠].

في هذه المسألة، كما في كلّ المسائل التي تحتوي على وصِيّة (أو وصايا)، يجب ألاّ تتجاوز هذه الوصِيّة (أو مجموع هذه الوصايا)، حسب القانون، ثلث قيمة الإرث.
ومعادلة هذه المسألة تُكتب على النحو التالي: $2x=\frac{x}{2}+(300-x)$، من هنا $x=120$.
فالوصِيّة إذاً هي 120 والثمن المدفوع من قِبَل العبد هو 180.

[١٢: ص. ٢٦٩، س. ١٦].

ليكن ثمن العبد 300 درهماً، ولتكن الوصيّة x، فكلفة عَتْق العبد $300-x$. لكن العبد يملك 400 درهماً وعليه دينٌ قيمته 10 دراهم. فيكون إرثه $400-(300-x)-10=90+x$. أوصى منه بالثلث، فيبقى $60+\frac{2}{3}x$ ليُقسّم إلى ثلاثة أجزاء متساوية بين السيّد وابنَيْ العبد. ومعادلة المسألة هي:

$$(300-x)+\left(20+\frac{2}{9}x\right)-20=300-\frac{7}{9}x \text{، أي } 300-\frac{7}{9}x=2x$$

فيكون $x=108$.

[١٣: ص. ٢٧٠، س. ٥].

ليكن ثمن العبد 300 درهماً. لا يملك السيّد سوى عبدَين. تقاضى السيّد سلفاً 200 درهماً كدفعةٍ على الحساب لإعتاق عبد. لحظة وفاة السيّد، بلغت قيمة ما يملك $400=100+300$ درهماً (ثمن العبد الآخر والـ ١٠٠ درهماً المتوجّبة على الأوّل). على ثلث هذا المبلغ (الوصِيّة) أن يتوزّع بين العبدَين؛ يعود لكلٍّ واحدٍ منهما $66+\frac{2}{3}$. فلم يعد متوجّباً على العبد الأوّل سوى $100-\left(66+\frac{2}{3}\right)=33+\frac{1}{3}$ وعلى الثاني سوى $300-\left(66+\frac{2}{3}\right)=233+\frac{1}{6}$.

[١٤: ص. ٢٧١، س. ٣].

ليكن ثمن عبدٍ من العبدين 300 درهماً وثمن العبد الثاني 500 درهماً؛ الوصيّتان متناسبتان: x وَ $\frac{5}{3}x$؛ ويبلغ ثمنا الإعتاق $300-x$ وَ $500-\frac{5}{3}x$ على التوالي. يموت العبد

الأوّل ويترك مبلغاً من 400 درهماً. من هذا المبلغ، نقتطع ثمن العتــق؛ يبقــى $x+100$، ليتوزّع مناصفةً بين ابنته وورثة السيّد. معادلة المسألة هي:

$$(300-x)+\left(500-\frac{5}{3}x\right)+\left(50+\frac{1}{2}x\right)=2\left(x+\frac{5}{3}x\right)،$$

من هنا يكون

$$x=\frac{1700}{15}=113+\frac{1}{3}،$$

وهي الوصِيّة الأولى. والوصِيّة الثانية تكون $500-\frac{5}{3}x=188+\frac{2}{3}$. كان على العبد الأوّل أن يدفع $300-x=186+\frac{2}{3}$ والثاني $311+\frac{1}{9}$.

[١٥: ص. ٢٧٦، س. ١٣].

يملك العبد مبلغاً قيمته 500 درهماً، وثمن عَتْقه يبلــغ $300-x$؛ يبقــى عنــده $x+200$. أوصى بثلث هذا المبلغ، أي $\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}+66$. فيرث كلٌّ من الابنــة وَ الســيّد الثلث بالتساوي. تملك الابنة إذاً $\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}+366$؛ أوصت بالثلــث، أي $\frac{1}{9}x+\frac{2}{9}+122$ فيبقى $\frac{2}{9}x+\frac{4}{9}+244$. ترث الأم ثلث هذا المبلغ، أي $\frac{2}{27}x+\frac{1}{27}+\frac{4}{9}+81$، ويرث السيّد الثلثين، أي $\frac{4}{27}x+\frac{2}{27}+\frac{8}{9}+162$. ويعود مجموع المبالغ المحصّلة من قِبَل السيّد إلى ورثته:

$$(300-x)+\left(66+\frac{2}{3}+\frac{1}{3}x\right)+162+\frac{8}{9}+\frac{2}{27}+\frac{4}{27}x.$$

يبلغ هذا المجموع ضعف الوصِيّة للعبد. فتكون معادلة المسألة كما يلي:

$$529+\frac{17}{27}-\frac{14}{27}x=2x،$$

أي

$$x = 264 + \frac{22}{27} - \frac{7}{27}x ،$$

فيكون $x = 210 + \frac{5}{17}$.

[١٦: ص. ٢٧٧، س. ٧].

يبلغ ثمن الجارية 500 درهماً، فيكون ثمن عتْقها $500 - x$؛ تدلُّ x، كما هي الحال دائماً، على الوصيّة. يبلغ ثمن العبد 100 درهماً؛ وسبق له أن أُعتِق. يُعتبَر ثمنه وصيّة؛ فيبلغ مجموع ما أوصِيَ به $100 + x$. خُفِّض عقر الجارية إلى $100 - \frac{1}{5}x$.

وبما أنّ مجموع ما أوصِيَ به، $(100 + x)$، ثلث ما يملك السيّد، فإنّ ما بقي للورثة يبلغ ضعف هذا المجموع. فتكون معادلة المسألة كما يلي:

$$(500 - x) + \left(100 - \frac{x}{5}\right) = 2(100 + x) ،$$

ويكون $x = 125$.

<u>ملاحظة</u>: في هذه المسألة، كما في المسائل الخمس اللاحقة، وحده التخفيض x اللاحق بثمن العبد يُعتبَر وصيّة لتكوين المعادلة: لا يُعتبَر تخفيض العقر وصيّة. لكنّ هذا لا ينطبق على المسائل التي تلي هذه المجموعة.

[١٧: ص. ٢٨٠، س. ١٢].

لقد ساكنت الجارية الواهب والموهوب له؛ يدفع هذا الأخير $300 - x$ مقابل الجارية وَ $100 - \frac{x}{3}$ مقابل العقر، لكن الواهب يعطيه $\frac{x}{3}$، حيث x هي الوصيّة. تُكتَب معادلة المسألة كما يلي:

$$(300-x)+\left(100-\frac{x}{3}\right)-\frac{x}{3}=2x$$ ،

فيكون $x=109+\frac{1}{11}$. ويكون $300-x=109+\frac{10}{11}$.

ملاحظة: ينسب الخوارزمي هنا صراحةً إلى الفقيه الشهير أبي حنيفة -مؤسّس الفقه الشرعي الإسلامي- حساباً جبريّاً. وكذلك يأتي على ذكر حلٍّ أعطاه قانونيٌّ آخر لم يذكر اسمه. وهذه شهادة ترتدي أهمّية خاصّة.

[١٨: ص. ٢٨٠، س. ٢٣].

لقد ساكَن الواهب الجارية، فعلى الموهوب له أن يعيد $300-x-\frac{x}{3}$؛ فتكون الوصيّة إذاً $x+\frac{x}{3}$. فيبقى بين يدي الورثة $300-2x-\frac{2x}{3}$، وهذا يجب أن يساوي ضعف مجموع الوصايا. فتُكتَب معادلة المسألة كما يلي:

$$300-2x-\frac{2}{3}x=2\left(2x+\frac{2x}{3}\right)$$ ،

ويكون $x=37+\frac{1}{2}$.

مُعجم مفردات الكتاب

نُقدّم في ما يلي لائحة بالكلمات والتعابير التي استخدمها الخوارزمي في كتابه وما يقابلها في الترجمة الفرنسيّة للنص والموجودة في الصيغة الفرنسيّة لكتابنا:

Al-Khwārizmī, Le Commencement de l'algèbre - Texte établi, traduit et commenté par R. Rashed; Blanchard, Paris 2007,

وهي الصيغة الأصليّة التي وُضِع فيها والتي نُقِل منها إلى العربيّة في كتابنا هذا.

toujours	**أبد** أبدا: ١٨٣، ٢٠١، ٢١٧، ...
achever; parvenir	**أتى** أتى: ١٧٢، ١٧٩
unités	**أحد** آحاد: ١٨٠
prendre; (on prend)	**أخذ** أخذ (الجذر): ١٦٩، ١٧٠ مأخوذ: ٢٠١
belles lettres hommes de lettres	**أدب** أدب: ١٦٦ أهل الأدب : ١٦٦
mener; rembourser; rendre	**أدى** أدّى: ١٧٤، ١٨٤، ٢٦٨، ٢٦٩، ٢٧٠
composer	**ألف** ألّف: ١٦٦
moins	**إلا**
premier; début	**أول** أوّل م أولى: ١٧٢، ١٧٣، ١٧٤، ... ٢٠٥
nécessairement; devoir	**بد** لا بد: ١٧٩، ١٨٠، ١٩١، ...
Commencer	**بدأ** بدأ: ٢٧٦

ترك	
ترك: ٢٣٥، ٢٣٦، ٢٣٧ ...	laisser
تركة: ٢٧١، ٢٧٣، ٢٧٥	succession
تسع	
تُسع ج أتساع: ١٨٦، ١٩٢ ...	neuvième
تم	
تمّ (تمام): ١٦٧، ١٧٣، ١٧٤، ١٧٥ ...	achever; compléter; rendre entier
تمام: ٢٢٩	complément
تامّ: ١٦٨، ١٧٠، ٢٥١، ٢٠٦	complet; entier
ثلث	
ثلث ج أثلاث: ١٦٧، ١٨٢ ...	tiers
ثلاثة أمثال (انظر أمثال)	trois fois; triple
ثالث: ٢٢٤، ٢٣٠	troisième
ثلّث: ١٦٧	tripler
مثلث، مثلثة ج ات: ٢٢٠، ٢٢١ ...	triangle
– حادة: ٢٢٦، ٢٢٧، ٢٢٨، ٢٣١	- aigu
– متساوي الأضلاع: ٢٢٠، ٢٢٨	- équilatéral
– منفرجة: ٢٢٦، ٢٢٧	- obtus
– قائم (قائمة) الزاوية: ٢٢٢، ٢٢٦، ٢٢٧	- rectangle
مثلث، مثلثة: ٢٢٢، ٢٣٣	triangulaire
قطعة أرض مثلثة: ٢٣٣	terrain triangulaire
ثمن	
ثمَن: ٢١٧، ٢١٨، ٢١٩	prix
مثمَّن: ٢١٧، ٢١٨، ٢١٩	quantité évaluée
ثنى	
ثانٍ: ١٩٢، ٢١٨، ٢٢٤	deuxième
ثنّى: ١٦٧	doubler
استثنى: ١٨١، ٢٣٦، ٢٤٥ ...	diminuer; soustraire; retrancher; enlever
استثناء: ٢٦٣، ٢٦٤	ce qui est à soustraire
مستثنى: ١٨٠، ١٩٠، ٢٥١	diminué ; retranché ; ce qui est soustrait
جاء	
جاء: ١٧١	se présenter

جبر	
جَبَرَ: ١٩٠، ١٩١، ١٩٣ ...	restaurer
الجَبْر و المقابلة: ١٦٦، ١٦٧، ١٩١	al-jabr et al-muqābala
جذر	
جِذْر ج جذور، أجذار: ١٦٧، ١٦٨ ...	racine
جزأ	
جُزْء ج أجزاء: ١٨٢، ١٩٢ ...	partie
جسم	
مجسَّم مربع: ٢٢٢	solide carré
جعل	
جعَلَ: ١٧٥، ١٧٧، ١٧٨ ...	poser; faire
جل	
جليل: ١٦٦	noble
جمع	
جَمَعَ: ١٦٩، ١٨٠، ...، ١٧٧	additionner, réunir
جَمْع: ١٨٤	addition
مجموع: ١٨٤، ١٨٧، ١٨٩، ٢٢٢، ٢٢٣	additionné; somme
جميع: ١٦٦، ١٦٧، ...، ١٧١، ٢١٤	tout; tout entier; somme
جميعا: ١٧١، ١٧٥	à la fois, réuni
اجتمع: ١٦٧، ١٧١، ٢١٤	obtenir
ما اجتمع: ٢٠١، ٢٠٣، ١٧٦، ١٨٤ ...	résultat ; somme ; produit
جنب	
على جنبتي... : ١٧٤، ١٧٥، ٢٣٣	de part et d'autre
جانب ج جوانب: ٢٢٠، ٢٢٤، ٢٢٥ ...	côté
أجنبي: ٢٣٤	étranger
جنس	
جِنْس ج أجناس: ١٦٩، ٢٢٤، ...	genre
جهل	
مجهول: ١٧٣، ١٧٥، ١٧٧، ٢١٧، ٢١٨	inconnu
جور	
تجارات: ١٦٦	arbitrages
جوز	
جاز: ٢٣٩، ٢٦٥، ٢٠٣	accepter; pouvoir; être permis

جائز: ٢٣٨، ٢٤٠	imposé
جاوز: ١٦٧	surpasser
أجاز: ١٦٦، ٢٣٨، ٢٣٩، ٢٤٠، ٢٤١ ...	consentir; accepter
جوف	
في جوف: ٢٣٠، ٢٣٣	à l'intérieur
حب	
أحبّ: ٢٢٧، ٢٣١	désirer
حبا	
حابى: ٢٨٣	favoriser
محاباة: ٢٨٣	faveur
حد	
حادّ (انظر مثلث):	aigu
مُحدَّد: ٢٣٢	déterminé
حدث	
حَدَثَ: ١٧٣، ١٧٦، ١٧٨، ٢٢٣	engendrer
حس	
صورة لا تُحسّ: ١٨٩	figure non sensible
حصص	
حصّة: ٢٣٨، ٢٣٩، ٢٤٠، ٢٤١، ٢٧٤	part; lot
حسب	
حَسَبَ: ٢٢٦، ٢٢٧	calculer
حساب: ١٦٦، ١٦٧، ١٧٩، ١٩١ ...	calcul
احتسابًا للأجر: ١٦٥	en prévision d'une récompense
حسن	
أحسن: ٢٥٨	mieux
حصر	
حاصر: ١٦٥	qui enferme
حصل	
حصل (في يد): ٢١٢، ٢٧٦، ٢٨٢	obtenir; venir aux mains
حط	
حطّ: ٢٧٦	ramener
حظ	
حظّ: ٢٦٧، ٢٦٨	lot

حفظ	
حفظ: ٢٢٢، ٢٣٣	retenir
حكم	
حُكمٌ: ٢٣٨	jugement
حكمة: ١٦٥	sagesse
أحكام: ١٦٦	arbitrages
حوج	
لزم...من الحاجة إلى: ١٦٥	avoir nécessairement besoin
احتاج إلى: ١٦٧، ١٧١، ١٧٢ ... ٢٣٧	avoir besoin, être nécessaire
حوز	
حاز: ٢٨١، ٢٨٣	obtenir
حوط	
أحاط: ٢٢١، ٢٣١	entourer
ما يحيط به: ٢٢١	qui entoure
محيط: ٢٢٧	périmètre
حول	
على كل حال: ٢٣٨، ٢٤٠	dans tous les cas
على حالها: ٢٤٥، ٢٤٩، ٢٥٠، ...	selon le même état
لا محالة: ١٧١، ١٩٣	nécessairement
الذي حوله: ١٧٣	qui l'entoure
استحال: ١٧٢	être impossible
خبر	
أخبر: ١٧٢	affirmer
مخبر: ١٨٠	qui enseigne
خرج	
خرج، أخرج: ١٧١، ١٧٦ ... ١٧٩، ١٩١	amener; mener; prolonger
- مخرج: ١٦٧	tenir lieu
خارج: ٢٣١	en dehors
بعد إخراج: ٢٤١	après avoir soustrait
استخرج: ١٨٧، ٢٣٥، ٢٣٧، ٢٣٨	déterminer ; enlever
مستخرج: ٢٣٥	enlevé
خرط	
مخروط: ٢٢٢، ٢٣٢	pyramide; cône
انخرط: ٢٣٢	devenir une pyramide

ذرع	
ذِراع ج أذرُع: ١٧٤، ٢٢٠، ٢٢٤ ...	coudée
ذكر	
ذَكَرَ: ١٦٩، ١٧١ ...	considérer; mentionner
ذَكَرٌ: ٢٦٧، ٢٦٨	fils
ذهب	
ذهب: ١٨٣، ١٩٠	annuler
رأس	
رأس: ٢٣٢	sommet
رأس المال: ٢٨٣، ٢٨٤	capital
رأى	
أرى: ١٨٦	faire voir
ربع	
رُبع ج أرباع: ١٧٠، ١٧٢، ١٧٣ ...	quart
أربعة أمثال (انظر أمثال)	quadruple; quatre fois
رابع: ١٩٤، ٢٢٤	quatrième
تربيع السطح: ١٧٣	carrer la surface
على غير تربيع: ٢٢٢	qui n'est pas carré
مربَع ج ات: ١٧٣، ٢٢٢	carré
مربعة: ١٧٣، ١٧٤، ١٧٥ ...	carré
أرض مربعة: ٢٠٦، ٢٢٤، ٢٣٣	terrain carré ; terrain rectangulaire
نصف مربعة: ٢٢٧	demi-rectangle
مربعات: ٢٢٤، ٢٢٦	quadrilatères
- مستوية الأضلاع قائمة الزوايا: ٢٢٤	de côtés égaux et d'angles droits
- قائمة الزوايا مختلفة الأضلاع: ٢٢٤	d'angles droits et de côtés inégaux
تربّع: ١٧٦	devenir carré
ربما: ٢١٨	peut-être
رجع	
رجع: ٢٥١، ٢٥٣، ٢٥٨، ٢٥٩ ...	rendre; revenir
رد	
ردّ إلى: ١٦٨،١٦٩، ١٧٢ ...	ramener
مردود: ٢٤٧	que l'on ramène
تردّد: ١٦٧	répéter
رفع	
رفع: ٢٣٢، ٢٤٧، ٢٥٠ ...	enlever

Arabe	Français
سطح	
سطح ج سطوح: ١٧٣، ١٧٤ ...	surface
- مربع: ١٧٥، ١٧٦ ...	- carrée
- متوازي الأضلاع: ١٧٥	- rectangle
- متساوي الأضلاع: ١٧٣، ٢٢٠	- surface de côtés égaux
- متساوي الأضلاع و الزوايا: ١٧٦، ١٧٧، ١٧٨، ٢٢٠، ٢٢٣	- dont les côtés et les angles sont égaux
- قائم الزوايا: ٢٢٠	- surface à angles droits
سعر	
سِعْر: ٢٠٣، ٢١٧، ٢١٨	prix; taux
مسَعَّر: ٢١٧، ٢١٨، ٢١٩	quantité d'évaluation
سعى	
ما سعى: ٢٦٨، ٢٦٩، ٢٧١	rembourser
سعاية: ٢٦٩، ٢٧٠، ٢٧١ ...	ce qui reste du prix de l'affranchissement
سفل	
أسفل: ٢٢٢، ٢٣٢	base; base inférieure
سقط	
مسقط الحجر: ٢٢٨، ٢٢٩، ٢٣٠، ٢٣١	pied (de la perpendiculaire)
أسقط: ٢٨٢	négliger
سلم	
سلم: ٢٨٣	avance <du prix>
أسلم: ٢٨٣	délivrer
سمي	
سمّى: ٢٢٤، ٢٣٠، ٢٥٨	appeler; nommer
سهم	
سَهْم ج سهام، أسهم: ٢٢١، ٢٢٢، ٢٣٧، ٢٣٨، ٢٣٩	flèche; part
سوي	
سَواء: ١٧٢، ١٨٤، ٢٢١، ٢٢٨	le fait d'être égal; exactement
ساوى: ٢٨٣	valoir
متساوٍ: ١٧٣، ٢٢٣، ٢٢٤، ٢٢٩، ٢٣٣	égal
مستوٍ: ٢٢٤، ٢٢٨	égal ; droit
استوى: ٢٠٤، ٢٢٨، ٢٢٤	être égal ; s'égaliser
على الاستواء: ٢٢٢	selon la rectitude

صور	
صورة ج صور: ١٧٢، ١٧٣، ١٨٤ ...	figure; forme
تصوّر: ١٨٩	représenter
صيّر: ١٧٢، ١٧٣، ١٧٤	faire; façonner
ضر	
اضطرار: ١٧٢، ١٨٩، ٢٢١	nécessité
ضرب	
ضَرَبَ في: ١٧٣، ١٨٠، ١٨١ ...	multiplier; emporter; imposer
ضرب...في مثله، في نفسه: ١٦٩، ١٧٠ ...	multiplier par lui-même
ضَرْب ج ضروب: ١٧٤، ١٧٨، ١٨٠ ...	produit; multiplication;
ضَرْب ج ضروب: ١٦٧، ١٦٩، ١٧١	mode
مضروب: ١٦٧، ١٧٦، ...	multiplié
ضعف	
ضِعف ج أضعاف: ١٨٥، ٢٤٩، ٢٥٠، ٢٦٤	double
أضعاف: ١٨٤	multiples
ضعّف: ١٧٠	doubler
ضعّف...ثلاث مرات: ١٨٥	tripler
أضعف (أضعاف): ١٨٤، ١٨٥، ...، ١٨٥	doubler; augmenter
في عمل الأضعاف: ١٨٦	lors de l'opération de multiple
ضاعف: ١٨٠،	additionner (doubler)
مضاعفاً ثلاث مرات: ١٨٥	triple
ضلع	
ضلع ج أضلاع (انظر أيضاً زاوية؛ سطح): ١٧٣، ١٧٤، ١٧٥ ...	côté
ضم	
ضمّ: ١٧٥، ٢٧٥	joindre
ضيف	
أضاف: ٢٧٤	ajouter
مضاف: ٢٧٠، ٢٧٦	ajouté
طرح	
طرَح: ١٨٣، ١٨٧، ٢٤٣، ٢٤٦، ٢٤٨ ...	éliminer; enlever; soustraire; retrancher; ôter
طرف	
طرَف: ١٧٣	extrémité

طرق	
طريق: ١٨٥	voie
طلب	
طلبَ: ٢١٣	chercher
طلبٌ: ١٨٤	le fait de chercher
طال	
طول: ١٧٣، ١٧٤، ١٧٥ ...	longueur
أطول: ٢٢٢، ٢٢٧، ٢٣٠	plus long
ظاهر	
ظاهر(عدد): ٢١٧، ٢١٨، ٢١٩	évident
عتق	
عتق: ٢٦٧	affranchissement
أعتق: ٢٦٧، ٢٦٨، ٢٦٩ ...	affranchir
عجل	
تعجّل: ٢٦٨، ٢٦٩، ٢٧٠ ...	prendre comme avance; par anticipation
عدّ	
عدد ج أعداد: ١٦٧، ١٦٩ ...	nombre
عدد مُفرَد: ١٦٧	nombre simple
عدل	
عَدَلَ: ١٦٧، ١٦٨ ...	être égal
عادَلَ: ١٦٨، ١٧٠، ١٧١، ١٨٩، ٢٥٣	être égal
عرض	
عَرْض ج عروض: ١٧٣، ١٧٤، ٢١١ ...	largeur
عرف	
عَرَفَ (معرفة): ١٧٣، ١٧٩، ٢٢٢ ...	connaître
عزل	
عزل: ٢٠٩، ٢١١، ٢١٣ ...	écarter; séparer
عشر	
عُشر ج أعشار: ٢٧٩	dixième
عطى	
أعطى (إعطاء): ٢٦٥، ٢٦٦، ٢٦٧ ...	donner
عظم	
أعظم: ١٧٣، ١٧٤، ١٧٥، ٢٣٤	plus grand

غني	
استغنى: ١٧٤	se contenter
غوي	
غاية: ١٦٧	fin
فرج	
منفرج (انظر زاوية):	obtus
فرد	
مُفرَد (انظر عدد)	Simple (nombre)
منفرد: ١٨٠	seul
فرض	
فريضة (سهام): ٢٣٧، ٢٣٨، ٢٣٩ ...	droit (parts)
فرغ	
فرَغ: ٢٣١	achever
فسر	
فسّر: ٢٠٥	expliquer
تفسير: ١٧٢، ١٧٩	explication; commentaire
فضل	
فضل: ١٧٦، ١٧٨	rester
فضْل: ١٧٦، ١٧٧، ١٩٨، ١٩٩ ...	excédent; différence
فعل	
فعَلَ: ١٦٧، ١٦٨، ١٨٧	faire; procéder
فن	
فنون: ١٦٦	sortes
فني	
فني: ٢٣٢	disparaître
فهم	
فهِمَ: ٢٥٤	comprendre
فوق	
فوْق: ١٦٧، ٢٢١، ٢٣٣	au-dessus
قبل	
قبْل: ١٩١، ١٩٨، ١٩٩ ...	auparavant; avant
من قِبَل: ٢٢٦، ٢٢٨، ٢٢٩، ٢٣٠	à partir de; à l'aide de ; d'après
قابل	réduire
مقابلة (أنظر جبر)	

	كرو
percée des canaux	كرى الأنهار: ١٦٦
	كسر
fraction	كسر ج كسور: ١٦٧، ٢٢٠
aire	تكسير: ٢٢٠، ٢٢٢ ...
	كل
Tout, tout entier	كلّ: ١٦٩، ١٧٥، ١٧٧، ١٧٩، ١٨٩، ٢٠٦
	كم
combien	كم: ٢١٨، ٢١٩، ٢٣٢ ...
	كمل
compléter	كمّل: ١٦٨، ١٧٠، ١٩٦ ...
compléter	أكملَ (إكمال): ١٩٤، ٢٠٩ ...
le fait de compléter;	تكملة: ٢٣٥
complément	٢٦٠، ٢٦١، ٢٦٢ ...
	كيف
comment	كَيف: ١٨٠
	كيل
mesure; évaluation	كَيْل: ٢٠٣، ٢١٩
	لزم
exiger	لزم (انظر أيضا حاجة): ٢٧٩، ٢٨٠
	لطف
subtil	لطيف: ١٦٦
	لفظ
exprimer; prononcer	لفظ بـ: ١٦٧، ٢١٧
expression	لفظ: ١٨٩
qu'on exprime	ملفوظ: ١٦٧
	لقي
ôter	ألقى: ١٩٤، ١٩٥ ...
une fois ôté	بعد إلقاء: ١٨٨
	مثل
égal;	مِثل: ١٦٧، ١٦٨،
comme; par exemple;	١٦٩، ١٧١ ...
double; deux fois	مِثلان: ١٨٤، ١٨٧ ...

نسب	
نسبَ: ١٦٧	être rapporté
بلا نسبة: ١٦٧	sans qu'il soit rapporté
نصب	
نصيب ج أنصباء: ٢٤٠، ٢٤١ ...	héritage
نصف	
نصفٌ (أنظر أيضاً دور، قطر، قوس): ١٦٨، ١٦٩، ١٧٠ ...	Moitié; demi
نصّفَ: ١٦٩، ١٧٠ ...	partager en deux moitiés
تنصيف: ١٧١، ١٧٢، ٢١٠	partition ; le fait de partager en deux moitiés
نظر	
نَظرَ: ١٦٧، ٢١٧، ٢٤٢ ...	examiner
نظراً: ١٦٥	en vue de
نفس	
نفسه (أنظر أيضاً ضرب): ١٦٧، ١٩١ ...	lui-même
نقص	
نقص: ١٦٩، ١٧٠، ١٧١ ...	soustraire;
١٧٣، ١٧٤، ١٧٥، ١٧٧ ...	retrancher; manquer
نُقصان: ١٧٢، ١٨٣، ١٨٤، ١٩٨، ٢١٤، ٢٢٢	le soustractif; soustraction ; diminution ; différence
بالنقصان: ١٧١، ١٨٥	en diminuant ; en retranchant
ناقص: ١٦٨، ١٧٣، ١٨٠، ١٨٠، ١٨١، ١٨١، ١٨١ ...	retranché ; soustractif ; ...moindre ; diminué ; soustrait
منقوص: ١٨١، ١٨٣ ...	soustrait
انتقص: ٢٧٩، ٢٨١	soustraire ; déduire
انتقاص: ٢٧٩، ٢٨٠	différence
منتقص: ٢٧٩، ٢٨٠	ce qui reste après soustraction, différence
نقط	
نقطة: ١٧٦، ١٧٨ ...	point
نوع	
نوع: ٢٤٧	espèce
هلك	
استهلك: ٢٦٨، ٢٦٩ ...	consommer
مستهلك: ٢٧٢	consommé

وصي	
وصية ج وصايا: ١٦٦، ٢٣٥، ٢٣٦، ٢٣٧، ٢٣٨، ٢٣٨...	legs; testaments
أوصى: ٢٣٥، ٢٣٦، ٢٣٧ ...	léguer
موصى: ٢٧٧	légué
مُوصى: ٢٣٧، ٢٣٨، ٢٤٠، ٢٤٢، ٢٤٥، ...	celui à qui revient le legs; celui qui a le legs; légataire
وطىء	
وطىء: ٢٧٦، ٢٧٧، ٢٧٨ ...	cohabiter (avec une femme)
وفق	
موافق: ٢٢١	qui est en accord
وفى	
استوفى: ٢٦٨	rembourser
وقع	
وقع: ٢٢٠، ٢٢١، ٢٢٧، ...، ٢٣١	tomber; être inscrit
ولى	
ولى: ٢١٦، ٢٢٩	être du côté, dans la direction de
بالولاء: ٢٦٨	par convention
وهب	
وهب: ٢٧٦، ...، ٢٨١	faire don
هبة: ٢٧٩	don
موهوب: ٢٧٦، ٢٧٧ ...	donataire
واهب: ٢٧٧، ٢٧٨ ...	donateur
يدى	
...في يد: ٢٣٩، ٢٤٠، ٢٤١ ...	posséder; être en possession
يخرج من يده: ٢٤٠	abandonner
يوم	
يوم ج أيام: ٢١٩	jour

المصطلحات الرياضيّة في كتاب الخوارزمي

وما يقابلها باللاتينيّة

بنينا هذه اللائحة من المصطلحات انطلاقاً من ترجمة جيرار دو كريمون للجزء الأوّل من "جبر" الخوارزمي (ص. ١٦٥-٢١٩).

[أ]	
أجر	conductio
آحاد	unitas
أخذ (الجذر)	accipere (radicem)
أدّى	perducere
إنما	non … nisi
[ب]	
بقي	residere, remanere
بلغ	provenire, aggregari
مبلغ	proventus
باب	regula, capitulum
بيّنَ	manifestare, ostendere
وذلك ما أردنا أن نبيّن	Et illud est quod demonstrare voluimus
مباين	opponi, oppositio
فقد تبين لنا، فتبيّن لنا	Iam autem manifestum fuit nobis, fuit nobis manifestum
بيع وشراء	venditio et emptio
[ت]	
تمّ	complere

[ث]	
triplicare	ثلّث
deinde, postea	ثم
duplicare	ثنّى
excipere	استثنى
exceptus ex	مستثنى من
[ج]	
restaurare	جَبَرَ
algebra et almuchabala	الجبر والمقابلة
radix	جِذر
pars	جُزء
aggregare	جَمَعَ
coniungere	جمع (يعني أضاف خطاً إلى آخر)
aggregation	جَمْع
totum	جميع
genus	جِنس
genera composita	أجناس مقترنة
ignotus (numerus, latus)	مجهول (عدد، أضلاع)
[ح]	
computatio	حَسَبَ
computatio	حساب
computatio in algebra et almuchabala	حساب الجبر والمقابلة
(esse) sensibilis	حسّ
necessarius	لا محالة
(esse) impossibilis	استحال (مسألة)

[خ]

protrahere	أخرج
linea	خطّ

[د]

dragma	درهم ج دراهم

[ذ]

preterire	ذهب
pretermittantur itaque addita cum diminutis	فذهبت الزيادة بالنقصان

[ر]

quadratura	تربيع
quadraturam complere; quadratum complere	تربيع السطح
quadratus	مربّع
superficies quadrata	سطح مربع
quadrare	تربّع
reducere	ردّ
compositio	ركّب

[ز]

angulus	زاوية
augmentare; addere	زاد
augmentatus, additio	زيادة

[س]

questio	مسألة
superficies	سطح
appretiatum	سِعْر
pretium	مسعر

equaliter	سَواء
	[ش]
res	شيء
res addita	شيء زائد
res diminuta	شيء ناقص
	[ص]
compar	صاحب
cambitio	صَرْف
surdus	أصمّ
forma	صورة
	[ض]
necessitas	اضطرار
multiplicare (multiplicatio)	ضَرَبَ في (ضَرْب)
modus	ضَرْب
duplum	ضعف
duplicatio	إضعاف
duplicare	ضاعف
latus	ضلع
adiungere	ضمّ
	[ط]
prohicere	طرح
extremitas	طَرْف
modus	طريق
longitudo	طول

	[ظ]
manifestus, apparens (numerus)	ظاهر (عدد)
	[ع]
numerus	عدد (انظر أيضاً مجهول، ظاهر، معلوم)
numerus simplex	عدد مُفرد
equare	عدل، عادل
latitudo	عَرْضٌ
proiicere	عزل
maius	أعظم
articulus	عقد (العقود)
causa	علّة
notus	معلوم (عدد)
conventiones negociatorum	مُعامَلات
significato, intentio	معنى
	[غ]
ultimus	غاية
	[ف]
singularis	مفرد (انظر أيضاً عدد)
superfluum	فضل
	[ق]
opponere	قابل
	مقابلة (انظر جبر، حساب)
quantitas	قدرٌ
compono	اقترن
genera composita	مقترنة (أجناس)
dividere	قَسَمَ، قسّم

divisio	قسم
divisor	مقسوم عليه
secare	قطَع
minus	قلّ
similiter quoque quod fuerit maius censu aut minus	وكذلك ما كثر من الأموال أو قلّ
paucior	أقل
aut plures aut pauciores	أو أكثر أو أقلُّ
regula, consideriatio	قياس
	[ك]
maius	كثُرَ (انظر أيضاً قلّ)
fractio	كسر
totus, omni	كلّ
quantum	كم
reintegrare	أكملَ
reintegratio	إكمال، كمّل
qualiter	كيف
mensuratio	كيَل
quicquid verbis exprimitur	كل ملفوظ به
	[ل]
prohicere	ألقى
proiectio	إلقاء
	[م]
equalis	مِثل
verbi gratia, cuius exemplum	مثال ذلك
experire	امتحن

census	مال
census additus	مال زائد
census diminutus	مال ناقص
	[ن]
proportio	نسبة
medietas (census, radicum)	نصفٌ
mediare	نصّف
considerare	نَظَرَ
diminuere	نقص
diminutio	نُقْصان
diminutus	ناقص (انظر أيضاً شيء، مال)
punctum	نقطة
	[و]
modus	وجه
ponderatio	وزن

المراجـــع

١ ـ العربية

مخطوطات

ابن الفتح. سنان. «كتاب في المال والأعداد المتناسبة.» القاهرة، دار الكتب، رياضة ٢٦٠، الورقات ٩٥و ـ ١٠٤و.

أبو كامل. «كتاب في الجبر والمقابلة.» اسطنبول، قره مصطفى باشا ٣٧٩.

الخزاعي، «شرح جبر الخوارزمي.» اسطنبول، ينى كامي ٨٠٣.

الخوارزمي، أبو عبد الله محمد بن موسى. «عمل الساعات في بسيط الرخامة.» اسطنبول، سليمانية، آيا صوفيا ٤٨٣٠، الورقات ٢٣١ظ ـ ٢٣٥و.

ــــ. «كتاب الجبر والمقابلة.» أوكسفورد، Bod., Hunt 214، الورقات ١ظ ـ ٣٤و.

ــــ. ــــ. برلين، لاندبرغ ١٩٩، الورقات ٦٠ظ ـ ٩٥ظ.

ــــ. ــــ. المدينة، عارف حكمت، ٤ ـ جبر، الورقات ١ظ ـ ٦١ظ.

ــــ. ــــ. المدينة، عارف حكمت، ٦ ـ جبر، الورقات ١ظ ـ ٣١ظ.

ــــ. ــــ. نيويورك، كولومبيا، New York, Columbia, Smith Or. 40.

ــــ. ــــ. طهران، مالك ٣٤١٨، الورقات ١٦ ـ ٢٣.

ــــ. «معرفة السمت بالأسطرلاب.» اسطنبول، سليمانية، آيا صوفيا ٤٨٣٠، الورقات ١٩٨ظ ـ ١٩٩ظ.

مؤلّف مجهول. «المراسلة في الجبر والمقابلة.» أوكسفورد، Bod., Hunt 214، الورقات ٥٣و ـ ٧٥ظ.

كتب

ابن أبي أصيبعة، أبو العباس أحمد بن القاسم. **عيون الأنباء في طبقات الأطباء**. شرح وتحقيق نزار رضا. بيروت: دار مكتبة الحياة، ١٩٦٥.

ابن ترك، أبو الفضل عبد الحميد بن واسع. **الضرورات في المقترنات**. تحقيق وترجمة أيدين سايلي. أنقرة: [د. ن.]، ١٩٦٢.

ابن تيمية الحراني، أبو العباس أحمد بن عبد الحليم. **الرد على المنطقيين**. بومباي: المطبعة القيمة، ١٩٤٩.

ابن خلدون، أبو زيد عبد الرحمن بن محمد. **مقدمة ابن خلدون**. القاهرة: [د. ن، د. ت.].

ابن دريد، أبو بكر محمد بن الحسن. **جمهرة اللغة**. تحقيق وتقديم رمزي منير بعلبكي. بيروت: دار العلم للملايين، ١٩٨٧. ٣ ج.

ابن العماد الحنبلي، أبو الفلاح عبد الحي بن أحمد. **شذرات الذهب في أخبار من ذهب**. بيروت: [د. ن.، د. ت.]. ٤ ج.

ابن قتيبة، أبو محمد عبد الله بن مسلم. **أدب الكاتب**. تحقيق علي فاعور. بيروت: دار الكتب العلميّة، ١٩٨٨.

ابن كثير، أبو الفداء إسماعيل بن عمر. **البداية والنهاية في التاريخ**. القاهرة: مطبعة السعادة، ١٩٣٢. ١٤ ج.

ابن النديم، أبو الفرج محمد بن إسحق. **الفهرست**. تحقيق رضا تجدد. طهران: مكتبة الأسدي، ١٩٧١. ١٠ ج.

أبو يوسف، يعقوب بن إبراهيم. **كتاب الخراج**. ترجمة وتعليق إ. فاغنان. باريس: المكتبة الأثرية والتاريخية، بول غوتنر، ١٩٢١.

الإسكندراني، ديوفنطس. **صناعة الجبر**. ترجمة قسطا بن لوقا؛ تحقيق رشدي راشد. القاهرة: الهيئة المصريّة العامة للكتاب، ١٩٧٥. (التراث العلمي العربي؛ ١)

الأصفهاني، حمزة بن الحسن. **كتاب التنبيه على حدوث التصحيف**. تحقيق أسعد طَلَس؛ راجعه أسماء الحمصي وعبد المعين الملوحي. بيروت: دار صادر، ١٩٩١.

الباجي، أبو الوليد سليمان بن خلف. **إحكام الفصول في أحكام الأصول**. حققه وقدم له ووضع فهارسه عبد المجيد تركي. بيروت: دار الغرب الإسلامي، ١٩٩٥.

البغدادي، أبو منصور عبد القاهر بن طاهر. **التكملة في الحساب مع رسالة في المساحة**. تحقيق ودراسة مقارنة أحمد سليم سعيدان. الكويت: معهد المخطوطات العربية، ١٩٨٥.

البوزجاني، أبو الوفاء محمد بن محمد. **حساب اليد: تحقيق لكتاب المنازل السبع، مع مقدمة ودراسة بالمقارنة بكتاب الكافي في الحساب لأبي بكر الكرجي الحاسب بقلم أحمد سليم سعيدان**. عمان: جمعية عمال المطابع التعاونية، ١٩٧١. (تاريخ علم الحساب العربي؛ الجزء ١)

البيروني، أبو الريحان محمد بن أحمد. **فهرست كتابهاي رازي**. تحقيق مهدي محقق. طهران: [د. ن.]، ١٣٥٢.

ـــــ . **كتاب البيروني في تحقيق ما للهند من مقولة مقبولة في العقل أو مرذولة**. حيدر آباد الدكن: مطبعة مجلس دائرة المعارف العثمانية، ١٩٥٨. (السلسلة الجديدة؛ ١١)

الخطيب البغدادي، أبو بكر أحمد بن علي. **تاريخ بغداد أو مدينة السلام منذ تأسيسها حتى سنة ٤٦٣ هـ**. القاهرة: بولاق، [د. ت.]. ١٤ ج.

الخليل بن أحمد الفراهيدي. **كتاب العين**. تحقيق مهدي المخزومي وإبراهيم السامرائي. قم: دار الهجرة، ١٩٨٥ ـ ١٩٩٠. ٩ ج.

الخوارزمي، أبو عبد الله محمد بن موسى. **كتاب الجبر والمقابلة**. تحقيق وتعليق علي مصطفى مشرفة ومحمد مرسي أحمد. القاهرة: وزارة الثقافة، ١٩٣٩. (الجامعة المصرية؛ كلية العلوم)

ـــــ . **جبر الخوارزمي** = *Al-Kuwârazmî's Algebra*. قدّم له أيدين سايلي. إسلام آباد: مجلس الهجرة، ١٩٨٩.

ديوفنطس. **صناعة الجبر لديوفنطس**. نقله إلى العربية قسطا بن لوقا؛ تحقيق رشدي راشد. القاهرة: المكتبة الوطنية، ١٩٧٥.

راشد، رشدي. **تاريخ الرياضيات العربية: بين الجبر والحساب**. ترجمة حسين زين الدين. بيروت: مركز دراسات الوحدة العربية، ١٩٩٨. (سلسلة تاريخ العلوم عند العرب؛ ١)

ـــــ وبيجان وهاب زاده. **رياضيات عمر الخيام**. ترجمة نقولا فارس. بيروت: مركز دراسات الوحدة العربية، ٢٠٠٥.

الزبيدي، أبو بكر محمد بن الحسن. **طبقات النحويين واللغويين**. تحقيق محمد أبو الفضل إبراهيم. القاهرة: دار المعارف، ١٩٧٣. (ذخائر العرب؛ ٥)

السموأل، بن يحيى بن عباس المغربي. **الباهر في الجبر** = *Al-Bahir en algèbre d'As-Samaw'al*. تحقيق وتحليل صلاح أحمد ورشدي راشد. دمشق: جامعة دمشق، ١٩٧٢. (سلسلة الكتب العلمية؛ ١٠)

السيوطي، جلال الدين عبد الرحمن بن أبي بكر. **المزهر في علوم اللغة وأنواعها**. ضبطه وصححه وعنون موضوعاته وعلق حواشيه محمد أحمد جاد المولى؛ علي محمد البجاوي ومحمد أبو الفضل إبراهيم. القاهرة: دار إحياء الكتب العربية، [د. ت.]. ٢ ج.

الشافعي، محمد بن إدريس. **الأم**. تحقيق رفعت فوزي عبد المطلب. المنصورة: [د. ن.]، ٢٠٠٤.

ـــــ. **الرسالة**. تحقيق وشرح أحمد محمد شاكر. القاهرة: مكتبة ومطبعة مصطفى البابي الحلبي، ١٩٤٠.

الشيباني، محمد بن الحسن. **الأصل**. تحقيق وتعليق شفيق شحاتة. القاهرة: مطبعة جامعة القاهرة، ١٩٥٤.

صاعد بن أحمد الأندلسي، **التعريف بطبقات الأمم** = *The World History of Sciences and Scholars up to the 5th Century A. H*. حققه وقدّم له غلام رضا جمشيدنزاده أقال. إيران، هجرة، ١٩٩٧.

الطبري، أبو جعفر محمد بن جرير. **تاريخ الطبري: تاريخ الرسل والملوك**. تحقيق محمد أبو الفضل إبراهيم. القاهرة: دار المعارف، ١٩٦٦. ١٠ ج. (ذخائر العرب؛ ٣٠)

الغزالي، أبو حامد محمد بن محمد. **المستصفى من علم الأصول**. تحقيق محمد عبد السلام عبد الشافي. بيروت: دار الكتب العلمية، ١٩٩٦. ٢ ج.

الفارابي، أبو نصر محمد بن محمد. **إحصاء العلوم**. تحقيق وتقديم وتعليق عثمان أمين. القاهرة: دار الفكر العربي، ١٩٦٨.

ـــــ. **المنطق عند الفارابي**. تحقيق محمد مهدي. بيروت: دار المشرق، ١٩٦٨. ٣ ج.

قدامة بن جعفر، أبو الفرج. **نقد النثر**. حققه وعلق على حواشيه طه حسين وعبد الحميد العبادي. بيروت: دار الكتب العلمية، ١٩٨٢.

القفطي، أبو الحسن علي بن يوسف. **تاريخ الحكماء: وهو مختصر الزوزني المسمى بالمنتخبات الملتقطات من كتاب أخبار العلماء بأخبار الحكماء**. [تحقيق] يوليوس ليبرت. ليبزيغ: ديتريخ، ١٩٠٣.

الكَرَجي، أبو بكر محمد بن الحسن. **الكافي في الحساب**. تحقيق وشرح ودراسة سامي شلهوب. حلب: معهد التراث العلمي العربي، ١٩٨٦. (مصادر ودراسات في تاريخ الرياضيات العربية؛ ٥)

مالك بن أنس. **المُوَطَّأ**. إعداد محمد بن ناصر العجمي. الكويت: مركز البحوث والدراسات الكويتية، ١٩٩٧.

المخزومي، مهدي. **الخليل بن أحمد الفراهيدي: أعماله ومنهجه**. بيروت: [د. ن.]، ١٩٨٦.

مراياتي، محمد، محمد حسان الطيان ويحيى مير علم. **علم التعمية واستخراج المعمى عند العرب**. تقديم شاكر الفحام. دمشق: مجمع اللغة العربية، ١٩٨٧.

ج ١: **دراسة وتحقيق لرسائل الكندي وابن عدلان وابن الدريهم**.

ج ٢: **تحليل ثماني مخطوطات عربية وتحقيقها**.

المقدسي، أبو عبد الله محمد بن أحمد. **أحسن التقاسيم في معرفة الأقاليم**. تحقيق ميخائيل جان دو غويه. ليدن: بريل، ١٩٠٦.

موسوعة تاريخ العلوم العربية. إشراف رشدي راشد وريجيس مورلون. بيروت: مركز دراسات الوحدة العربية، ١٩٩٧. ٣ ج. (سلسلة تاريخ العلوم عند العرب؛ ٤)

النشار، علي سامي. **مناهج البحث عند مفكري الإسلام ونقد المسلمين للمنطق الأرسططاليسي**. القاهرة: دار الفكر العربي، ١٩٤٧.

الهاشمي، علي بن سليمان. **علل الزيجات**. صورة طبق الأصل للنص العربي الوحيد الموجود في المخطوطة Boldeain Arch. Seld. A.11 مع ترجمة إلى الإنكليزية قدمها فؤاد إ. حداد وإ. س. كينيدي شرح دافيد بينغري وإ. س. كينيدي. نيويورك: سكولارز آند ريبرنت، ١٩٨١.

دوريــات

البيروني، أبو الريحان محمد بن أحمد. «كتاب تحديد نهايات الأماكن لتصحيح مسافات المساكن.» تحقيق ب. بولغاكوف؛ مراجعة إمام ابراهيم أحمد. **مجلة معهد المخطوطات العربية (القاهرة)**: السنة ٣، العددان ١ ـ ٢، ١٩٦٢.

راشد، رشدي. «تصور الجبر عند الخوارزمي.» **المستقبل العربي**: السنة ٧، العدد ٧٤، نيسان/ أبريل ١٩٨٥.

٢ ـ الأجنبية

Books

Abu Yusuf, Ya'qūb. *Livre de l'impôt foncier (Kitâb el-Kharâdj)*. Traduit et Annoté par E. Fagnan. Paris: Paul Geuthner, 1921. (Bibliothèque archéologique et historique; I)

Allard, André. *Muḥammad ibn Mūsā al-Khwārizmī: Le Calcul indien (Algorismus). Histoire des textes, édition critique, traduction et commentaire des plus anciennes versions latines remaniées du XII^e siècle*. Paris/Namur: Blanchard, 1992.

Āryabhatiya of Āryabhata. Critically edited with introduction, English translation, notes, comments and indexes by Kripa Shankar Shukla in collaboration with K.V. Sarma. New Delhi: Indian National Science Academy, 1976. 3 vols.

The Astronomical Tables of al-Khwārizmī. Translation with Commentaries of the Latin Version edited by H. Suter supplemented by Corpus Christi College MS 283, Hist. Filos. Skr. Dan. Vid. Selsk, 4, no. 2, Copenhague, Ejnar Munksgaard, 1962.

Atiyeh, G. N et I. M. Oweiss (eds.). *Arab Civilization: Challenges and Responses: Studies in Honor of Constantine K. Zurayk*. Albany, NY: State University of New York Press, 1988.

Bashmakova, I. G. and G. S. Smirnova. *The Beginnings and Evolution of Algebra*. Translated from the Russian by Abe Shenitzer, with the editorial assistance of David A. Cox. Washington, DC: Mathematical Association of America, 2000. (Dolciani Mathematical Expositions; no. 23)

Al-Bīrūnī, Muhammad Ibn Ahmad. *The Determination of the Coordinates of Cities*. trad. Jamil Ali. Beyrouth: American University of Beirut, 1966. (Centennial Publications)

_____. *Fihrist Kitābhāy Rāzi*. Edited by Mahdī Moḥaqqiq. Téhéran: [n. pb.], 1352.

Bombelli, Rafael. *L'Algebra*. Préface de E. Bortolotti et introduction de U. Forti. Milan: Feltrinelli, 1929.

Brāhma-sputa siddhānta with Vāsanā Vijnānā and Hindi Commentaries. Edited by a board of editors headed by Acharyavara Ramswarup Sharma Indian Institute of Astronomical and Sanskrit Research. New Delhi: [n. pb.], 1966.

Brahmegupta. *Algebra, with Arithmetic and Mensuration, from the Sanscrit of Brahmegupta and Bháscara*. Translated by Henry Thomas Colebrooke. Londres: J. Murray, 1817.

Colebrooke, Henry Thomas. *Classics of Indian Mathematics: Algebra, with Arithmetic and Mensuration, from the Sanskrit of Brahmagupta and Bhaskara*. London: J. Murray, 1817.

Das Kitāb Sūrat al-Ard des Abū Ġa'far Muhammad ibn Mūsā alHuwārizmī, her-

ausge-geben nach dem Handschriftlichen unikum der Bibliothèque de l'Université et régionale in Strassburg cod. 4247, von Hans von Mzik, Leipzig, Otto Harrassowitz, 1926.

Diophante d'Alexandrie. *Les Arithmétiques*. Texte établi et traduit par R. Rashed. Paris: Les Belles Lettres, 1984. 2 vols. (Collection Universités de France)

_____ . *Les Six Livres arithmétiques et le livre des nombres polygones*. Œuvres traduites pour la première fois du grec en français, avec une introduction et des notes par Paul Ver Eecke, Nouveau triage. Paris: A. Blanchard, 1959.

Encyclopedia of the History of Arabic Science. London: Routledge, 1996.

Euclide. *Les Œuvres d'Euclide: Les Eléments*. Traduites Littéralement par F. Peyrard. Nouveau tirage augmenté d'une importante Introduction par Jean Itard. Paris: Albert Blanchard, 1966.

Gutas, Dimitri. *Greek Thought, Arabic Culture: The Graeco-Arabic Translation Movement in Baghdad and Early Abbâsid Society (2nd-4th/8th-10th Centuries)*. London; New York: Routledge, 1998.

Al-Hâshimi, 'Alī Ibn Sulaymân. *The Book of the Reasons behind Astronomical Tables* (*Kitāb fī 'Ilal al-zījāt*). A Facsimile reproduction of the unique Arabic text contained in the Bodleain MS Arch. Seld. A. 11 with a translation by Fuad I. Haddad and E. S. Kennedy and a commentary by David Pingree and E. S. Kennedy. New York Scholars' Facsimiles and Reprints, 1981. (Studies in Islamic Philosophy and Science)

Heath, Thomas. *Diophantus of Alexandria: A Study in the History of Greek Algebra*. New York: Dover Publications, 1964.

Histoire des sciences arabes. Sous la dir. de Roshdi Rashed; avec la collab. de Régis Morelon. Paris: Seuil, 1997. 3 vols.

Hughes, Barnabas B. *Robert of Chesters Latin Translation of al-Khwārizmī's al-Jabr: A New Critical Edition*. Edited by Barnabas Bernard Hughes. Stuttgart: Steiner Verlag Wiesbaden, 1989. (Coll. Boethius XIV)

Ibn Turk, *Logical Necessities in Mixed Equations by al-Hamîd ibn Turk and the Algebra of his Time* (al-Darûrat fi al muqtarinât). ed. et trad. Aydin Sayili. Ankara: 1962.

Juschkewitsch, A. P. *Geschichte der Mathematik im Mittelalter*. Leipzig: Teubner, 1964.

Khuttali, Abd al Hamid Ibn Wasi ibn Turk. *Abdulhamid ibn Turk'un Katisik denklemlerde mantiki zaruretler adli yazisi ve zamanin cebri: Logical Necessities in Mixed Equations by 'Abd al Hamid ibn Turk and the Algebra of his Time*. [Hazirlayan] Aydin Sayili. Ankara: Turk Tarih Kurumu Basimevi, 1962. (Turk Tarih Kurumu Yayinlarindan; 7. Seri, no. 41)

Khuwârizmī, Muhammad Ibn Musa. *The Algebra of Mohammed ben Musa*. Edited and translated by Frederic Rosen. Londres [n. pb.], 1831.

_____ . *Die älteste lateneische Schrift über das indische Rechnen Nach al-Ḥwārizmī.* Edition, übersetzung und kommentar con Menso Folkerts, unter Mitarbeit von Paul Kunitzsch. Munich: Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, 1997.

_____ . *Robert of Chester's Latin Translation of the Algebra of al-Khowarizmi.* With an introduction, critical notes and an English version by Louis Charles Karpinski. New York: Macmillan; London: Macmillan and Company Limited, 1915. (University of Michigan Studies. Humanistic Series; 11, pt. 1)

Klein, Jacob. *Greek Mathematical Thought and the Origin of Algebra.* Translated by Eva Brann; With an appendix containing Vieta's Introduction to the analytical art, translated by J. Winfree Smith. Cambridge, MA: M.I.T. Press, 1968.

Libri, Guillaume. *Histoire des sciences mathématiques en Italie depuis la renaissance des lettres jusqu'à la fin du 17ème siècle.* Paris: Adamant Media Corporation, 1838.

Mohammed ibn Musa Alchwarizmis Algorismus: Das früheste Lehrbuch zum Rechnenmit indischen Ziffern. Ed. Kurt Vogel. Aalen: Otto Zeller Verlagsbuchhandlungen, 1963.

Montgomery, James E. (ed.). *Arabic Theology, Arabic Philosophy: From the Many to the One: Essays in Celebration of Richard M. Frank.* Louvain; Paris: Peeters, 2006. (Orientalia Lovaniensia Analecta; 152)

Muhammad Ibn Musâ al-Khwārizmī, 1200 ans. Moscou: [n. pb.], 1983.

Mrayātī, Mohammad, Yahya Meer Alam and M. Hassan At-Ṭayyān. *Origin of Arab Cryptography and Cryptanalysis.*

Nallino, C. *Arabian Astronomy: Its History during the Medieval Times.* Rome: [s. n.], 1911.

Nesselmann, G. H. F. *Die Algebra der Griechen.* Berlin: VEB Deutscher Verlag der Wissen- schaften, 1842.

Neugebauer, O. *The Astronomical Tables of al-Khwārizmī.* Translation with Commentaries of the Latin Version edited by H. Suter. Copenhague: Herausgegeben und Kommentiert, 1962. (Supplemented by Corpus Christi College MS 283)

Prakash, Satya. *A Critical Study of Brahmagupta and his Works, a Most Distinguished Indian Astronomer and Mathematician of the Sixth Century A.D.* New Delhi, Indian Institute of Astronomical and Sanskrit Research, 1968.

Al-Qiftī, *Ta'rikh al-hukamā'.* Ed. J. Lippert. Leipzig: Dieterich'sche Verlagsbuchhand-Lung, 1903.

Rashed, Roshdi. *The Development of Arabic Mathematics: Between Arithmetic and Algebra.* Translated by A. F. W. Armstrong. Dordrecht; Boston, MA: Kluwer Academic, 1994. (Boston Studies in Philosophy of Science; v. 156)

_____ . *Entre arithmétique et algèbre: Recherches sur l'histoire des mathématiques arabes.* Paris: Société d'édition Les Belles lettres, 1984.

_____ . *Optique et Mathématiques: Recherches sur l'histoire de la pensée scientifique en arabe*. Aldershot: Variorum, 1992.

_____ et B. Vahabzadeh. *Al-Khayyâm mathematicien*. Paris: Librairie Blanchard, 1999.

_____ (ed.). *Histoire des sciences arabres*. Paris: Seuil, 1997.

_____ . *Thabit Ibn Qurra: Science and Philosophy in Ninth-Century Baghdad*. Berlin; New York: Walter de Gruyter, 2009.

Rosen, Frederic (ed.). *The Algebra of Mohammed ben Musa*. Londres: Oriental Translation Fund, 1831.

Ruska, J. *Zur ältesten arabischen algebra und Rechenkunst*. Heidelberg: Akademie der Wissenschaften Philosophische-historische, 1917.

Sezgin, F. *Geschichte des arabischen Schrifitums, Band VI: Astronomie*. Leyde: Brill, 1978.

Suter, Heinrich. *Die astronomischen Tafeln des Muhammed ibn Mûsā al-Khwārizmī, in der Bearbeitung des Maslama ibn Ahmed al-Madjrîţî*. Copenhague: Herausgegeben und Kommentiert, 1914.

Wild, Stefan. *Das Kitāb al 'Ain und die arabische Lexikographie. Wiesbaden: Harrassowitz, 1965.*

Periodicals

Ahmedov, A. A., J. Al-Dabbâgh and B. A. Rosenfeld. «Istanbul Manuscripts of Al-Khwārizmī's Treatises.» *Erdem*: vol. 3, no. 7, 1987.

Anbouba, Adil. «L'Algèbre arabe aux IX[ème] et X[ème] Siècles: Aperçu général.» *Journal for the History of Arabic Science*: vol. 2, no. 1, 1978.

Ben Miled, Marwan. «Les Commentaires d'Al-Mahani et d'un anonyme, du livre X des Eléments d'Euclide.» *Arabic Sciences and Philosophy*: vol. 9, 1999.

Björnbo, A. A. «Gerhard von Cremonas Übersetzung von Alkwarizmis Algebra und von Euclids Elementen.» *Bibliotheca mathematica* (Leipzig): vol. 3, no. 6, 1905.

Boilot, D. J. «L'Œuvre de Bērūnī: Essai bibliographique.» *MIDEO*: vol. 2, 1955.

Frank, J. «Die Verwendung des Astrolabs nach al-Chwārizmī.» *Abhandl. z. Gesch. d. Nat. Wiss. u. Med.*: Heft III, Erlangen, 1922.

Gandz, Solomon. «The Algebra of Inheritance.» *Osiris*: vol. 5, 1938.

_____ . «The Mishnat ha Middot and the Geometry of Muhammad Ibn Musa al-Khowarizmi.» *Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik*, Abteilung A Quellen, 2, 1932.

_____ . «The Origin and Development of the Quadratic Equations in Babylonian, Greek, and Early Arabic Algebra.» *Osiris*: vol. 3, 1938.

_____ . «The Sources of al-Khowārizmī's Algebra.» *Osiris*: vol. 1, 1936.

Hughes, Barnabas B. «Gerard of Cremona's Translation of al-Khwārizmī's al-Jabr: A Critical Edition.» *Mediaeval Studies*: vol. 48, 1986.

_____ . «The Medieval Latin Translations of al-Khwarizmi's al-Jabr.» *Manuscripta*: vol. 26, 1982.

Kennedy, E. S. «The Lunar Visibility of Ya'qūb ibn Tāriq.» *Journal of Near Eastern Studies*: vol. 27, January-October 1968.

Khuwarizmi, Muhammad Ibn Musa. «Gerard of Cremona's Translation of al-Khwarizmi's al-Jabr: A Critical Edition.» Edited by B. Hughes. *Mediaeval Studies*: vol. 48, 1986.

Marre, «Le Messahat de Mohammed ben Moussa al Kharezmi (Extrait de son Algèbre, traduit et annoté par A. Marre).» *Annali di matematica*: 1865.

Pedersen, Fritz S. «Alkhwarizmi's Astronomical Rules: Yet Another Latin Version?.» *Cahiers de l'institut du Moyen-Age grec et latin*: vol. 62, 1992.

Pingree, David. «The Fragments of the Works of Ya'qūb ibn Tāriq.» *Journal of Near Eastern Studies*: vol. 27, January-October 1968.

_____ . «The Fragments of the Works of al-Fazārī.» *Journal of Near Eastern Studies*: vol. 29, January-October 1970.

Rashed, R. «L'Idée de l'algèbre selon al-Khwarizmi.»*Fundamenta scientiae*: vol. 4, 1983.

_____ . «Problems of the Transmission of Greek Scientific Thought into Arabic: Examples from Mathematics and Optics.» *History of Science*: vol. 27, 1989.

_____ . «Al-Samaw'al, al-Biruni et Brahmagupta: Les Méthodes d'interpolation.» *Arabic Sciences and Philosophy: A Historical Journal*: vol. 1, 1991.

Rodet, L. «L'Algèbre d'al-Khārizmi et les méthodes indienne et grecque.» *Journal asiatique*: janvier 1878.

«Al-Samaw'al, al-Bīrūnī et Brahmagupta: Les Méthodes d'interpolation.»*Arabic Sciences and Philosophy: A Historical Journal*: vol. 1, 1991.

Toomer, G. J. «Al-Khwārizmī.» *Dictionnary of Scientific Biography* (New York): vol. 8, 1973.

Youschkevitch, A. P. «Über ein Werk des Abû 'Abdallah Muḥammad ibn Mūsā al-Ḥuwārizmī al Magusi zur Arithmetik der Inder.» *Schriftenreihe f. Gesch. d. Naturwis. Technik u. Medezin*, Beiheft z. 60 Gegurtstag v. G. Harigs, Leipzig, 1964.

Conference

The Intersection of History and Mathematics. Edited by Sasaki Chikara, Sugiura Mitsuo and Joseph W. Dauben. Basel; Boston, MA: Birkhäuser-Verlag, 1994. (Science Networks Historical Studies; v. 15)

فهــــــرس

- ث -

- ج -

- ف -

- ق -

- ك -